ایران توشه

- دانلود نمونه سوالات امتحانی
- دانلود گام به گام
- دانلود آزمون گاج و خیلی سبز و سنجش
- دانلود فیلم و مقاله آنلیزشی
- کنکور و مشاوره

IranTooshe.Ir

@irantooshe

IranTooshe

پدید آورندگان آزمون ۴ آذر

سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
حسابان (۱)	محمد حمیدی، حمید علیزاده، مجتبی نادری، احسان غنی‌زاده، کیان کریمی‌خراسانی، اکبر کلاه‌ملکی، محمدابراهیم توزنده‌جانی، سهند فرهنگی، یاسین سپهر، امیرهوشنگ خمسه، محمدرضا حسین‌زاده
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب، فرزانه خاکپاش، محبوبه بهادری، احمدرضا فلاح، مهرداد ملوندی
آمار و احتمال	محبوبه بهادری، فرزانه خاکپاش، امیرحسین ابومحبوب، سیدوحید ذوالفقاری، محمدابراهیم توزنده‌جانی، سیدمحمدرضا حسینی‌فرد
فیزیک (۲)	معصومه افضلی، مسعود قره‌خانی، سیدعلی میرنوری، محسن قندچلر، سینا عزیزی، میثم دشتیان، عبدالرضا امینی‌نسب، سعید شرق، شادمان ویسی، امید خالدی، مرتضی شعبانی، سعید اردم، امیرحسین برادران
شیمی (۲)	عباس هنرجو، هادی مهدی‌زاده، محمد عظیمیان‌زواره، منصور سلیمانی‌ملکان، احمدرضا جعفری‌نژاد، پویا رستگاری، امیر حاتمیان

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
حسابان (۱)	ایمان چینی‌فروشان	ایمان چینی‌فروشان	حمیدرضا رحیم‌خانلو، مهرداد ملوندی، عادل حسینی	سمیه اسکندری
هندسه (۲)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیقیازاریان تبریزی
آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مهرداد ملوندی	سرژیقیازاریان تبریزی
فیزیک (۲)	معصومه افضلی	معصومه افضلی	حمید زرین‌کفش، زهره آقامحمدی، بابک اسلامی	محمدرضا اصفهانی
شیمی (۲)	ایمان حسین‌نژاد	ایمان حسین‌نژاد	یاسر راش، مهلا تابش‌نیا، مسعود خانی	الهه شهبازی

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئولین دفترچه	لیلا نورانی
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: مازیار شیروانی‌مقدم
	مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	زیبنده فرهادزاده
نظارت چاپ	حمید محمدی

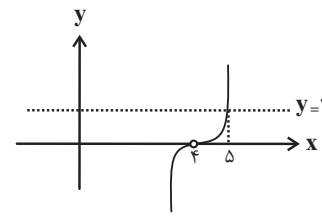
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

حسابان (۱)

۱- گزینهٔ «۱» *(محمد همیری)*

معادلـــه در $x=4$ تعریـــف نمـــی‌شـــود. طـــرفین وســـطین می‌کنیم: $|x-4|(x-4)=1$ حالا توابع $y=|x-4|(x-4)$ و $y=1$ را رسم می‌کنیم:

$$y=|x-4|(x-4)=\begin{cases}(x-4)^2 & ; \ x>4\\ -(x-4)^2 & ; \ x<4\end{cases}$$



بنابراین معادله فقط یک ریشه دارد. $(x=5)$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۲- گزینهٔ «۴» *(حمید علیزاده)*

$$\left|\frac{x}{2}+1\right|<\frac{1}{3}\Rightarrow -\frac{1}{3}<\frac{x}{2}+1<\frac{1}{3}\xrightarrow{-1}-\frac{4}{3}<\frac{x}{2}<-\frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\times 2}-\frac{8}{3}<x<-\frac{4}{3}\xrightarrow{\times 3}-8<3x<-4\xrightarrow{+1}$$

$$-7<3x+1<-3\Rightarrow A=-7, B=-3\Rightarrow A+B=-10$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۳- گزینهٔ «۱» *(حمید علیزاده)*

$$|a|+|b|\geq|a+b|$$

$$|2x-4|+|2x+6|=|4-2x|+|2x+6|\geq|(4-2x)+(2x+6)|$$

$$\Rightarrow |4-2x|+|2x+6|\geq 10\Rightarrow \min(A)=10$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۴- گزینهٔ «۳» *(مجتبی نادری)*

نمودار تابع $f(x)$ را با تعیین علامت عبارات داخل قدرمطلق رسم می‌کنیم:

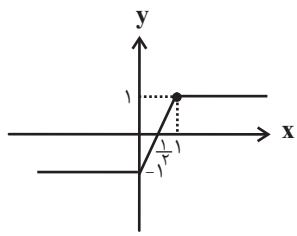
x		0		1	
x	$-$	0	$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$

$$x<0 \text{ اگر } \Rightarrow f(x)=-x+x-1=-1$$

$$0\leq x\leq 1 \text{ اگر } \Rightarrow f(x)=x+x-1=2x-1$$

$$x>1 \text{ اگر } \Rightarrow f(x)=x-(x-1)=x-x+1=1$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-1 & ; \ x<0\\ 2x-1 & ; \ 0\leq x\leq 1\\ 1 & ; \ x>1\end{cases}$$



همان‌طور که ملاحظه می‌شود برد تابع $f(x)$، بازهٔ $[-1,1]$ می‌باشد که شامل دو عدد صحیح نامنفی $\{0,1\}$ است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۵- گزینهٔ «۲» *(احسان غنی‌زاده)*

برای حل معادله ابتدا باید با توجه به ریشه‌های داخل قدرمطلق تعیین محدوده کرده و سپس معادله را حل کنیم، پس داریم:

$$|2x-1|+|x+2|=3$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x\leq -2\Rightarrow -2x+1-x-2=3\Rightarrow x=-\frac{4}{3} & \text{غ ق ق}\\ -2<x\leq\frac{1}{2}\Rightarrow -2x+1+x+2=3\Rightarrow x=0 & \text{ق ق}\\ x>\frac{1}{2}\Rightarrow 2x-1+x+2=3\Rightarrow x=\frac{2}{3} & \text{ق ق}\end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو ریشهٔ $x=0$ و $x=\frac{2}{3}$ بوده که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$x=0, x=\frac{2}{3}\Rightarrow \text{مجموع}=\frac{2}{3}$$

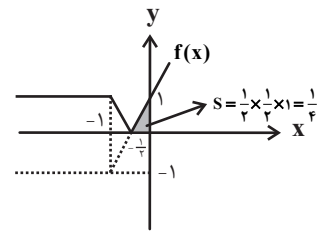
(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۶- گزینهٔ «۲» *(مجتبی نادری)*

بـــرای رســـم نمـــودار تـــابع $f(x)=|x+|x+1||$، ابتـــدا نمـــودار تابع $y=x+|x+1|$ را رسم می‌کنیم و ســپس آن قســمت از نمـودار تابع که زیر محور xها قرار دارد را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم:

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

$$y = x + |x+1| = \begin{cases} x+x+1 \; ; \; x \geq -1 \\ x-x-1 \; ; \; x < -1 \end{cases} = \begin{cases} 2x+1 \; ; \; x \geq -1 \\ -1 \quad ; \; x < -1 \end{cases}$$



(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۷- گزینهٔ «۲» *(مجتبی ناوری)*

ابتدا با توجه به نمودار سهمی، علامت ضرایب a، b و c را مشخص می‌کنیم. چون دهانهٔ سهمی رو به بالا است، لذا سهمی min دارد و $a > 0$ است و چون سهمی محور y ها را در قسمت منفی قطع می‌کند لذا عرض از مبدأ سهمی منفی است پس $c < 0$.

همچنین چون طول رأس سهمی منفی و $a > 0$ است، بنابراین $b > 0$ خواهد بود. بنابراین علامت ضرایب سهمی عبارتند از:

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

$$\frac{|ac+c|}{|c|} - \frac{a|b+a+1|}{|-a|} = \frac{|(a+1)c|}{|c|} - \frac{a|a+b+1|}{|a|}$$

$$= \frac{|c| \times |a+1|}{|c|} - \frac{a|a+b+1|}{|a|} \xrightarrow[c<0]{a>0,\, b>0}$$

$$\frac{-c(a+1)}{-c} - \frac{a(a+b+1)}{a} = a+1-(a+b+1)$$

$$= a+1-a-b-1 = -b$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۸- گزینهٔ «۱» *(حمید علیزاده)*

برای محاسبهٔ محل برخورد دو تابع $y = |2x-1|$ و $y = |x^2-1|$ آن‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم.

$$|x^2-1| = |2x-1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2-1 = 2x-1 \Rightarrow x^2-2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \\ x^2-1 = -2x+1 \Rightarrow x^2+2x-2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -1-\sqrt{3} \\ x = -1+\sqrt{3} \end{cases}$$

بنابراین دو تابع در چهار نقطه متقاطع هستند که طول دو نقطهٔ A و B در سمت راست مبدأ مختصات $x = 2$ و $x = -1+\sqrt{3}$ می‌باشد و مجموع طول این دو نقطه $1+\sqrt{3}$ است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۹- گزینهٔ «۲» *(کیان کریمی‌فراسانی)*

نامعادلهٔ اول را در دو حالت $x \geq 0$ و $x < 0$ بررسی می‌کنیم:

$$|2x| + x \leq 3 \xrightarrow{x \geq 0} 3x \leq 3 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

$$|2x| + x \leq 3 \xrightarrow{x < 0} -x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x < 0$$

از اجتماع دو جواب، $-3 \leq x \leq 1$ مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ اول است.

$$-3 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x+1 \leq 2 \Rightarrow |x+1| \leq 2 \Rightarrow a = 1, b = 2$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱۰- گزینهٔ «۲» *(اکبر کلاه‌ملکی)*

ریشهٔ داخل قدرمطلق $x = 4$ است.

$$x > 4 : \frac{3-x}{x-4} = k \Rightarrow 3-x = kx-4k$$

$$\Rightarrow (k+1)x = 4k+3 \Rightarrow x = \frac{4k+3}{k+1} \Rightarrow \frac{4k+3}{k+1} > 4$$

$$\Rightarrow \frac{4k+3}{k+1} - 4 > 0 \Rightarrow \frac{-1}{k+1} > 0 \Rightarrow k < -1$$

$$x < 4 : \frac{3-x}{4-x} = k \Rightarrow 3-x = 4k-kx$$

$$\Rightarrow (k-1)x = 4k-3 \Rightarrow x = \frac{4k-3}{k-1} \Rightarrow \frac{4k-3}{k-1} < 4$$

$$\Rightarrow \frac{4k-3}{k-1} - 4 < 0 \Rightarrow \frac{1}{k-1} < 0 \Rightarrow k < 1$$

پس برای $k \geq 1$ معادله ریشه ندارد و برای $-1 \leq k < 1$ معادله یک ریشه و برای $k < -1$ معادله دارای ۲ ریشه است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۱۱- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

از تلاقی دادن معادلات دو ضلع AB و AC می‌توانیم مختصات رأس A را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases} x+2y = 3 \\ y = 2x-1 \end{cases} \Rightarrow x = 1, \; y = 1 \Rightarrow A(1,1)$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

حال کافی است فاصلهٔ نقطهٔ A را از ضلع BC به‌دست آوریم:

$$A(1,1) \text{ و } x+y-4=0 \Rightarrow AH=\frac{|1+1-4|}{\sqrt{1+1}}=\frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۳۶)

۱۲- گزینهٔ «۳» *(سهند فرهنگی)*

با توجه به شکل، M وسط دو نقطهٔ C و B می‌باشد. پس:

$$M\left(\frac{4+2}{2}\ ,\ \frac{3-1}{2}\right)=(3\ ,\ 1)$$

پس: $AM=\sqrt{(4-3)^2+(8-1)^2}=\sqrt{50}$

برای پیدا کردن طول ارتفاع (AH) ابتدا معادلهٔ خط گذرا از BC را نوشته سپس فاصلهٔ نقطهٔ A از خط BC را به دست آورده و AH را محاسبه می‌کنیم.

$$m_{BC}=\frac{3-(-1)}{4-2}=\frac{4}{2}=2$$

$$y+1=2(x-2)\Rightarrow y-2x+5=0$$

فاصلهٔ نقطهٔ A از خط BC : $AH=\frac{|8-8+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

طبق رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHM ، داریم:

$$(AM)^2=(MH)^2+(AH)^2\Rightarrow 50=(MH)^2+5$$

$$\Rightarrow (MH)^2=45\Rightarrow MH=3\sqrt{5}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(یاسین سپهر)*

فاصلهٔ مرکز دایره از خط مماس بر دایره، برابر شعاع دایره می‌باشد. از طرفی چون مساحت دایره به شعاع r برابر πr^2 می‌باشد، پس:

$$\pi r^2=\frac{9\pi}{25}\Rightarrow r^2=\frac{9}{25}\Rightarrow r=\frac{3}{5}$$

فاصلهٔ مرکز تا خط مماس بر دایره : $\frac{|4a+3(2)-5|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{3}{5}$

$$\Rightarrow \frac{|4a+1|}{5}=\frac{3}{5}\Rightarrow |4a+1|=3$$

$$\Rightarrow 4a+1=3\Rightarrow a=\frac{1}{2}\ ,\quad 4a+1=-3\Rightarrow a=-1$$

پس مقدار صحیح a برابر ۱- می‌باشد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۳۶)

۱۴- گزینهٔ «۱» *(مجتبی نادری)*

ابتدا رأس قائم مثلث را پیدا می‌کنیم تا وتر آن مشخص شود، برای این منظور داریم: $A(-1,2)\ ,\ B(-2,1)\ ,\ C(2,-1)$

$$\begin{cases} m_{AB}=\frac{2-1}{-1-(-2)}=\frac{1}{1}=1 \\ m_{BC}=\frac{1-(-1)}{-2-2}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2} \\ m_{AC}=\frac{2-(-1)}{-1-2}=\frac{3}{-3}=-1 \end{cases}$$

داریم $m_{AB}\times m_{AC}=-1$ ، این یعنی مثلث در رأس $A(-1,2)$ قائمه است و وتر آن پاره‌خط BC است.

حال کافی است فاصلهٔ نقطهٔ وسط پاره‌خط BC تا خط $x+2y-4=0$ را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases} B(-2,1) \\ C(2,-1) \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{(-2)+(2)}{2}=0 \\ y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{1+(-1)}{2}=0 \end{cases}$$

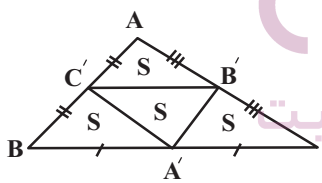
$$\Rightarrow \text{وسط وتر}=\text{وسط پاره‌خط BC}=(0,0)$$

$$\Rightarrow d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|1\times 0+2\times(0)-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۵- گزینهٔ «۲» *(محمد حمیدی)*

اگر اوساط اضلاع مثلث ABC را به هم وصل کنیم، مثلث جدید با مثلث ABC متشابه است.



$$S_{\Delta ABC}=4S$$

با داشتن مختصات نقاط $A'(3,2)$ و $B'(7,5)$ و $C'(4,-5)$ مساحت مثلث $A'B'C'$ قابل محاسبه است.

روش اول آن است که معادلهٔ خط عبوری از دو نقطهٔ B' و C' را بنویسیم و سپس فاصلهٔ نقطهٔ A' از این خط (ارتفاع مثلث) را به دست آوریم. سپس نصف حاصل‌ضرب قاعده (فاصلهٔ B' و C') در ارتفاع را به عنوان مساحت حساب کنیم. راه حل دوم استفاده از فرمول زیر است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

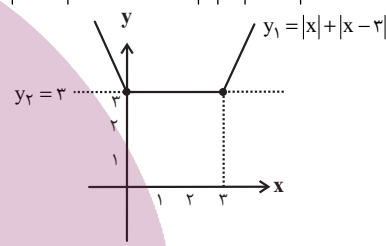
$$S_{\Delta A'B'C'}=\frac{1}{2}|x_{A'}(y_{B'}-y_{C'})+x_{B'}(y_{C'}-y_{A'})$$
$$+x_{C'}(y_{A'}-y_{B'})|=\frac{1}{2}|3(5-(-5))+7(-5-2)+4(2-5)|$$
$$=\frac{1}{2}|30-49-12|=\frac{31}{2}$$
$$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=4S_{\Delta A'B'C'}=4(\frac{31}{2})=62$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۶- گزینهٔ «۳» *(محمد حمیری)*

نقطهٔ $A(x,2\sqrt{2}x)$ را واقع بر خط $y=2\sqrt{2}x$ فرض می‌کنیم، در این صورت، $OA+AG$ = مجموع فواصل A از مبدأ و نقطهٔ G.

$$\sqrt{x^2+(2\sqrt{2}x)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(2\sqrt{2}x-6\sqrt{2})^2}=9$$
$$\Rightarrow\sqrt{9x^2}+\sqrt{9(x-3)^2}=9$$
$$\Rightarrow 3|x|+3|x-3|=9\xrightarrow{\div 3}|x|+|x-3|=3$$



با توجه به نمودار، معادله بی‌شمار جواب دارد.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۳ تا ۳۶)

۱۷- گزینهٔ «۴» *(مجتبی نادری)*

چون نقاط A و B دو سر قطر دایره هستند، بنابراین وسط پاره‌خط AB مرکز دایره است.

$$\begin{cases}A(-a,2a+1)\\B(2,3)\end{cases}\Rightarrow \text{مرکز دایره } O(\frac{-a+2}{2},\frac{2a+1+3}{2})$$
$$=(\frac{-a+2}{2},\frac{2a+4}{2})$$

نقطهٔ O روی نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم قرار دارد، یعنی روی خط $y=-x$ واقع است. لذا داریم:

$$y=-x\Rightarrow\frac{2a+4}{2}=-(\frac{-a+2}{2})\Rightarrow\frac{2a+4}{2}=\frac{a-2}{2}$$
$$\Rightarrow 2a+4=a-2\Rightarrow a=-6$$

لذا مختصات مرکز دایره عبارت است از:

$$O(\frac{-(-6)+2}{2},\frac{2(-6)+4}{2})=(4,-4)$$

قرینهٔ نقطهٔ $(-2,4)$ نسبت به نقطهٔ $O(4,-4)$ عبارت است از: $(10,-12)$

با توجه به گزینه‌ها مختصات نقطهٔ $(10,-12)$ در معادلهٔ خط $x+y+2=0$ صدق می‌کند.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

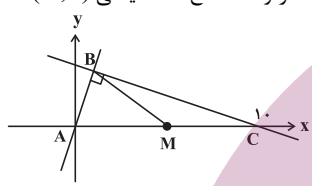
۱۸- گزینهٔ «۴» *(حمید علیزاده)*

$$A(x,2x+1)\Rightarrow d=\sqrt{x^2+y^2}\Rightarrow\sqrt{10}=\sqrt{x^2+(2x+1)^2}$$
$$\Rightarrow 10=x^2+(2x+1)^2\Rightarrow 10=x^2+4x^2+4x+1$$
$$\Rightarrow 5x^2+4x-9=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\Rightarrow y=3\\x=-\frac{9}{5}\Rightarrow y=-\frac{13}{5}\end{cases}$$

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۹- گزینهٔ «۳» *(امیرهوشنگ خمسه)*

ابتدا مثلث را رسم می‌کنیم؛ دقت کنید $AB\perp BC$ است. میانهٔ BM پاره‌خطی است که از وسط ضلع AC یعنی $M(5,0)$ می‌گذرد.



برای محاسبهٔ مختصات B دو خط AB و BC را تلاقی می‌دهیم:

$$\times(3)\begin{cases}y-3x=0\\3y+x=10\end{cases}$$
$$y=3\ ,\ x=1\Rightarrow B(1,3)$$

معادلهٔ BM: $y-0=\frac{3-0}{1-5}(x-5)$

$$y=-\frac{3}{4}(x-5)$$

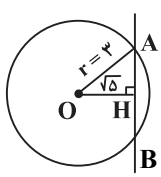
(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۲۰- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا حسین‌زاده)*

ابتدا باید فاصلهٔ نقطهٔ $(3,2)$ را از خط $y-2x+6=0$ به‌دست آوریم:

$$OH=\frac{|3-2(2)+6|}{\sqrt{4+1}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

با توجه به شکل، عمود OH، وتر AB را نصف می‌کند. اندازهٔ AH را با استفاده از فیثاغورس به‌دست می‌آوریم:



$$AH^2=OA^2-OH^2$$
$$AH^2=3^2-(\sqrt{5})^2=4\Rightarrow AH=2$$

پس طول وتر مورد نظر برابر $AB=2AH=4$ است.

(حسابان ۱ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه (۲)

۲۱- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین ابومحبوب)*

یک چندضلعی محیطی است اگر و فقط اگر همهٔ نیمسازهای زاویه‌های آن در یک نقطه همرس باشند. این نقطه مرکز دایرهٔ محاطی چندضلعی است.

(هندسه ۲ - صفحهٔ ۲۵)

۲۲- گزینهٔ «۱» *(فرزانه خاکپاش)*

فرض کنید R و R' شعاع‌های دو دایره $(R > R')$ و TT' مماس مشترک خارجی دو دایره باشد. چون دو دایره سه مماس مشترک دارند، پس قطعاً مماس خارج هستند و در نتیجه داریم:

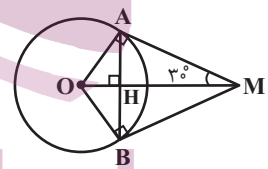
$$TT' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{R \times \frac{۱}{۴}R} = \sqrt{R^۲} \Rightarrow TT' = R$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۲۳- گزینهٔ «۱» *(فرزانه خاکپاش)*

پاره‌خط OM نیمساز زاویهٔ بین دو مماس است، پس $O\hat{M}A = ۳۰^\circ$.

می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ ۳۰°، طول ضلع روبه‌رو به این زاویه، نصف طول وتر است، پس داریم:



$$\overset{\Delta}{OAM} : OA = \frac{۱}{۲}OM = \frac{۱}{۲} \times ۶ = ۳$$

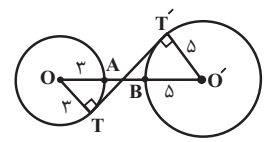
طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAM داریم:

$$OA^۲ = OH \times OM \Rightarrow ۳^۲ = OH \times ۶ \Rightarrow OH = \frac{۹}{۶} = ۱/۵$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۴- گزینهٔ «۲» *(محبوبه بهادری)*

طبق رابطهٔ طول مماس مشترک داخلی دو دایره داریم:



$$TT' = \sqrt{OO'^۲ - (R+R')^۲} \Rightarrow ۶ = \sqrt{OO'^۲ - (۵+۳)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۳۶ = OO'^۲ - ۶۴ \Rightarrow OO'^۲ = ۱۰۰$$

$$\Rightarrow OO' = ۱۰$$

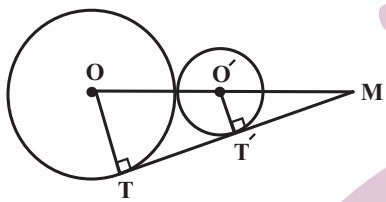
کم‌ترین فاصلهٔ دو دایره $= AB = OO' - (R+R')$

$$= ۱۰ - (۵+۳) = ۲$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۲۵- گزینهٔ «۲» *(محبوبه بهادری)*

طول مماس مشترک خارجی این دو دایره مماس خارج برابر است با:



$$TT' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۹ \times ۴} = ۱۲$$

مطابق شکل دو پاره‌خط OT و $O'T'$ موازی یکدیگرند، پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث MOT داریم:

$$O'T' \| OT \Rightarrow \frac{MT'}{MT} = \frac{O'T'}{OT} \Rightarrow \frac{MT - ۱۲}{MT} = \frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow ۹MT - ۱۰۸ = ۴MT \Rightarrow ۵MT = ۱۰۸$$

$$\Rightarrow MT = \frac{۱۰۸}{۵} = ۲۱/۶$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۲۶- گزینهٔ «۱» *(محبوبه بهادری)*

مطابق شکل فرض کنید $DM = ۷CM$ باشد، در این صورت طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow ۲CM \times BM = CM \times ۷CM$$

$$\Rightarrow BM = \frac{۷}{۲}CM = \frac{۷}{۲} \times \frac{۱}{۲}AM = \frac{۷}{۴}AM$$

$$AB = ۱۱ \Rightarrow AM + BM = ۱۱ \Rightarrow AM + \frac{۷}{۴}AM = ۱۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱۱}{۴}AM = ۱۱ \Rightarrow AM = ۴ \Rightarrow BM = \frac{۷}{۴} \times ۴ = ۷$$

$$BM - AM = ۷ - ۴ = ۳$$

(هندسه ۲ - صفحهٔ ۱۸)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۷- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم قطرهای لوزی همان نیمساز زوایای داخلی آن هستند، پس نیمسازهای زوایای لوزی همرس‌اند و لوزی یک چندضلعی محیطی است، مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOB، $O\hat{A}B = ۱۵^\circ$ و OH (ارتفاع وارد بر وتر) همان شعاع دایرهٔ محاطی لوزی است.

در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویهٔ حاده ۱۵°، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است، پس داریم:

$$OH = \frac{۱}{۴}AB \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{۱}{۴}AB \Rightarrow AB = ۴\sqrt{۳}$$

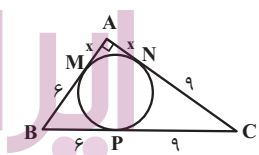
$$S_{AOB} = \frac{۱}{۲}OH \times AB = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times ۴\sqrt{۳} = ۶$$

$$S_{ABCD} = ۴S_{AOB} = ۴ \times ۶ = ۲۴$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۲۸- گزینهٔ «۳» *(احمدرضا فلاح)*

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه بر دایره برابر یکدیگرند. اگر فرض کنیم $AM = x$ باشد، آن‌گاه $AN = AM = x$، $BM = BP = ۶$ و $CN = CP = ۹$ است و در نتیجه:



$$ABC: AB^۲ + AC^۲ = BC^۲$$

$$\Rightarrow (x+۶)^۲ + (x+۹)^۲ = ۱۵^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۱۲x + ۳۶ + x^۲ + ۱۸x + ۸۱ = ۲۲۵$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + ۳۰x - ۱۰۸ = ۰$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۱۵x - ۵۴ = ۰$$

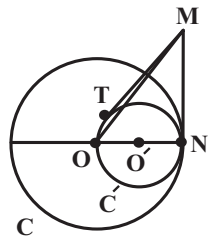
$$\Rightarrow (x+۱۸)(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱۸ & \text{غ ق ق} \\ x = ۳ \end{cases}$$

$$AB = AM + BM = ۳ + ۶ = ۹$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۹- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به شکل داریم:



$$۲R' = R \Rightarrow R' = \frac{R}{۲}$$

$$\text{مساحت ناحیهٔ بین دو دایره} = \pi R^۲ - \pi R'^۲ = \pi R^۲ - \frac{\pi R^۲}{۴} = \frac{۳\pi R^۲}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۳\pi R^۲}{۴} = ۱۸\pi \Rightarrow R^۲ = ۲۴$$

مطابق شکل اگر N نقطهٔ تماس دو دایره باشد، آن‌گاه $ON \perp MN$ و در مثلث قائم‌الزاویهٔ OMN داریم:

$$MN^۲ = OM^۲ - ON^۲ = ۴۹ - ۲۴ = ۲۵ \Rightarrow MN = ۵$$

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده بر دایره از یک نقطهٔ خارج آن برابر یکدیگر است، پس برای دایرهٔ C' داریم: $MT = MN = ۵$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۰- گزینهٔ «۳» *(مهرداد ملوندی)*

نقطهٔ M وسط مماس مشترک TT' قرار دارد، زیرا طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$\left.\begin{array}{l} MT^۲ = MA.MB = ۲(۲+۵) = ۱۴ \\ MT'^۲ = MA.MB = ۲(۲+۵) = ۱۴ \end{array}\right\} \Rightarrow MT = MT' = \sqrt{۱۴}$$

بنابراین طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $TT' = ۲\sqrt{۱۴}$ است و داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^۲ - (R-R')^۲} \Rightarrow ۲\sqrt{۱۴} = \sqrt{۹^۲ - (R-R')^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۵۶ = ۸۱ - (R-R')^۲$$

$$\Rightarrow (R-R')^۲ = ۸۱ - ۵۶ = ۲۵ \Rightarrow |R-R'| = ۵$$

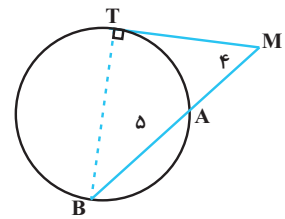
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

ایران نوشه
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه (۲) – سؤالات آشنا

۳۱– گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

قطر BT در نقطهٔ تماس بر خط مماس MT عمود است. طبق روابط طولی در دایره داریم:



$$MT^۲ = ۴\times۹ \Rightarrow MT = ۶$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

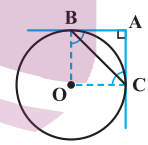
$$BT^۲ + MT^۲ = MB^۲ \Rightarrow BT = \sqrt{۹^۲ - ۶^۲} = ۳\sqrt{۵}$$

$$S_{BTM} = \frac{۱}{۲}BT\times MT = \frac{۱}{۲}\times ۳\sqrt{۵}\times ۶ = ۹\sqrt{۵}$$

(هندسه ۲ – صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۲– گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

از مرکز O به نقاط B و C وصل می‌کنیم. چهارضلعی OBAC مربع است،



زیرا: $OB = OC$ و $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ۹۰^\circ$.

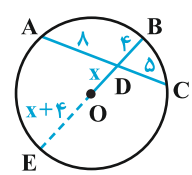
داریم: $\overset{\Delta}{ABC}$ قائم‌الزاویه $\Rightarrow BC^۲ = AB^۲ + AC^۲$

$$= (۳\sqrt{۲})^۲ + (۳\sqrt{۲})^۲ = ۳۶ \Rightarrow BC = ۶$$

(هندسه ۲ – صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۳– گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

فرض کنیم امتداد BO، دایره را در نقطهٔ E قطع می‌کند، با فرض $OD = x$ داریم:



$$OE = OB = x + ۴$$

حال بنا به رابطهٔ طولی در دایره داریم:

$$DA.DC = DB.DE \Rightarrow ۸\times۵ = ۴(۲x + ۴) \Rightarrow x = ۳$$

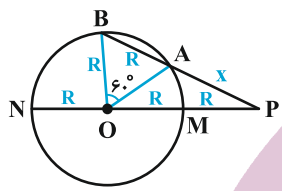
و در نتیجه:

$$R = OE = x + ۴ = ۳ + ۴ = ۷$$

(هندسه ۲ – صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۴– گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

اگر شعاع این دایره را با R نشان دهیم، طبق فرض $A\hat{O}B = ۶۰^\circ$، هم‌چنین $OA = OB = R$، یعنی مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است. اگر P را به مرکز دایره وصل کنیم و امتداد دهیم، دورترین نقطهٔ دایره نسبت به P به‌دست می‌آید که طبق فرض سؤال خواهیم داشت:



$$PN = ۳R, MN = ۲R \Rightarrow PM = R$$

برای نقطهٔ P رابطهٔ طولی را نسبت به دایرهٔ مفروض می‌نویسیم:

$$PM.PN = PA.PB \xrightarrow{PA=x} R\times ۳R = x(x+R)$$

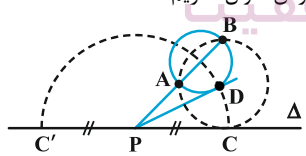
$$\Rightarrow x^۲ + Rx - ۳R^۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{-R \pm \sqrt{R^۲ + ۱۲R^۲}}{۲}$$

$$\xrightarrow{x>۰} x = \frac{-R + R\sqrt{۱۳}}{۲} = \frac{۱}{۲}R(\sqrt{۱۳} - ۱)$$

(هندسه ۲ – صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۵– گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

با توجه به شکل و فرض سؤال، داریم:



$$PD^۲ = PA\cdot PB \quad (۱)$$

دایرهٔ مورد نظر سؤال از نقاط A و B می‌گذرد که با توجه به شکل، نقطهٔ P قطعاً خارج دایره قرار دارد. فرض کنیم که این دایره در نقطهٔ M بر خط Δ مماس است که در نتیجه:

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

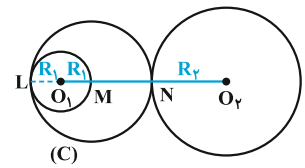
$$PM^{۲} = PA \cdot PB \qquad (۲)$$

از مقایسهٔ روابط (۱) و (۲) این نتیجه گرفته می‌شود که PM برابر شعاع نیم‌دایره است و لذا M یکی از نقاط C و C' روی خط Δ است.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۶- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

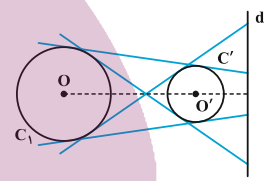
از آن‌جا که $O_۱O_۲ = d = ۱۰ > R_۱ + R_۲ = ۸$ دو دایرهٔ متخارج‌اند. مطابق شکل، دایرهٔ C دایره‌ای است که با $C_۱$ مماس داخل و با $C_۲$ مماس خارج است، اگر شعاع این دایره را با R نشان دهیم، داریم:



$$۲R_۱ + MN = ۲R$$
$$\Rightarrow ۲R_۱ + (d - R_۱ - R_۲) = ۲R$$
$$\Rightarrow ۲\times۲ + (۱۰ - ۲ - ۶) = ۲R \Rightarrow R = ۳$$

(هندسه ۲ - صفحهٔ ۲۰)

۳۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

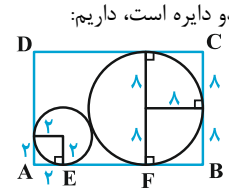


چون دو دایره متخارج‌اند پس دو مماس مشترک خارجی و دو مماس مشترک داخلی دارند. چون OO' بر d عمود است، در نتیجه هر چهار مماس مشترک خط d را قطع می‌کنند، زیرا حالت موازی بودن، امکان ندارد. لذا چهار نقطه بر خط d وجود دارد که می‌توان از آن‌ها مماس‌هایی بر هر دو دایره رسم کرد. البته توجه کنید که اگر نقطهٔ تقاطع d با OO' یا امتداد OO'، بر محل تقاطع مماس‌های مشترک داخلی یا خارجی دو دایره منطبق شوند، تعداد نقاط مورد نظر سؤال سه تا می‌شود، بنابراین پاسخ دقیق این است که بگوییم تعداد نقاط مورد نظر سؤال حداکثر چهارتاست.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۳۸- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

اگر $R = ۲$ و $R' = ۸$ شعاع‌های دو دایره باشند، آن‌گاه چون EF مماس مشترک خارجی دو دایره است، داریم:



$$EF = ۲\sqrt{RR'}$$
$$AB = AE + EF + BF = ۲ + ۲\sqrt{۲\times۸} + ۸$$
$$\Rightarrow AB = ۲ + ۸ + ۸ = ۱۸$$
$$BC = ۸ + ۸ = ۱۶$$
$$\text{محیط مستطیل} = ۲(۱۸ + ۱۶) = ۲\times۳۴ = ۶۸$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۳۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

با توجه به شکل، مساحت ناحیهٔ موردنظر برابر است با تفاضل مساحت سه قطاع با زاویهٔ مرکزی ۶۰° از مساحت یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱۰. بنابراین داریم:

$$\text{مساحت مثلث } \overset{\Delta}{ABC} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}\times۱۰^{۲} = ۲۵\sqrt{۳}$$

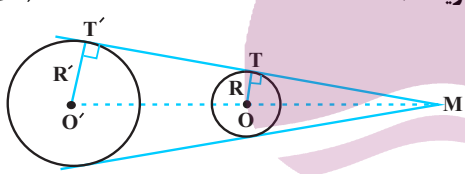
$$\text{مساحت یک قطاع} = \frac{۱}{۲}\times۵^{۲}\times\frac{\pi}{۳} = \frac{۲۵\pi}{۶}$$

$$\text{مساحت ناحیهٔ محدود به سه دایره} = ۲۵\sqrt{۳} - ۳\times\frac{۲۵\pi}{۶}$$

$$= ۲۵(\sqrt{۳} - \frac{\pi}{۲})$$

(هندسه ۲ - صفحهٔ ۲۰)

۴۰- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*



طبق روابط مماس مشترک داخلی و خارجی داریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{OO'^{۲} - (R + R')^{۲}}$$
$$= \sqrt{۱۰۰ - (R + R')^{۲}} = ۶$$
$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{OO'^{۲} - (R - R')^{۲}}$$
$$= \sqrt{۱۰۰ - (R - R')^{۲}} = ۸$$
$$\rightarrow \begin{cases} R' + R = ۸ \\ R' - R = ۶ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R' = ۷ \\ R = ۱ \end{cases}$$

OT و $O'T'$ موازی هستند، پس طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{OT}{O'T'} = \frac{OM}{OM + OO'} \Rightarrow \frac{۱}{۷} = \frac{OM}{OM + ۱۰} \Rightarrow OM = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

آمار و احتمال

۴۱- گزینهٔ «۲» *(محبوبه بهادری)*

گزارهٔ «الف» نادرست است، چون $\{\varnothing\} \in C$ ولی $\{\varnothing\} \notin A$.

گزارهٔ «ب» نادرست است، چون $\varnothing \in D$ ولی $\varnothing \notin C$.

گزارهٔ «پ» درست است، چون $A - B = \{\{۲\}, ۳\}$ و $\{\{۲\}, ۳\} \in B$.

(آمار و احتمال - صفحهٔ ۱۹)

۴۲- گزینهٔ «۱» *(محبوبه بهادری)*

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \quad (۱)$$
$$C \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow B \cap C' = B \quad (۲)$$
$$(A \cup B) - C \xrightarrow{(۱)} B - C = B \cap C' \xrightarrow{(۲)} B$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۴۳- گزینهٔ «۴» *(فرزانه خاکپاش)*

مجموعهٔ A را به روش‌های زیر می‌توان به دو زیرمجموعه افراز کرد:

الف) یک زیرمجموعهٔ ۳ عضوی و یک زیرمجموعهٔ تک عضوی:

$$\{۱\}\{۲,۳,۴\}, \{۲\}\{۱,۳,۴\}, \{۳\}\{۱,۲,۴\}, \{۴\}\{۱,۲,۳\}$$

ب) دو زیرمجموعهٔ ۲ عضوی:

$$\{۱,۲\}\{۳,۴\}, \{۱,۳\}\{۲,۴\}, \{۱,۴\}\{۲,۳\}$$

بنابراین به ۷ حالت می‌توان مجموعهٔ A را به دو زیرمجموعه افراز کرد.

(آمار و احتمال - صفحهٔ ۲۱)

۴۴- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A-B)\cup(A\cap C) = (A\cap B')\cup(A\cap C)$$
$$= A\cap(B'\cup C)$$
$$= A\cap(B\cap C')'$$
$$= A\cap(B-C)'$$
$$= A-(B-C)$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴۵- گزینهٔ «۳» *(سیدوحید ذوالفقاری)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A'\cap B)\cup[(B\cap A)-B'] = (A'\cap B)\cup\underbrace{[(B\cap A)\cap B]}_{(B\cap A)\subseteq B}$$
$$= (B\cap A')\cup(B\cap A) = B\cap(A'\cup A)$$
$$= B\cap U = B$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴۶- گزینهٔ «۳» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

برای این‌که حاصل‌ضرب اعضای هر زیرمجموعهٔ انتخابی بر ۷ بخش‌پذیر باشد، لازم است حداقل یکی از دو عضو زیرمجموعه حتماً مضرب ۷ باشد.

حالت اول: هر دو عضو متعلق به مجموعهٔ $\{۷,۱۴,۲۱,۲۸\}$ باشد. در این صورت تعداد زیرمجموعه‌ها برابر با $\binom{۴}{۲} = ۶$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

حالت دوم: یک عضو متعلق به مجموعهٔ $\{7,14,21,28\}$ و عضو دیگر از ۲۶ عضو باقی‌ماندهٔ مجموعهٔ A باشد. در این صورت تعداد زیرمجموعه‌ها برابر با $\binom{4}{1}\binom{26}{1}=104$ است.

تعداد کل زیرمجموعه‌ها با شرایط موردنظر برابر است با: $6+104=110$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۷- گزینهٔ «۲» *(فرزانه خاکپاش)*

طبق تعریف مجموعهٔ A_n داریم:

$$A_2=\left\{m\in\mathbb{Z}\middle|m\geq -2, 2^m\leq 2\times 2\right\}=\{-2,-1,0,1,2\}$$
$$A_3=\left\{m\in\mathbb{Z}\middle|m\geq -3, 2^m\leq 2\times 3\right\}=\{-3,-2,-1,0,1,2\}$$

برای محاسبهٔ تعداد زیرمجموعه‌هایی مانند B که زیرمجموعهٔ A_3 بوده ولی زیرمجموعهٔ A_2 نباشند، با توجه به این‌که $A_2\subseteq A_3$، کافی است تفاضل تعداد زیرمجموعه‌های این دو مجموعه را به‌دست آوریم:

تعداد زیرمجموعه‌های A_3 $=2^6=64$

تعداد زیرمجموعه‌های A_2 $=2^5=32$

تعداد زیرمجموعه‌های B $=64-32=32$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۸- گزینهٔ «۱» *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$[(B-A)-(C-A)]'=[(B\cap A')\cap(C\cap A')']'$$
$$=(B\cap A')'\cup(C\cap A')=(B'\cup A)\cup(C\cap A')$$
$$=B'\cup[A\cup(C\cap A')]=B'\cup[(A\cup C)\cap\underbrace{(A\cup A')}_{U}]$$
$$=B'\cup(A\cup C)=A\cup B'\cup C$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴۹- گزینهٔ «۳» *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

هر کدام از اعضای a و b را در یک مجموعه قرار می‌دهیم $\{a\}$ $\{b\}$.

برای هر کدام از ۴ عضو دیگر ۲ انتخاب وجود دارد. هر کدام از آن‌ها می‌تواند در مجموعهٔ $\{a\}$ یا $\{b\}$ باشد، پس تعداد حالت‌های افراز برابر با $2^4=16$ است.

(آمار و احتمال – صفحهٔ ۲۱)

۵۰- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$((A'-B')\cap C)'=B\Rightarrow((A'\cap B)\cap C)'=B$$
$$\Rightarrow(A'\cap B)'\cup C'=B\Rightarrow(A\cup B')\cup C'=B$$
$$\Rightarrow B'\cup(A\cup C')=B$$

با توجه به این‌که B و B' دو مجموعهٔ جدا از هم هستند، رابطهٔ فوق تنها در صورتی درست است که $B'=\varnothing$ باشد. در این صورت $B=U$ است و داریم:

$$\varnothing\cup(A\cup C')=U\Rightarrow A\cup C'=U$$
$$\Rightarrow(A\cup C')'=U'\Rightarrow A'\cap C=\varnothing\Rightarrow C-A=\varnothing$$
$$\Rightarrow C\subseteq A$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک (۲)

۵۱- گزینهٔ «۴» *(معصومه افضلی)*

با توجه به متن کتاب درسی، در الکتریسیتهٔ ساکن خطوط میدان الکتریکی همواره بر سطح رسانا عمود هستند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۵۲- گزینهٔ «۳» *(معصومه افضلی)*

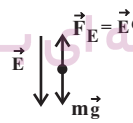
با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی، دو بار ناهم‌نام هستند. خطوط میدان از بار q_2 خارج و به بار q_1 وارد می‌شوند، یعنی بار q_2 مثبت و بار q_1 منفی است.

با توجه به تراکم خطوط میدان، چون تراکم خطوط اطراف بار q_1 بیشتر است، بنابراین اندازهٔ بار q_1 بزرگتر از اندازهٔ بار q_2 است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۵۳- گزینهٔ «۴» *(مسعود قره‌خانی)*

با توجه به شکل مشخص است که صفحهٔ بالایی بار مثبت دارد. برای آن‌که قطرهٔ روغن به سمت بالا جذب شود حتماً باید بار آن منفی باشد. پس گزینه‌های «۱» و «۳» حذف می‌شوند. حال نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم.



$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{۵-(-۵)}{۵\times۱۰^{-۲}} = \frac{۱۰}{۵\times۱۰^{-۲}} = ۲۰۰\frac{V}{m}$$

برای حفظ تعادل: $mg = E|q|$

$$\Rightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۶}\times۱۰}{۲۰۰} = ۰/۲\times۱۰^{-۹}\,C$$

$$\Rightarrow q = -۰/۲\,nC$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۵۴- گزینهٔ «۲» *(سیدعلی میرنوری)*

اگر یک ذرهٔ باردار در یک میدان الکتریکی رها شده و خودبه‌خود شروع به حرکت کند، الزاماً انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۵۵- گزینهٔ «۳» *(محسن قندچلر)*

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) اگر بار $q < ۰$ را در میدان الکتریکی رها کنیم، به سمت صفحهٔ با بار مثبت حرکت خواهد کرد که این جابه‌جایی هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار q خواهد بود و در نتیجه کار نیروی میدان الکتریکی مثبت خواهد بود.

ب) در قسمت (ب) اشاره نشده که پرتاب در جهت خط‌های میدان یا در خلاف جهت خط‌های میدان باشد. اگر بار منفی q را در جهت خط‌های میدان پرتاب کنیم، جابه‌جایی برخلاف نیروی الکتریکی وارد شده بر بار خواهد بود و در این حالت کار میدان الکتریکی منفی است.

پ) همانند قسمت (الف) می‌شود و کار نیروی میدان در این جابه‌جایی مثبت خواهد بود.

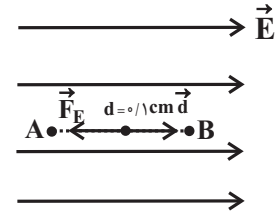
ت) هنگامی که جابه‌جایی عمود بر راستای خط‌های میدان باشد، کار نیروی میدان الکتریکی صفر است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۵۶- گزینهٔ «۲» *(سیدعلی میرنوری)*

با توجه به این‌که نیروی وارد بر بار الکتریکی منفی در یک میدان الکتریکی، در خلاف جهت خط‌های میدان است، کار نیروی میدان الکتریکی بر روی ذره در پرتاب ذره و جابه‌جایی از A تا B، منفی است و انرژی جنبشی ذره کاهش می‌یابد، (طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی). بنابراین داریم:

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت



$$W_E = \Delta K \Rightarrow E|q|d\cos 180^\circ = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$\Rightarrow 10^3 \times 2\times10^{-6}\times10^{-1}\times(-1) = \frac{1}{2}\times20\times10^{-6}\times(v_B^2 - 36)$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 36 - 20 \Rightarrow v_B^2 = 16 \Rightarrow v_B = 4\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۵۷- گزینهٔ «۱» *(سینا عزیزی)*

اگر در جهت عمود بر خطوط میدان الکتریکی یکنواخت حرکت کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی نقاط میدان تغییری نمی‌کند. بنابراین فقط جابه‌جایی افقی را در نظر می‌گیریم و چون جابه‌جایی افقی در راستای خطوط میدان است، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. داریم:

$$\Delta V = V_B - V_A = -Ed$$

$$\Rightarrow \Delta V = -10^3 \times 40\times10^{-2} = -0/4\times10^3\,V = -0/4\,kV$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۵۸- گزینهٔ «۲» *(میثم رشتیان)*

طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت: $W_t = \Delta K$

$$\Rightarrow W_F + W_E = \Delta K \Rightarrow 35 + W_E = 20 \Rightarrow W_E = -15\,mJ$$

$$\Rightarrow \Delta U = -W_E = +15mJ$$

اکنون طبق رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$، می‌توان گفت چون علامت ΔU مثبت و علامت q منفی است، پس علامت ΔV منفی می‌شود:

$$V_B - V_A < 0 \Rightarrow V_B < V_A$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۵۹- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

هرگاه بار الکتریکی از نقطهٔ B به نقطهٔ A برود، اختلاف پتانسیل برابر است با: $V_A - V_B = -200\,V$

آنگاه داریم: $\Delta U = q\Delta V \Rightarrow (U_A - U_B) = q(V_A - V_B)$

$$\Rightarrow U_A - U_B = 20\times10^{-9}\times(-200) = -4\times10^{-6}\,J = -4\mu J$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش انرژی پتانسیل است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۶۰- گزینهٔ «۲» *(سعید شرق)*

چون الکترون در جهت خط‌های میدان الکتریکی پرتاب می‌شود، پس رفته رفته به صفحهٔ منفی نزدیک خواهد شد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش خواهد یافت. طبق قانون پایستگی انرژی، به همان میزان نیز انرژی جنبشی اولیهٔ خود را از دست می‌دهد و داریم:

(دقت کنید برای آن که الکترون به صفحهٔ دیگر برخورد نکند باید در آستانهٔ برخورد به آن متوقف شود. $K_2 = 0$)

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow q\Delta V = -(K_2 - K_1) \Rightarrow 1/6\times10^{-19}\times(-20) = 0 - K_1$$

$$\Rightarrow 1/6\times10^{-19}\times20 = \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{1/6\times10^{-19}\times20\times2}{9\times10^{-31}}} = \frac{8}{3}\times10^6\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

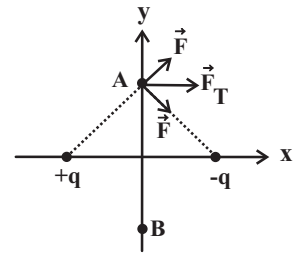
۶۱- گزینهٔ «۳» *(سعید شرق)*

با توجه به شکل زیر، نیروی میدان الکتریکی برایند در کل مسیر حرکت عمود بر محور yها (عمود بر مسیر حرکت) خواهد بود. با توجه به رابطهٔ $W_{F_E} = Fd\cos90^\circ$، کار نیروی میدان صفر خواهد بود.

پس:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-W_{F_E}}{q} = 0$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت



(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۲- گزینهٔ «۳» (عبدالرضا امینی‌نسب)

چون ذره‌ای باردار درون میدان الکتریکی یکنواختی معلق و نیروی وزن ذره به سمت پایین است، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره به سمت بالا خواهد بود و داریم:

$$F_E = W \Rightarrow |q|E = mg$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{۸۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰}{۸\times۱۰^{-۴}} = ۱۰^{۳}\,\frac{N}{C}$$

چون بار ذره مثبت است و نیروی الکتریکی به سمت بالاست، در نتیجه جهت میدان الکتریکی طبق رابطهٔ $\vec{F}_E = q\vec{E}$ به سمت بالاست و بنابراین صفحهٔ پایینی مثبت و صفحهٔ بالایی منفی می‌باشد، یعنی پایانهٔ A قطب منفی باتری است.

برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل باتری داریم:

$$\Delta V = E\times d = ۱۰۰۰\times\frac{۲}{۱۰۰} = ۲۰\,V$$

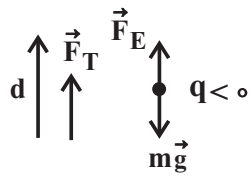
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۳- گزینهٔ «۲» (شارمان ویسی)

با بستن کلید میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌ها ایجاد می‌شود و بار q را به سمت بالا سوق می‌دهد.

$$E = \frac{V}{d} = \frac{۴\times۱۰^{۳}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۲\times۱۰^{۵}\,\frac{V}{m}$$

طبق رابطهٔ $F_E = |q|E$ به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود.



$$F_E = |q|E = ۵\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{+۵} = ۱\,N$$
$$F_T = F_E - mg = |q|E - mg = ۱ - ۱۰m$$

طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_T = \Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m v^{۲} = \frac{۱}{۲}m\times۰/۰۴ = ۰/۰۲m \quad (۱)$$

$$W_T = F_T d\cos\theta = (۱-۱۰m)\times۲\times۱۰^{-۲} = ۰/۰۲ - ۰/۲m \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۰/۰۲m = ۰/۰۲ - ۰/۲m$$
$$۰/۲۲m = ۰/۰۲$$
$$m = \frac{۱}{۱۱}kg = ۹۱g$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۶۴- گزینهٔ «۳» (سینا عزیزی)

می‌دانیم ولتاژ زمین صفر است و ولتاژ دو صفحهٔ رسانا که با یک سیم به هم وصل شده‌اند، با هم برابر است. از سمت زمین شروع می‌کنیم و صفحه به صفحه پتانسیل را تعیین می‌کنیم.

$$\Delta V_۱ = ۱۲V \Rightarrow V_{۱+} - V_{۱-} = ۱۲V \xrightarrow{V_{۱-}=۰}$$
$$V_{۱+} - ۰ = ۱۲ \Rightarrow V_{۱+} = ۱۲V$$
$$\Delta V_۲ = ۴V \Rightarrow V_{۲+} - V_{۲-} = ۴ \xrightarrow{V_{۱+}=V_{۲+}=۱۲V}$$
$$۱۲ - V_{۲-} = ۴ \Rightarrow V_{۲-} = ۸V$$
$$\Delta V_۳ = ۲V \Rightarrow V_{۳+} - V_{۳-} = ۲V \xrightarrow{V_{۳-}=V_{۲-}=۸V}$$
$$V_{۳+} - ۸ = ۲ \Rightarrow V_{۳+} = ۱۰V$$
$$\frac{V_{۲-}}{V_{۳+}} = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۶۵- گزینهٔ «۳» *(امید خالدی)*

ظرف رسانایی با درپوش فلزی را در نظر بگیرید که روی پایه نارسانایی قرار دارد و روی درپوش آن دسته‌ای عایق نصب شده است. ابتدا ظرف بدون بار و یک گوی فلزی را که از نخ عایقی آویزان است، باردار و سپس وارد ظرف می‌کنیم (شکل (ج)). اکنون گوی را با کف ظرف تماس می‌دهیم و سپس درپوش فلزی را می‌بندیم (شکل (ب)). آن‌گاه درپوش فلزی را با دسته عایقش برمی‌داریم (شکل (د)) و گوی فلزی را از ظرف خارج نموده و آن را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود عقربه الکتروسکوپ تکان نمی‌خورد (شکل (الف)). این نشان می‌دهد گوی فلزی بار ندارد و تمام بار آن به ظرف رسانا منتقل شده است، در این حالت اگر ظرف را به الکتروسکوپ نزدیک کنیم، مشاهده می‌شود ورق‌های الکتروسکوپ تکان می‌خورند. از این آزمایش نتیجه می‌گیریم که بار اضافی داده شده به یک رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۶۶- گزینهٔ «۱» *(شارمان ویسی)*

می‌دانیم بار داده شده به یک جسم رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌گردد و در داخل سطح بسته هیچ باری قرار نمی‌گیرد و اتاق ماشین یک سطح بسته است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۶۷- گزینهٔ «۲» *(شارمان ویسی)*

با توجه به توزیع بار در اجسام می‌دانیم:

بار داده شده به جسم نارسانا در محل داده شده به جسم باقی می‌ماند.

و بار داده شده به جسم رسانا روی سطح خارجی جسم توزیع می‌شود.

پس بار در نوک B بیشتر از نوک A است و چون فاصلهٔ هر دو از O یکسان است؛ قطعاً میدان B از A همواره بیشتر است $E_B > E_A$ و میدان برایند با جهت میدان B برابر است.

بار داده شده به مخروط‌ها مثبت باشد، جهت میدان الکتریکی از بار مثبت رو به سمت خارج است پس E_t رو به سمت چپ است. (گزینهٔ «۲»)

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۶۸- گزینهٔ «۲» *(مرتضی شعبانی)*

پس از بهم پیوستن ۶۴ قطره بهم داریم:

$q_2 = 64q_1$ قطرهٔ بزرگ

$V_{\text{قطرهٔ بزرگ}} = 64V_{\text{قطرهٔ کوچک}}$

$$\frac{4}{3}\pi r_2^3 = 64\frac{4}{3}\pi r_1^3 \Rightarrow r_2 = 4r_1$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

طبق رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی می‌توان نوشت:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 64 \times (\frac{r_1}{r_2})^2$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 64 \times \frac{1}{16} = 4$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۶۹- گزینهٔ «۴» (سعید اردم)

می‌دانیم چگالی سطحی بار الکتریکی نسبت بار به مساحت جسم است $\frac{q}{A}$.

با توجه به رابطهٔ حجمی بین دو کره داریم: $V_A = 343\, V_B$

$$\frac{4}{3}\pi r_A^3 = 343 \times \frac{4}{3}\pi r_B^3 \Rightarrow r_A = 7 r_B$$

با توجه به رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A=4\pi r^2}$$

مساحت کره: $A = 4\pi r^2$. داریم: $\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times (\frac{r_B}{r_A})^2$

$$2 = \frac{q_A}{q_B} \times (\frac{1}{7})^2 \Rightarrow \frac{q_A}{q_B} = 98$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۷۰- گزینهٔ «۲» (امیرحسین برادران)

با توجه به این‌که دو صفحه به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل هستند، پس از جابه‌جایی دو صفحه اختلاف پتانسیل صفحات تغییر نمی‌کند. با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت داریم:

$$|V_{BA}| = E_1 d_{BA}$$

$$\xrightarrow[d_{BA}=8mm, V=360V]{E_1=\frac{V}{d_1}, d_1=12mm} |V_{BA}| = \frac{360}{12} \times 8 = 240V$$

چون جهت میدان الکتریکی از نقطهٔ A به‌سمت نقطهٔ B است.

بنابراین: $V_B < V_A$

$$V_{BA} = -240V \quad (1)$$

اکنون اختلاف پتانسیل نقاط A و B را در حالت جدید محاسبه می‌کنیم:

$$|V'_{BA}| = E_2 d_{BA}$$

$$\xrightarrow[V=360V, d_{BA}=8mm]{E_2=\frac{V}{d_2}, d_2=12+3=15mm} |V'_{BA}| = \frac{360}{15} \times 8 = 192V$$

با افزایش فاصلهٔ صفحات جهت میدان الکتریکی تغییری نمی‌کند.

بنابراین: $V'_{BA} = -192V \quad (2)$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow V'_{BA} - V_{AB} = -192 - (-240) = 48V$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

شیمی (۲)

۷۱- گزینهٔ «۲» *(عباس هنرپو)*

ابتدا با توجه به مقدار آهن تولید شده و بازده درصدی واکنش، مقدار نظری آهن به‌دست می‌آید.

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۸۴}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{مقدار نظری Fe} = ۱۰۵\,kg$$

حال باید ببینیم به ازای تولید ۱۰۵ کیلوگرم آهن، چند کیلوگرم $Fe_۲O_۳$ خالص مصرف می‌شود.

$$?\,kg\,Fe_۲O_۳ = ۱۰۵\,kg\,Fe \times \frac{۱۰۰۰\,g}{۱\,kg} \times \frac{۱\,mol\,Fe}{۵۶\,g\,Fe} \times \frac{۲\,mol\,Fe_۲O_۳}{۴\,mol\,Fe}$$

$$\times \frac{۱۶۰\,g\,Fe_۲O_۳}{۱\,mol\,Fe_۲O_۳} \times \frac{۱\,kg}{۱۰۰۰\,g} = ۱۵۰\,kg\,Fe_۲O_۳$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{Fe_۲O_۳}{\text{جرم سنگ معدن}} \times ۱۰۰$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{۱۵۰}{۲۰۰} \times ۱۰۰ = ۷۵٪$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۲- گزینهٔ «۴» *(هادی مهدی‌زاده)*

ابتدا مقدار نظری CO را محاسبه می‌کنیم:

روش اول:

$$?\,LCO = ۱/۲\,kg\,SiO_۲ \times \frac{۱۰۰۰\,g\,SiO_۲}{۱\,kg\,SiO_۲} \times \frac{۱\,mol\,SiO_۲}{۶۰\,g\,SiO_۲}$$

$$\times \frac{۲\,mol\,CO}{۱\,mol\,SiO_۲} \times \frac{۲۸\,g\,CO}{۱\,mol\,CO} \times \frac{۱\,LCO}{۱/۶\,gCO} = ۷۰۰\,LCO$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{\text{مقدار عملی}}{۷۰۰} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{مقدار عملی CO} = ۵۶۰\,L$$

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\text{چگالی} \times \text{حجم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم} \times \frac{R}{۱۰۰}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۱۲۰۰ \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{۶۰ \times ۱} = \frac{x \times ۱/۶}{۲۸ \times ۲} \Rightarrow x = ۵۶۰\,LCO$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۳- گزینهٔ «۱» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$I)\ ۲CH_۴ + ۳O_۲ \rightarrow ۲CO + ۴H_۲O$$
$$II)\ Fe_۲O_۳ + ۳CO \rightarrow ۲Fe + ۳CO_۲$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۱۷/۹۲}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{مقدار نظری} = ۲۲/۴\,gFe$$

$$?\,mol\,CO = ۲۲/۴\,g\,Fe \times \frac{۱\,mol\,Fe}{۵۶\,g\,Fe} \times \frac{۳\,mol\,CO}{۲\,mol\,Fe}$$

$$= ۰/۶\,mol\,CO$$

$$?\,mol\,CH_۴ = ۰/۶\,molCO \times \frac{۲\,mol\,CH_۴}{۲\,mol\,CO} = ۰/۶\,mol\,CH_۴$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۴- گزینهٔ «۳» *(عباس هنرپو)*

$$ppm = \frac{\text{مقدار فلز Ni}}{\text{مقدار کل وزن گیاه}} \times ۱۰^۶ \Rightarrow ۱۲۰۰ = \frac{x}{۵ \times ۱۰^۶} \times ۱۰^۶$$

$$\Rightarrow x = ۶۰۰۰\,g$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

در صورتی که بازده فرایند استخراج صددرصد باشد مقدار نیکل ۶۰۰۰ گرم خواهد بود. در صورتی که بازده٪ ۷۵ باشد داریم:

$$۶۰۰۰\times\frac{۷۵}{۱۰۰}=۴۵۰۰\,g\,Ni$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۵- گزینهٔ «۱» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$۲KClO_۳(s)\xrightarrow{\Delta}۲KCl(s)+۳O_۲(g)$$
$$۲C_۲H_۶(g)+۷O_۲(g)\rightarrow ۴CO_۲(g)+۶H_۲O(g)$$

کاهش جرم، به جرم اکسیژن تولید شده مربوط است.

$$?\,L\,C_۲H_۶=۱۲/۸\,g\,O_۲\times\frac{۱\,mol\,O_۲}{۳۲\,g\,O_۲}\times\frac{۲\,mol\,C_۲H_۶}{۷\,mol\,O_۲}$$
$$\times\frac{۲۸\,L\,C_۲H_۶}{۱\,mol\,C_۲H_۶}=۳/۲\,L\,C_۲H_۶$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۶- گزینهٔ «۴» *(امیر حاتمیان)*

جرم CaO تولیدی در واکنش اول را $m_۱$ و در واکنش دوم را $m_۲$ در نظر می‌گیریم:

(I) $CaCO_۳\sim CaO$

$$?\,g\,CaO=۱/۲۸\,g\,CaCO_۳\times\frac{۵۰}{۱۰۰}$$
$$\times\frac{۱\,mol\,CaCO_۳}{۱۰۰\,g\,CaCO_۳}\times\frac{۱\,mol\,CaO}{۱\,mol\,CaCO_۳}\times\frac{۵۶\,g\,CaO}{۱\,mol\,CaO}$$
$$=۰/۳۵۸۴\,g\,CaO$$
$$\Rightarrow m_۱=۰/۳۵۸۴$$

(II) $CaC_۲O_۴\sim CaO$

$$?\,g\,CaO=۱/۲۸\,g\,CaC_۲O_۴\times\frac{۲۵}{۱۰۰}$$
$$\times\frac{۱\,mol\,CaC_۲O_۴}{۱۲۸\,g\,CaC_۲O_۴}\times\frac{۱\,mol\,CaO}{۱\,mol\,CaC_۲O_۴}\times\frac{۵۶\,g\,CaO}{۱\,mol\,CaO}$$
$$=۰/۱۴\,g\,CaO$$
$$\Rightarrow m_۲=۰/۱۴$$

$$\text{جرم رسوب باقی‌مانده}=\underbrace{۱/۲۸\times\frac{۲۵}{۱۰۰}}_{\text{جرم سیلیس}}+\underbrace{۰/۳۵۸۴}_{m_۱}+\underbrace{۰/۱۴}_{m_۲}$$
$$=۰/۸۱۸۴\,g\ \text{رسوب}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۷- گزینهٔ «۲» *(هادی مهدی‌زاده)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش‌ها به‌صورت زیر است:

$$I)\,MnO_۲+۴HCl\rightarrow MnCl_۲+Cl_۲+۲H_۲O$$
$$II)\,Cl_۲+۲KBr\rightarrow ۲KCl+Br_۲$$

$$(M)\ \text{مولار}=\frac{(n)\ \text{مول}}{(L)\ \text{حجم}}\Rightarrow ۱=\frac{x}{۰/۵}\Rightarrow x=۰/۵\,mol\,KBr$$

$$?\,mol\,Cl_۲=۰/۵\,mol\,KBr\times\frac{۱\,mol\,Cl_۲}{۲\,mol\,KBr}=۰/۲۵\,mol\,Cl_۲$$

$$?\,g\,MnO_۲=۰/۲۵\,mol\,Cl_۲\times\frac{۱\,mol\,MnO_۲}{۱\,mol\,Cl_۲}\times\frac{۸۷\,g\,MnO_۲}{۱\,mol\,MnO_۲}$$
$$=۲۱/۷۵\,g\,MnO_۲$$

$$MnO_۲\ \text{درصد خلوص}=\frac{\text{جرم خالص}\,MnO_۲}{\text{جرم کل}}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow\frac{۲۱/۷۵}{۵۰}\times۱۰۰=٪۴۳/۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

با توجه به معادله موازنه شدهٔ واکنش (I)، ضریب HCl، ۴ برابر ضریب Cl_2 است، پس به‌ازای تولید ۰/۲۵ مول Cl_2، ۱ مول HCl مصرف می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۸- گزینهٔ «۱» *(احمدرضا جعفری‌نژاد)*

$$?\,g\,CO_2 = 36/8\,g\,\text{اتانول} \times \frac{1\,mol\,\text{اتانول}}{46\,g\,\text{اتانول}} \times \frac{2\,mol\,CO_2}{2\,mol\,\text{اتانول}}$$

$$\times \frac{44\,g\,CO_2}{1\,mol\,CO_2} = 35/2\,g\,CO_2$$

از ۱۰۱/۲ گرم فراوردهٔ گازی (CO_2)، ۳۵/۲ گرم برای واکنش تخمیر بی‌هوازی و ۶۶ گرم برای واکنش اکسایش بوده است.

$$?\,g C_6H_{12}O_6 = 66\,g\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{44\,g\,CO_2} \times \frac{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}{6\,mol\,CO_2}$$

$$\times \frac{180\,g\,C_6H_{12}O_6}{1\,mol\,C_6H_{12}O_6} \times \frac{100}{45} = 100\,g\,C_6H_{12}O_6$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۷۹- گزینهٔ «۲» *(پویا رستگاری)*

معادلهٔ واکنش گاز CO_2 با منیزیم اکسید که منجر به تولید منیزیم کربنات می‌شود به‌صورت زیر است:

$$MgO(s) + CO_2(g) \rightarrow MgCO_3(s)$$

با توجه به معادلهٔ واکنش بالا مقدار مول‌های کربن دی‌اکسید موردنیاز برابر با مقدار منیزیم اکسید موردنیاز است. بر این اساس می‌توان گفت در واکنش موردنظر اگر به x مول کربن دی‌اکسید نیاز داشته باشیم، مقدار منیزیم اکسید مورد نیاز نیز برابر x مول می‌باشد.

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش (I) به‌صورت زیر است:

$$2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(g)$$

$$?\,g C_2H_6 = x\,mol CO_2 \times \frac{2\,mol\,C_2H_6}{4\,mol\,CO_2} \times \frac{30\,g C_2H_6}{1\,mol\,C_2H_6}$$

$$\times \frac{100}{75} = 20x\,g C_2H_6$$

معادلهٔ موازنه شدهٔ تولید منیزیم اکسید نیز به‌صورت زیر می‌باشد:

$$Mg(s) + CuO(s) \rightarrow MgO(s) + Cu(s)$$

$$?\,g\,CuO = x\,mol\,MgO \times \frac{1\,mol\,CuO}{1\,mol\ MgO} \times \frac{80\,g\,CuO}{1\,mol\,CuO}$$

$$\times \frac{100}{25} = 320x\,g\,CuO$$

$$\frac{\text{جرم مس(II) اکسید مصرف شده}}{\text{جرم گاز اتان مصرف شده}} = \frac{320x}{20x} = 16$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۰- گزینهٔ «۱» *(هادی مهدی‌زاده)*

معادلهٔ موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$3BaCl_2 + Al_2(SO_4)_3 \rightarrow 3BaSO_4 + 2AlCl_3$$

روش اول:

$$?\,mol\,Al_2(SO_4)_3 = 233\,g BaSO_4 \times \frac{33}{100} \times \frac{1\,mol\,BaSO_4}{233\,g\,BaSO_4}$$

$$\times \frac{1\,mol\,Al_2(SO_4)_3}{3\,mol\,BaSO_4} = 0/11\,mol\,Al_2(SO_4)_3$$

$$?\,mol BaCl_2 = 0/11\,mol\,Al_2(SO_4)_3 \times \frac{3\,mol\,BaCl_2}{1\,mol\,Al_2(SO_4)_3}$$

$$= 0/33\,mol\,BaCl_2$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

روش دوم (تناسب):

$$\frac{\frac{\text{گرم}}{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}}{\frac{\text{P}}{۱۰۰}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{\frac{۳۳}{۱۰۰}\times ۲۳۳}{۲۳۳\times ۳} = \frac{x}{۱} \Rightarrow x = ۰/۱۱\,mol$$

توجه: با توجه به این‌که ضریب $BaCl_۲$، سه برابر $Al_۲(SO_۴)_۳$ می‌باشد، پس مقدار مول آن نیز سه برابر است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۱- گزینهٔ «۱» *(پویا رستگاری)*

نقره نیترات طی معادلهٔ زیر با محلول سدیم کلرید وارد واکنش می‌شود:

$$AgNO_۳(aq) + NaCl(aq) \rightarrow \underbrace{AgCl(s)}_{\text{رسوب سفیدرنگ}} + NaNO_۳(aq)$$

حجم محلول سدیم کلرید مصرف شده طی این واکنش:

$$\text{محلول نقره نیترات } ۴L = \text{محلول سدیم‌کلرید } ?L$$

$$\times\frac{۰/۶\,mol\,AgNO_۳}{\text{محلول نقره نیترات } ۱L}\times\frac{۱\,mol\,NaCl}{۱\,mol\,AgNO_۳}$$

$$\times\frac{\text{محلول سدیم‌کلرید } ۱L}{۰/۸\,mol\,NaCl} = \text{محلول سدیم‌کلرید } ۳\,L$$

جرم رسوب تولید شده طی این فرایند:

$$\frac{۰/۶\,mol\,AgNO_۳}{\text{محلول نقره نیترات } ۱L}\times\text{محلول نقره نیترات } ۴\,L = ?\,g\,AgCl$$

$$\times\frac{۱\,mol\,AgCl}{۱\,mol\,AgNO_۳}\times\frac{۱۴۳/۵\,g\,AgCl}{۱\,mol\,AgCl}\times\frac{۱۰۰}{۸۰} = ۴۳۰/۵\,g\,AgCl$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۲- گزینهٔ «۱» *(هادی مهدی‌زاده)*

معادلهٔ موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:

$$CuO + ۲HCl \rightarrow CuCl_۲ + H_۲O$$

برای قسمت اول سؤال داریم:

$$?\,g\,CuCl_۲ = ۷۳\,gHCl\times\frac{۱\,mol\,HCl}{۳۶/۵\,gHCl}\times\frac{۱\,molCuCl_۲}{۲\,mol\,HCl}$$

$$\times\frac{۱۳۵g\,CuCl_۲}{۱\,molCuCl_۲} = ۱۳۵\,gCuCl_۲$$

برای قسمت دوم سؤال داریم:

$$?\,g\,CuO = ۷۳\,gHCl\times\frac{۱\,mol\,HCl}{۳۶/۵\,gHCl}\times\frac{۱\,molCuO}{۲\,mol\,HCl}$$

$$\times\frac{۸۰g\,CuO}{۱\,molCuO} = ۸۰\,gCuO$$

$$\text{جرم ناخالصی} = ۱۲۰-۸۰ = ۴۰\,g$$

$$\Rightarrow \text{درصد ناخالصی} = \frac{۴۰}{۱۲۰}\times۱۰۰ \simeq ۳۳/۳\,٪$$

روش دوم (تناسب): برای قسمت اول سؤال داریم:

$$\frac{\text{گرم}}{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}} = \frac{\text{گرم}}{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{۷۳}{۳۶/۵\times۲} = \frac{x}{۱\times۱۳۵} \Rightarrow x = ۱۳۵\,g\,CuCl_۲$$

برای قسمت دوم سؤال داریم:

$$\frac{\frac{\text{گرم}}{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}}}{\frac{\text{P}}{۱۰۰}} = \frac{\text{گرم}}{\text{جرم‌مولی}\times\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{\frac{۱۲۰}{۱}\times\frac{\text{P}}{۱۰۰}}{۸۰\times۱} = \frac{۷۳}{۳۶/۵\times۲}$$

$$\Rightarrow \text{درصد خلوص} \simeq ۶۶/۷\,٪ \Rightarrow \text{درصد ناخالصی} = ۱۰۰-۶۶/۷ \simeq ۳۳/۳\,٪$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۸۳- گزینهٔ «۴» *(هادی مهدی‌زاده)*

همهٔ عبارت‌های بیان شده درست هستند.

معادلهٔ موازنه شده واکنش‌های داده شده به‌صورت زیر است:

$$I)\ Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow 2NaCl + BaSO_4$$
$$II)\ C_2H_5OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$$

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول:

$$?\,L\,CO_2 = 1\,mol\,C_2H_5OH \times \frac{2\,mol\,CO_2}{1\,mol\,C_2H_5OH} \times \frac{22/4\,L\,CO_2}{1\,mol\,CO_2} = 44/8\,L\,CO_2$$

عبارت دوم: Na_2SO_4 نسبت به $BaCl_2$، اتم‌های بیشتری دارد که نسبت شمار آنیون به کاتیون در آن برابر $\frac{1}{2}$ است.

عبارت سوم:

$$1/5\,mol\,BaSO_4 = 710\,g\,Na_2SO_4 \times \frac{1\,mol\,Na_2SO_4}{142\,g\,Na_2SO_4} \times \frac{1\,mol\,BaSO_4}{1\,mol\,Na_2SO_4} \times \frac{R}{100} \Rightarrow R = 30\,\%$$

عبارت چهارم:

$$2\,mol\,C_2H_5OH \times \frac{3\,mol\,H_2O}{1\,mol\,C_2H_5OH} \times \frac{18\,g\,H_2O}{1\,mol\,H_2O} \times \frac{100}{P} = 270\,g\,H_2O \Rightarrow P = 40\,\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۴- گزینهٔ «۱» *(هادی مهدی‌زاده)*

$$?\,g\,CO_2 = 168\,g\,NaHCO_3 \times \frac{60}{100} \times \frac{1\,mol\,NaHCO_3}{84\,g\,NaHCO_3} \times \frac{1\,mol\,CO_2}{1\,mol\,NaHCO_3} \times \frac{44\,g\,CO_2}{1\,mol\,CO_2} = 52/8\,g\,CO_2$$

$$\text{چگالی } CO_2 = \frac{\text{جرم } CO_2}{\text{حجم } CO_2} = \frac{52/8}{24} = 2/2\,g.L^{-1}$$

معادلهٔ موازنه شده واکنش (II) به‌صورت زیر است:

$$2C_4H_{10}(g) + 13O_2(g) \rightarrow 8CO_2(g) + 10H_2O(l)$$

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{52/8\,g}{x} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 66\,g\,CO_2$$

$$?\,L\,C_4H_{10} = 66\,g\,CO_2 \times \frac{1\,mol\,CO_2}{44\,g\,CO_2} \times \frac{2\,mol\,C_4H_{10}}{8\,mol\,CO_2} \times \frac{22/4\,L\,C_4H_{10}}{1\,mol\,C_4H_{10}} = 8/4\,L\,C_4H_{10}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۵- گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

عبارت‌های (آ) و (ب) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) مسیر ۱، مربوط به استخراج فلز از سنگ معدن آن است ولی مسیر ۲، بازیافت را نشان می‌دهد؛ بنابراین مسیر ۲، در جهت توسعه پایدار است.

ب) سهم مسیر ۲، در گرمایش جهانی کمتر از مسیر ۱، می‌باشد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۸۶- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

نفت به شکل مایع غلیظ سیاه رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز از دل زمین بیرون کشیده می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۸۷- گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

شکل درست عبارت‌های نادرست:

- مایع غلیظ سیاه‌رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز است.

- مخلوطی از هزاران ترکیب شیمیایی است که بخش عمده آن را ترکیباتی تشکیل می‌دهند که فقط از کربن و هیدروژن ساخته شده‌اند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۸۸- گزینهٔ «۲» *(پویا رستگاری)*

عبارت‌های (آ) و (پ) صحیح می‌باشند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (ب): روزانه بیش از ۸۰ میلیون بشکهٔ نفت خام در دنیا به شکل‌های گوناگون مصرف می‌شود.

عبارت (ت): با توجه به ساختار متفاوت هیدروکربن‌ها، انتظار می‌رود رفتار متفاوتی نیز داشته باشند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۸۹- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

با توجه به شکل‌های کتاب درسی که در زیر آمده است و مدل‌های مولکولی رسم شده برای آن‌ها، در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» همهٔ اتم‌ها در یک راستا و در امتداد هم قرار دارند به جز گزینهٔ «۴»

(۳) $H-C\equiv C-H$ اتین

(۱) $H-C\equiv N:$ هیدروژن سیانید

(۴) اتن

(۲) $:\ddot{O}=C=\ddot{O}:$ کربن دی‌اکسید

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۹۰- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

عبارت (آ) مربوط به تنوع ساختاری در بین اتم‌های کربن در عنصر کربن (و ایجاد آلوتروپ) می‌باشد نه ترکیب آن.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت