آزمون‌های تشریحی خیلی‌سبز

۵ مرحله در طول سال

شبیه‌سازی کامل امتحان نهایی

- منطبق بر بارم‌بندی آموزش و پرورش
- تشابه کامل فرم برگه سوال، پاسخبرگ، کلید، پاسخنامه و حتی فونت سوال‌ها با امتحان نهایی
- پوشش همه مطالب و انواع سوالات
- ارائه یک یا دو تست عینا مشابه امتحان نهایی
- هم‌سطح با دشواری سوالات امتحان نهایی



پاسخنامه‌های خیلی تشریحی

- ارائه پاسخ کامل و مرحله به مرحله
- محتوای یاددهنده شامل درسنامه
- ارائه نکات کلیدی هر سوال

تصحیح کاملا مکانیزه

- تصحیح کاملا حرفه‌ای توسط دو مصحّح
- تصحیح سوم در صورت اختلاف نظر دو مصحّح قبل
- تصحیح به صورت بررسی یک سوال برای گروهی از دانش‌آموزان
- امکان کامنت‌گذاری مصحّح در فرایند تصحیح
- امکان درخواست تصحیح مجدد در پنل ثبت اعتراض

کارنامه‌های بسیار کاربردی

- کارنامه تحلیلی و مقایسه‌ای
- نمره به تفکیک سوال
- کارنامه مبحثی

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دهم	مرحله چهارم
۱۴۰۵-۰۶	۱۵/آبان/۱۴۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	مرجان جهانبانی‌فرد ـ عادل حسینی ـ محمد گودرزی
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب
فیزیک (۱)	علیرضا جباری ـ علیرضا جعفری‌آثار ـ رضا سبزمیدانی ـ احسان محمدی ـ علی محمدی
شیمی (۱)	عباس سرمایه

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
ریاضی (۱)	عادل حسینی	عادل حسینی	عادل حسینی	مازیار احمدی‌ناو علی افضل‌زاده سروش موئینی	محبوبه اصفهانی سید محمدمهدی حسینی سهند محمدکریم‌نژاد
هندسه (۱)	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	سید عباس حسینی محمد خندان	منصور زرکش اصفهانی ماهک کناره ابوالفضل ناصری
فیزیک (۱)	رضا سبزمیدانی	علیرضا جباری	علی محمدی	علیرضا جباری هادی نجفی	علیرضا جعفری‌آثار مدیا عیدی مریم گلی‌حسنلو امیر محمودی انزابی ادریس محمدی
شیمی (۱)	عباس سرمایه	عباس سرمایه	عباس سرمایه	یاشار ذریه مرتضی نصیرزاده	زهرا تشریفی عماد ربیعی آرمین عظیمی مهدیس محبت‌پناه

مدیر تألیف آزمون: دکتر فاطمه آقاجانپور

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

ویژه دهمی‌های ۱۴۰۵

Azmoonkheilisabz.com

آزمون آزمایشی خیلی سبز

تیم اجرایی و تألیف آزمون	بیتا ابراهیمی ـ عادل حسینی

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ زهرا صفری الهه صفری ـ فاطمه علی‌اکبری ـ محیا غنی‌فرد ساناز فلاحی ـ نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	مریم حسین‌زاده ـ سپیده سخائی ـ الهام سهرابی طاهره صادق‌نژاد ـ مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته فاطمه قیاسوند ـ مهدیه گل‌پور ـ دریا لطفی

ایران تستنه
توشه ای برای موفقیت

Azmoonkheilisabz.com

۱ کدام مجموعه ناتهی است؟

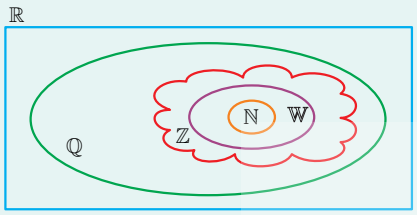
۱) $\mathbb{W}-\mathbb{N}$ ۲) $\mathbb{Q}\cap\mathbb{Q}'$

۳) $\mathbb{Z}-\mathbb{R}$ ۴) $\mathbb{N}\cap\mathbb{Q}'$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

مجموعه‌های اعداد:



داریم: $\mathbb{N}\subseteq\mathbb{W}\subseteq\mathbb{Z}\subseteq\mathbb{Q}\subseteq\mathbb{R}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به درس‌باکس، چون $\mathbb{N}\subseteq\mathbb{W}$ و $\mathbb{N}\neq\mathbb{W}$ است، مجموعهٔ $\mathbb{W}-\mathbb{N}$ ناتهی است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲ مساحت مثلث شکل زیر، برابر ۶ است. مقدار $\sin\theta$ کدام است؟



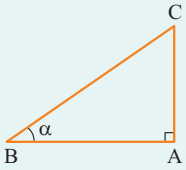
۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

نسبت‌های مثلثاتی

در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC(\hat{A}=۹۰^\circ)$، نسبت‌های مثلثاتی زوایای حاده به صورت زیر تعریف می‌شوند:



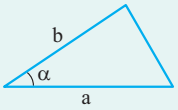
$$\sin\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{AC}{BC} \qquad \tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{AC}{AB}$$

$$\cos\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{AB}{BC} \qquad \cot\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}=\frac{AB}{AC}$$

از این تعاریف نتیجه می‌شود که:

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad \text{و} \quad \cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

کاربرد مثلثات در محاسبهٔ مساحت مثلث:



$$S=\frac{۱}{۲}ab\sin\alpha$$

یعنی مساحت مثلث، نصف حاصل‌ضرب طول دو ضلع آن است در سینوس زاویهٔ بینشان.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

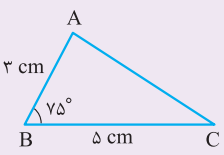
از رابطهٔ مساحت مثلث، برای محاسبهٔ $\sin\theta$ استفاده می‌کنیم و به سادگی داریم:

$$S=\frac{۱}{۲}(۵)(۳)\sin\theta=\underset{\text{فرض}}{۶} \Rightarrow \sin\theta=\frac{۱۲}{۱۵}=\frac{۴}{۵}$$

کتاب درسی

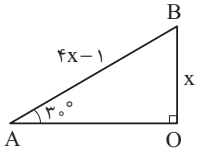
فرض کنید $\sin ۷۵^\circ \simeq ۰/۹۶$، مساحت مثلث ABC در شکل زیر را به دست آورید.

(ریاضی (۱) ـ تمرین ۴ صفحهٔ ۳۵ کتاب درسی)



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳ در مثلث شکل زیر، طول ضلع OA کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint سینوس ۳۰° چه‌قدره؟

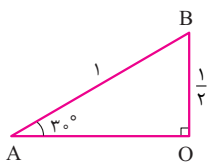
درس Box **نسبت‌های مثلثاتی زوایای خاص:**

θ	۰°	۱۵°	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۷۵°	۹۰°
$\sin\theta$	۰	$\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}$	۱
$\cos\theta$	۱	$\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}{۲}$	۰
$\tan\theta$	۰	$۲-\sqrt{۳}$	$\frac{۱}{\sqrt{۳}}$	۱	$\sqrt{۳}$	$۲+\sqrt{۳}$	ت.ن
$\cot\theta$	ت.ن	$۲+\sqrt{۳}$	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{۱}{\sqrt{۳}}$	$۲-\sqrt{۳}$	۰

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا با استفاده از مقدار $\sin ۳۰^\circ$، مقدار x را پیدا می‌کنیم:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{x}{۴x-۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۴x-۱ = ۲x \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}$$

گام دوم: حالا داریم:



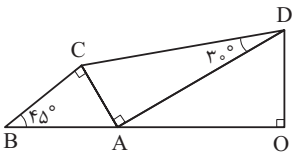
$$\cos ۳۰^\circ = \frac{OA}{AB} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \xrightarrow{AB=۱} OA = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

یه‌جور دیگه به کمک قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$OA = \sqrt{AB^۲ - OB^۲} = \sqrt{۱ - \frac{۱}{۴}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴ در شکل زیر، طول پاره‌خط **OB** کدام است؟ $(AD = ۲\sqrt{۶} - ۳\sqrt{۲})$



۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

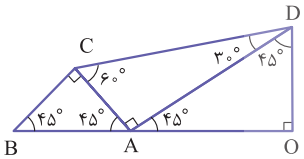
پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا تمام زوایای حادهٔ سه مثلث قائم‌الزاویهٔ AOD، CAD و BCA را به دست می‌آوریم:

$$\overset{\Delta}{CAD}: \hat{A} = ۹۰^\circ, \hat{D} = ۳۰^\circ \Rightarrow \hat{C} = ۶۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{BAC}: \hat{C} = ۹۰^\circ, \hat{B} = ۴۵^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۴۵^\circ$$

بنابراین در مثلث AOD نیز هر دو زاویهٔ حاده، ۴۵° درجه هستند:



گام دوم: در مثلث CAD، طول AD را x می‌گیریم و سعی می‌کنیم خواستهٔ سؤال را برحسب x به دست آوریم تا در نهایت، به جای x مقدار مفروض $۲\sqrt{۶} - ۳\sqrt{۲}$ را قرار دهیم:

$$AD = x \Rightarrow \begin{cases} \overset{\Delta}{AOD}: OA = AD\cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}x \\ \overset{\Delta}{CAD}: AC = AD\tan ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}x \\ \overset{\Delta}{ACB}: AB = \frac{AC}{\sin ۴۵^\circ} = \sqrt{۲}AC \xrightarrow{AC=\frac{\sqrt{۳}}{۳}x} AB = \frac{\sqrt{۶}}{۳}x \end{cases}$$

بنابراین داریم:

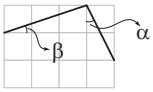
$$OB = OA + AB = \frac{\sqrt{۲}}{۲}x + \frac{\sqrt{۶}}{۳}x = \frac{۲\sqrt{۶} + ۳\sqrt{۲}}{۶}x$$

گام سوم: حالا کافی است به جای x، مقدار مفروض را قرار دهیم:

$$OB = \frac{(۲\sqrt{۶} + ۳\sqrt{۲})(۲\sqrt{۶} - ۳\sqrt{۲})}{۶} = \frac{۲۴ - ۱۸}{۶} = ۱$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵ در شکل زیر، حاصل $\sin\alpha\cos\beta$ کدام است؟ (مربع‌های کوچک هم‌نهشت‌اند.)

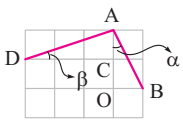


۱) $۰/۱\sqrt{۲}$
۲) $۰/۱\sqrt{۳}$
۳) $۰/۳\sqrt{۳}$
۴) $۰/۳\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ببینین زوایای α و β، تو کدوم مثلث‌های قائم‌الزاویه هستن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مطابق شکل زیر، مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ AOB و ACD را تشکیل می‌دهیم:



ابتدا طول وترهای این دو مثلث را پیدا می‌کنیم:

$$AB=\sqrt{۱^۲+۲^۲}=\sqrt{۵}$$

$$AD=\sqrt{۱^۲+۳^۲}=\sqrt{۱۰}$$

گام دوم: حالا براساس تعاریف سادهٔ نسبت‌های مثلثاتی داریم:

$$\begin{cases}\overset{\Delta}{AOB}:\sin\alpha=\dfrac{OB}{AB}=\dfrac{۱}{\sqrt{۵}}=\dfrac{\sqrt{۵}}{۵}\\ \overset{\Delta}{ACD}:\cos\beta=\dfrac{CD}{AD}=\dfrac{۳}{\sqrt{۱۰}}=\dfrac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}\end{cases}$$

در نهایت، خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{۳\sqrt{۵۰}}{۵۰}=\frac{۳\times۵\sqrt{۲}}{۵۰}=۰/۳\sqrt{۲}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

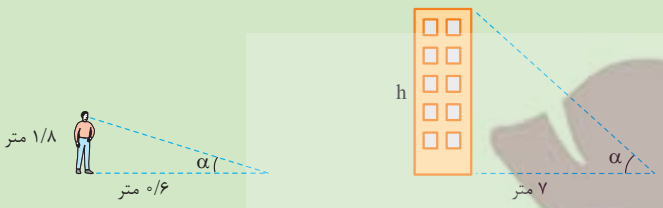
۶ فردی با قد ۱/۸ متر، می‌خواهد ارتفاع یک ساختمان را حساب کند. او در لحظه‌ای که طول سایهٔ خودش ۰/۶ متر است، طول سایهٔ ساختمان را ۷ متر اندازه می‌گیرد. ارتفاع ساختمان برحسب متر کدام است؟

زاویهٔ تابش نور به فرد و ساختمان برابر است.

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی دو مثلث جدا، برای فرد و سایه‌اش و هم‌چنین ساختمان و سایه‌اش رسم می‌کنیم:

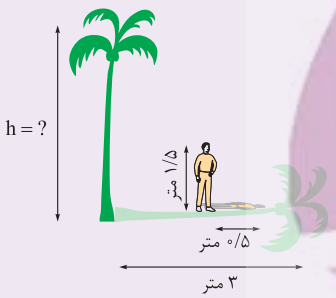


دقت کنید طبق فرض، زاویهٔ تابش به فرد و ساختمان باید یکسان باشد. $\tan\alpha$ در دو مثلث بالا را برابر قرار می‌دهیم:

$$\tan\alpha = \frac{۱/۸}{۰/۶} = \frac{h}{۷} \Rightarrow h = ۲۱ \text{ متر}$$

کتاب درسی

علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایهٔ آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱/۵ متر و طول سایهٔ او در همان لحظه ۰/۵ متر است. ارتفاع درخت چه‌قدر است؟ (ریاضی (۱) ـ تمرین ۱ صفحهٔ ۳۴ کتاب درسی)



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۷ مجموع جملات پنجم و هفتم دنبالهٔ هندسی ... , $-\frac{۱}{۲}$, ۱ , چند برابر جملهٔ ششم آن است؟

۱) -۵ ۲) $-\frac{۵}{۲}$ ۳) -۴ ۴) -۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی a_n با قدرنسبت q به صورت زیر است:

$$a_n = a_۱ q^{n-۱}$$

در واقع در دنبالهٔ هندسی داریم: $\frac{a_{n+۱}}{a_n} = q$ ، یعنی هر جمله q برابر جملهٔ قبلی‌اش است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در ابتدا قدرنسبت دنباله را پیدا می‌کنیم:

$$q = \frac{-\frac{۱}{۲}}{۱} = -\frac{۱}{۲}$$

از آن‌جا که جملهٔ اول برابر ۱ است، جملهٔ عمومی دنباله، $a_n = (-\frac{۱}{۲})^{n-۱}$ خواهد بود.

گام دوم: حالا جملات پنجم، ششم و هفتم را به دست می‌آوریم:

$$a_۵ = (-\frac{۱}{۲})^۴ = \frac{۱}{۱۶}$$

$$a_۶ = (-\frac{۱}{۲})^۵ = -\frac{۱}{۳۲}$$

$$a_۷ = (-\frac{۱}{۲})^۶ = \frac{۱}{۶۴}$$

و خواستهٔ سؤال برابر می‌شود با:

$$\frac{a_۵ + a_۷}{a_۶} = \frac{\frac{۱}{۱۶} + \frac{۱}{۶۴}}{-\frac{۱}{۳۲}} = \frac{\frac{۵}{۶۴}}{-\frac{۱}{۳۲}} = -\frac{۵}{۲}$$

کتاب درسی

از بین موارد زیر، دنباله‌های هندسی را مشخص کنید و قدرنسبت آن‌ها را بنویسید.

(ریاضی (۱) ـ تمرین ۱ (قسمت پ) صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی)

الف) ۷, ۲۸, ۱۱۲, ۴۴۸

ب) $۲\sqrt{۵}, ۴\sqrt{۵}, ۶\sqrt{۵}, ۸\sqrt{۵}, \ldots$

پ) $۱, \frac{-۱}{۲}, \frac{۱}{۴}, \frac{-۱}{۸}, \ldots$

ت) ۵, ۵, ۵, ۵, ...

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۸ جمله‌های پنجم و هشتم یک دنبالهٔ هندسی به ترتیب ۵ و -۴۰ هستند. جملهٔ اول این دنباله کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۵}{۳۲}$ ۴) $\frac{۵}{۱۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** جملهٔ عمومی دنباله را $a_n = a_۱q^{n-۱}$ در نظر می‌گیریم و در قدم اول، باید مقدار q را به دست آوریم:

$$\begin{cases} a_۵ = a_۱q^۴ = ۵ \\ a_۸ = a_۱q^۷ = -۴۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{a_۸}{a_۵} = q^۳ = -۸ \Rightarrow q = -۲$$

گام دوم: در هر کدام از معادله‌های بالا، مقدار q را جای‌گذاری کنیم، مقدار $a_۱$ به دست می‌آید:

$$\xrightarrow{a_۱q^۴=۵} ۱۶a_۱ = ۵ \Rightarrow a_۱ = \frac{۵}{۱۶}$$

امتحان نهایی

جمله‌های چهارم و هفتم یک دنبالهٔ هندسی به ترتیب ۲۴ و ۱۹۲ هستند. قدرنسبت دنباله را به دست آورید.

(سؤال ۴ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۹ بین ۳ و ۴۸، سه واسطهٔ هندسی قرار می‌دهیم. بزرگ‌ترین واسطه، چند برابر کوچک‌ترین واسطه می‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲

۳) $-\frac{\sqrt[۳]{۴}}{۸}$ ۴) $۴\sqrt[۳]{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

اگر بین a و b به تعداد n واسطه، چنان اضافه کنیم که $n+۲$ عدد حاصل، تشکیل دنبالهٔ هندسی دهند، واسطه‌های اضافه‌شده، واسطهٔ هندسی نامیده می‌شوند؛ در این صورت، قدرنسبت دنبالهٔ هندسی به‌دست‌آمده از معادلهٔ زیر به دست می‌آید:

$$q^{n+۱}=\frac{b}{a}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بر طبق درس‌باکس، قدرنسبت دنبالهٔ هندسی حاصل، از تساوی زیر به دست می‌آید:

$$q^{۴}=۱۶$$

بنابراین داریم:

$$q=\pm ۲$$

گام دوم: در هر حالت، واسطه‌ها را به دست می‌آوریم و نسبت بزرگ‌ترین به کوچک‌ترین واسطه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} q=۲: ۳,\overbrace{۶,۱۲,۲۴}^{\text{واسطه‌ها}},۴۸ \Rightarrow \dfrac{\text{بزرگ‌ترین واسطه}}{\text{کوچک‌ترین واسطه}}=\dfrac{۲۴}{۶}=۴ \\ q=-۲: ۳,-۶,۱۲,-۲۴,۴۸ \Rightarrow \dfrac{\text{بزرگ‌ترین واسطه}}{\text{کوچک‌ترین واسطه}}=\dfrac{۱۲}{-۲۴}=-\dfrac{۱}{۲} \end{cases}$$

کتاب درسی

در دنباله‌های هندسی زیر، قدرنسبت را مشخص کنید و دو جملهٔ بعدی را بنویسید. سپس جملهٔ عمومی هر دنباله را به دست آورید. *(ریاضی (۱) ـ کار در کلاس ۲ ـ صفحهٔ ۲۶ کتاب درسی)*

الف) $\overset{a_۱}{۲}, ۶, ۱۸, ۵۴, \boxed{۱۶۲}, \boxed{۴۸۶}, \ldots, a_n=۲\times ۳^{n-۱}$

$\times ۳ \quad \times ۳=r$

ب) $۵, ۱۰, ۲۰, ۴۰, \square, \square, \ldots, b_n=$

پ) $۶, -۶۰, ۶۰۰, -۶۰۰۰, \square, \square, \ldots, c_n=$

ت) $۴, ۲, ۱, \frac{۱}{۲}, \square, \square, \ldots, d_n=$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۰ دنبالهٔ $2x-1, 3x+y, x-2y, \ldots$ هم حسابی و هم هندسی است. حاصل $y-x$ کدام است؟

ثابت

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته تنها دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی است، دنبالهٔ ثابت است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: براساس نکتهٔ بالا، هر سه جملهٔ دنبالهٔ داده‌شده را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$2x-1=3x+y \Rightarrow x+y=-1$$

$$3x+y=x-2y \Rightarrow 2x+3y=0$$

گام دوم: دستگاه معادلات به دست آمده را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow x=-3 \ , \ y=2$$

در نتیجه $y-x=5$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۱ جملهٔ دهم دنبالهٔ حسابی $\sqrt{۳}+۲ , \sqrt{۱۲}+۱ , \ldots$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳۰۰}+۱$
۲) $\sqrt{۳۰۰}-۷$
۳) $\sqrt{۳۶۳}+۱$
۴) $\sqrt{۳۶۳}-۸$

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی a_n با قدرنسبت d به صورت زیر است:

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا قدرنسبت دنباله را حساب می‌کنیم:

$$d = \sqrt{۱۲}+۱-(\sqrt{۳}+۲) = ۲\sqrt{۳}+۱-\sqrt{۳}-۲ = \sqrt{۳}-۱$$

گام دوم: حالا مقدار جملهٔ دهم را حساب می‌کنیم:

$$a_{۱۰} = a_۱ + ۹d = \sqrt{۳}+۲+۹(\sqrt{۳}-۱) = ۱۰\sqrt{۳}-۷ = \sqrt{۳۰۰}-۷$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۲ مجموع و حاصل‌ضرب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی، به ترتیب $\sqrt{۵}$ و $\frac{\sqrt{۵}}{۲۷}$ هستند. قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $-\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ حسابی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$x-d, x, x+d$$

مجموع این سه جمله را برابر $\sqrt{۵}$ قرار می‌دهیم:

$$(x-d)+(x)+(x+d)=۳x=\sqrt{۵} \Rightarrow x=\frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

گام دوم: حالا حاصل‌ضرب جملات $\frac{\sqrt{۵}}{۳}-d$، $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ و $\frac{\sqrt{۵}}{۳}+d$ را برابر $\frac{\sqrt{۵}}{۲۷}$ قرار می‌دهیم:

$$\frac{\sqrt{۵}}{۳}(\frac{\sqrt{۵}}{۳}+d)(\frac{\sqrt{۵}}{۳}-d)=\frac{\sqrt{۵}}{۲۷}$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۹}-d^۲=\frac{۱}{۹} \Rightarrow d^۲=\frac{۴}{۹} \Rightarrow d=\pm\frac{۲}{۳}$$

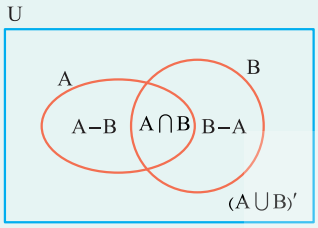
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۳ در یک کلاس آشپزی ۳۲نفره، ۲۲ نفر دختر هستند. اگر ۱۵ نفر از افراد این کلاس موفق به کسب مدرک آشپزی شوند، حداقل چند دختر توانسته‌اند مدرک بگیرند؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box **تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه:** نمودار ون دو مجموعهٔ A و B، در یک مجموعهٔ مرجع، مطابق شکل زیر است:



مطابق این نمودار داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A) + n(B) - ۲n(A \cap B)$$

پاسخ خیلی تشریحی در این کلاس ۱۰ نفر پسر هستند. اگر فرض کنیم همهٔ پسرها مدرک گرفته باشند، ۵ نفر باقی‌مانده که مدرک گرفته‌اند، قطعاً دختر هستند. این تعداد، حداقل تعداد دخترانی است که مدرک گرفته‌اند.

یه‌جور دیگه مجموعهٔ پسرانی که مدرک گرفته‌اند، B و مجموعهٔ دخترانی که مدرک گرفته‌اند را G می‌نامیم:

$$n(B) + n(G) = ۱۵$$

$$n(B) + n(B') = ۱۰$$

از طرفی داریم:

$$\Rightarrow ۱۵ - n(G) + n(B') = ۱۰ \Rightarrow n(G) = ۵ + n(B')$$

$$n(B') \geq ۰ \Rightarrow n(G) \geq ۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۴ متمم مجموعهٔ $[(A-B)'-B]\cup A$ کدام است؟

۱) A'
۲) $A'-B$
۳) $B'-A'$
۴) $B-A$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

قواعد جبر مجموعه‌ها:

۱) $\begin{cases} A\cup A'=U \\ A\cap A'=\varnothing \end{cases}$

۲) $A-B=A\cap B'$

قواعد جذب:

۳) $\begin{cases} A\cup(A\cap B)=A \\ A\cap(A\cup B)=A \end{cases}$

قواعد توزیع‌پذیری:

۴) $\begin{cases} A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C) \\ A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C) \end{cases}$

قوانین دمورگان:

۵) $\begin{cases} (A\cap B)'=A'\cup B' \\ (A\cup B)'=A'\cap B' \end{cases}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا عبارت داخل کروشه را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{cases} (A-B)'=(A\cap B')'=A'\cup B \\ (A-B)'-B=(A'\cup B)\cap B'=(A'\cap B')\cup\underbrace{(B\cap B')}_{\varnothing}=A'\cap B' \end{cases}$$

گام دوم: حالا می‌توانیم معادل مجموعهٔ داده‌شده را به دست آوریم:

$$[(A-B)'-B]\cup A=(A'\cap B')\cup A=\underbrace{(A'\cup A)}_{U}\cap(B'\cup A)=B'\cup A$$

گام سوم: خواستهٔ سؤال، متمم مجموعهٔ بالا است:

$$(B'\cup A)'=B\cap A'=B-A$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۵ با توجه به الگوی شکل‌های زیر، شکل شمارهٔ ۲۰۶، شامل چند پاره‌خط است؟



۱) ۱۹
۲) ۲۰
۳) ۲۱
۴) ۲۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته **مجموع‌های خاص:**

$$۱+۲+۳+...+n=\frac{n(n+۱)}{۲} \Rightarrow \begin{cases} ۲+۴+۶+...+۲n=n(n+۱) \\ ۱+۳+۵+...+(۲n-۱)=n^۲ \end{cases}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** دنبالهٔ تعداد پاره‌خط‌ها در شکل nاُم به صورت زیر است:

$$a_n: ۱,۲,۲,۳,۳,۳,۴,۴,۴,۴,۵,۵,۵,۵,۵,...$$

باید ببینیم که تا رسیدن به شکل ۲۰۶اُم، چند جمله از جملات دنبالهٔ $b_n=n$ به کار می‌رود. از نکتهٔ سؤال استفاده می‌کنیم:

$$۱+۲+۳+...+۱۹=\frac{۱۹\times۲۰}{۲}=۱۹۰$$

$$۱+۲+۳+...+۲۰=\frac{۲۰\times۲۱}{۲}=۲۱۰$$

گام دوم: مجموع‌های بالا نشان می‌دهد که شکل‌های ۱۹۱اُم تا ۲۱۰اُم، شامل ۲۰ پاره‌خط است، بنابراین شکل ۲۰۶اُم هم شامل ۲۰ پاره‌خط می‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۶ کوچک‌ترین جملهٔ دنبالهٔ a با جملهٔ عمومی $a_n = \frac{\sqrt{3n+1}}{2n-7}$ کدام است؟

۱) $-\frac{2}{5}$
۲) $-\frac{\sqrt{7}}{3}$
۳) $-\sqrt{10}$
۴) $-\sqrt{13}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint به مخرج دقت کنین.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: تنها جملات منفی دنباله، جملات اول تا سوم هستند، زیرا به ازای $n = 1,2,3$، مخرج منفی است. دقت کنید که علامت عبارت صورت همواره مثبت است.

گام دوم: بنابراین کافی است a_1، a_2 و a_3 را حساب کنید:

$$a_1 = \frac{\sqrt{4}}{-5} = -\frac{2}{5}$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{7}}{-3} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$a_3 = \frac{\sqrt{10}}{-1} = -\sqrt{10}$$

در نتیجه، کوچک‌ترین جمله، $-\sqrt{10}$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۷ جملهٔ عمومی دنبالهٔ a به صورت $a_n = \frac{n+۴}{۵}$ است. حاصل عبارت $\frac{۱}{a_۱a_۲} + \frac{۱}{a_۲a_۳} + \frac{۱}{a_۳a_۴} + ... + \frac{۱}{a_{۲۰}a_{۲۱}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۵}$ ۲) ۸ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته اگر قدرنسبت دنبالهٔ حسابی غیرثابت a_n برابر d باشد، داریم:

$$\frac{۱}{a_n a_{n+۱}} = \frac{۱}{d}\left(\frac{۱}{a_n} - \frac{۱}{a_{n+۱}}\right)$$

به کمک این رابطه نیز، می‌توانیم حاصل مجموع زیر را حساب کنیم:

$$\frac{۱}{a_۱a_۲} + \frac{۱}{a_۲a_۳} + \frac{۱}{a_۳a_۴} + ... + \frac{۱}{a_n a_{n+۱}} = \frac{۱}{d}\left(\frac{۱}{a_۱} - \frac{۱}{a_{n+۱}}\right)$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** دنبالهٔ a_n با قدرنسبت $\frac{۱}{۵}$ حسابی است و مطابق نکتهٔ بالا داریم:

$$\frac{۱}{a_۱a_۲} + \frac{۱}{a_۲a_۳} + ... + \frac{۱}{a_{۲۰}a_{۲۱}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۵}}\left(\frac{۱}{a_۱} - \frac{۱}{a_{۲۱}}\right) = ۵\left(\frac{۱}{a_۱} - \frac{۱}{a_{۲۱}}\right)$$

گام دوم: حالا کافی است $a_۱$ و $a_{۲۱}$ را حساب کنیم:

$$\begin{cases} a_۱ = \frac{۱+۴}{۵} = ۱ \\ a_{۲۱} = \frac{۲۱+۴}{۵} = ۵ \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع} = ۵\left(۱ - \frac{۱}{۵}\right) = ۴$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

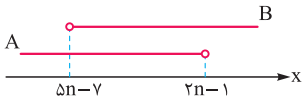
۱۸ اجتماع دو مجموعهٔ $A=(-\infty,2n-1)$ و $B=(5n-7,+\infty)$ برابر $\mathbb{R}$ است. اگر $n\in\mathbb{N}$ باشد، مجموعهٔ $A\cap B$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: برای این‌که $A\cup B$ برابر $\mathbb{R}$ باشد، لازم است که $2n-1$ از $5n-7$ بزرگ‌تر باشد؛ در واقع دو بازه باید مطابق شکل مقابل باشند:



پس داریم:

$$2n-1>5n-7 \Rightarrow 3n<6 \Rightarrow n<2$$

گام دوم: از آن‌جا که طبق فرض، n عددی طبیعی است، تنها مقدار $n=1$ قابل قبول است؛ در این صورت $A=(-\infty,1)$ و $B=(-2,+\infty)$ خواهد بود:

$$\Rightarrow A\cap B=(-\infty,1)\cap(-2,+\infty)=(-2,1)$$

این بازه شامل دو عدد صحیح است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۹ اگر بازهٔ $[۸,۴۰]$ زیرمجموعهٔ $A=\{x^۲+n \mid -۲\le x<n, n\in B\}$ باشد، مجموعهٔ B شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی

در حالت‌های مختلفی برای n، مسئله را بررسی می‌کنیم:

گام اول: اگر $-۲<n<۰$ باشد؛ در این صورت داریم:

$$n^۲<x^۲\le ۴ \xrightarrow{+n} n^۲+n<x^۲+n\le ۴+n$$

چون n منفی است، قطعاً $۴+n$ از ۴ کم‌تر است و اصلاً شامل اعداد بازهٔ $[۸,۴۰]$ نخواهد شد.

گام دوم: اگر $۰\le n\le ۲$ باشد:

$$۰\le x^۲\le ۴ \xrightarrow{+n} n\le x^۲+n\le ۴+n$$

برای این‌که بازهٔ $[n,۴+n]$ شامل بازهٔ $[۸,۴۰]$ باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} n\le ۸ \\ ۴+n\ge ۴۰ \Rightarrow n\ge ۳۶ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \varnothing$$

گام سوم: اگر $n>۲$ باشد:

$$۰\le x^۲<n^۲ \xrightarrow{+n} n\le x^۲+n<n^۲+n$$

برای این‌که بازهٔ $[n,n^۲+n)$ شامل بازهٔ $[۸,۴۰]$ باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} n\le ۸ \\ n^۲+n>۴۰ \end{cases}$$

گام چهارم: با توجه به شرط $۲<n\le ۸$، فقط اعداد صحیح ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ قابل قبول‌اند. آن‌ها را در نامساوی $n^۲+n>۴۰$ امتحان می‌کنیم:

$n=۳: ۳^۲+۳=۱۲\not>۴۰$ ✗

$n=۴: ۴^۲+۴=۲۰\not>۴۰$ ✗

$n=۵: ۵^۲+۵=۳۰\not>۴۰$ ✗

$n=۶: ۶^۲+۶=۴۲>۴۰$ ✓

$n=۷: ۷^۲+۷=۵۶>۴۰$ ✓

$n=۸: ۸^۲+۸=۷۲>۴۰$ ✓

پس مجموعهٔ B، شامل سه عدد صحیح ۶، ۷ و ۸ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۰ به ازای $x \in (a,b)$، تعداد اعداد صحیح عضو بازهٔ $(x, 2x-1)$ برابر ۱ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

باید دسته‌بندی کنیم، هر حالت را در یک گام جداگانه بررسی می‌کنیم.

گام اول: الف) x عددی صحیح باشد، آن‌گاه $2x-1$ نیز عددی صحیح است و بازهٔ $(x, 2x-1)$ زمانی شامل یک عدد صحیح است که طول بازه برابر ۲ باشد:

$$2x-1-x=2 \Rightarrow x=3 \quad \checkmark$$

گام دوم: ب) $2x-1$ عددی صحیح باشد، یعنی عدد x به فرم $k+\frac{1}{2}$ باشد که در آن $k \in \mathbb{Z}$ است؛ در این صورت بازهٔ $(x, 2x-1)$ زمانی شامل یک عدد صحیح است که طول بازه برابر $\frac{3}{2}$ باشد:

$$2(k+\frac{1}{2})-1-(k+\frac{1}{2})=\frac{3}{2} \Rightarrow k-\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \Rightarrow k=2$$

یعنی $x=\frac{5}{2}$ باشد.

گام سوم: پ) هیچ‌کدام از اعداد x و $2x-1$ صحیح نباشند؛ در این صورت اگر تنها عدد صحیح عضو بازهٔ $(x, 2x-1)$ را m بگیریم، باید نامساوی‌های زیر برقرار باشند:

$$m-1<x<m<2x-1<m+1 \Rightarrow \begin{cases} x<m<x+1 \xrightarrow{\times(-2)} -2x-2<-2m<-2x \\ 2x-2<m<2x-1 \end{cases}$$

حالا طرفین نامساوی‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$\Rightarrow -4<-m<-1 \Rightarrow 1<m<4$$

اعداد صحیح ۲ و ۳ برای m قابل قبول‌اند:

- $m=2: 1<x<2<2x-1<3 \Rightarrow \begin{cases} 1<x<2 \\ 2<2x-1<3 \Rightarrow \frac{3}{2}<x<2 \end{cases} \quad \checkmark$
- $m=3: 2<x<3<2x-1<4 \Rightarrow \begin{cases} 2<x<3 \\ 3<2x-1<4 \Rightarrow 2<x<\frac{5}{2} \end{cases} \quad \checkmark$

گام چهارم: در نتیجه مجموعهٔ مقادیر قابل قبول برای x برابر است با:

$$(\frac{3}{2},2) \cup (2,\frac{5}{2}] \cup \{3\}$$

پس اگر بازه‌ای به فرم (a,b) زیرمجموعهٔ بالا باشد، بیشترین مقدار طول این بازه برابر $\frac{1}{2}$ است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۱ **نقیض کدام‌یک از گزاره‌های زیر به درستی نوشته شده است؟**

۱) گزاره: هر لوزی یک مربع است. نقیض: هر مربع یک لوزی است.

۲) گزاره: مستطیلی وجود دارد که مربع نیست. نقیض: همهٔ مستطیل‌ها، مربع هستند.

۳) گزاره: مثلثی با دو زاویهٔ قائمه وجود ندارد. نقیض: همهٔ مثلث‌ها دو زاویهٔ قائمه دارند.

۴) گزاره: همهٔ فلزات جامدند. نقیض: جیوه تنها فلز غیرجامد است.

مشاوره این سؤال از مبحث گزاره و نقیض آن طراحی گردیده و تمامی گزینه‌ها از تمرین ۴ صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی انتخاب شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

گزاره جمله‌ای خبری است که دقیقاً درست یا نادرست می‌باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد.

ارزش نقیض یک گزاره دقیقاً مخالف ارزش آن گزاره است. به چند مثال زیر برای نقیض گزاره‌ها توجه کنید:

الف) گزاره: تهران پایتخت ایران است. نقیض گزاره: تهران پایتخت ایران نیست.

ب) گزاره: مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی 360° است.

نقیض گزاره: چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 360° نیست.

پ) گزاره: مربعی وجود دارد که لوزی نیست.

نقیض گزاره: همهٔ مربع‌ها لوزی هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

نقیض هر کدام از گزاره‌ها را می‌نویسیم:

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): لوزی وجود دارد که مربع نیست.

گزینهٔ (۲): همهٔ مستطیل‌ها مربع هستند.

گزینهٔ (۳): مثلثی با دو زاویهٔ قائمه وجود دارد (مثلثی وجود دارد که دو زاویهٔ قائمه داشته باشد).

گزینهٔ (۴): فلزی وجود دارد که جامد نیست.

بنابراین تنها نقیض گزارهٔ گزینهٔ (۲) درست نوشته شده است.

کتاب درسی

نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید. *(هندسه (۱) ـ تمرین ۴ صفحهٔ ۲۷ کتاب درسی)*

الف) هر لوزی یک مربع است.

ب) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست.

پ) مثلثی با دو زاویهٔ قائمه وجود ندارد.

ت) همهٔ فلزات جامدند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۲ نقاط A و B به فاصلهٔ ۸ سانتی‌متر از هم قرار دارند. به ازای کدام مقادیر x و y، تنها یک نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصلهٔ x و از B به فاصلهٔ y باشد؟

۱) $x = ۶$ و $y = ۴$

۲) $x = ۵$ و $y = ۵$

۳) $x = ۹$ و $y = ۳$

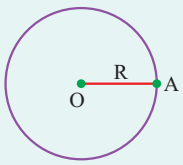
۴) $x = ۱۰$ و $y = ۲$

مشاوره این سؤال از مبحث ترسیمات هندسی و زیرموضوع نقاط متساوی‌الفاصله از یک نقطه و مشابه کار در کلاس ۳ صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی طراحی شده است. دقت کنید که در کار در کلاس صفحهٔ ۱۱، امکان‌پذیربودن و روش رسم مثلث بررسی می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

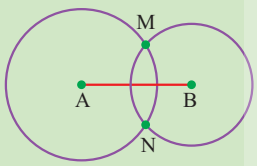
Hint دو دایره در صورتی تنها یک نقطهٔ مشترک دارند که بر هم مماس باشند.

درس Box مجموعهٔ نقاطی از صفحه که از نقطهٔ O واقع در آن صفحه به فاصلهٔ ثابت R باشند، روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع R قرار دارند.

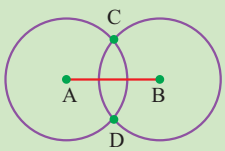


پاسخ خیلی تشریحی گزینه‌ها را به طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم:

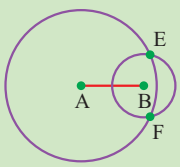
گزینهٔ (۱): اگر $x = ۶$ و $y = ۴$ باشد، دو دایره در دو نقطهٔ M و N متقاطع می‌شوند.



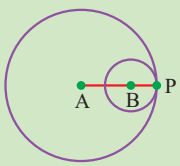
گزینهٔ (۲): اگر $x = y = ۵$ باشد، دو دایره در دو نقطهٔ C و D متقاطع می‌شوند.



گزینهٔ (۳): اگر $x = ۹$ و $y = ۳$ باشد، دو دایره در دو نقطهٔ E و F متقاطع می‌شوند.



گزینهٔ (۴): اگر $x = ۱۰$ و $y = ۲$ باشد، دو دایره در نقطهٔ P بر هم مماس می‌شوند، پس تنها یک نقطه در صفحه پیدا می‌شود که از A به فاصلهٔ ۱۰ و از B به فاصلهٔ ۲ باشد.



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

کتاب درسی نقاط A و B به فاصلهٔ ۷ سانتی‌متر از هم قرار دارند. نقطه‌ای پیدا کنید که فاصله‌اش از نقطهٔ A برابر ..... و از نقطهٔ B برابر ..... باشد. *(هندسه (۱) ـ کار در کلاس ۳ صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی)*

جاهای خالی را به گونه‌ای کامل کنید که مسئلهٔ زیر:

الف) دو جواب داشته باشد. ب) یک جواب داشته باشد. پ) جواب نداشته باشد.

۲۳ مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقینی به مساحت ۱۶ مفروض است. برای رسم عمودمنصف وتر این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد باز کرد؟

۱) $۲\sqrt{۲}$

۲) ۴

۳) $۴\sqrt{۲}$

۴) ۸

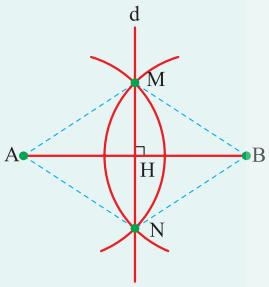
مشاوره این سؤال از مبحث ترسیمات هندسی و مشابه سؤال ۲۶ کنکور ریاضی داخل مرحلهٔ اول ۱۴۰۴ طراحی شده است و به روش رسم عمودمنصف یک پاره‌خط می‌پردازد.

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint برای رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، باید دهانهٔ پرگار را بیشتر از نصف طول پاره‌خط باز کرد.

درس Box

روش رسم عمودمنصف یک پاره‌خط:

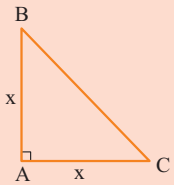


برای رسم عمودمنصف پاره‌خط AB، ابتدا دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ بیشتر از نصف طول این پاره‌خط باز می‌کنیم و دو کمان با شعاع‌های برابر، یکی به مرکز A و دیگری به مرکز B رسم می‌نماییم تا یکدیگر را در نقاط M و N قطع کنند.

با توجه به یکسان‌بودن شعاع دو دایره $MA = MB$ و $NA = NB$، پس نقاط M و N روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند، بنابراین برای رسم عمودمنصف پاره‌خط AB، کافی است خط گذرنده از دو نقطهٔ M و N را رسم کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ABC که در آن $\hat{A} = ۹۰^\circ$ و $AB = AC = x$ باشد را در نظر بگیرید. طبق فرض مساحت این مثلث برابر ۱۶ است، بنابراین داریم:



$$S_{ABC} = ۱۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲} AB \times AC = ۱۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲} x^۲ = ۱۶$$

$$\Rightarrow x^۲ = ۳۲ \xrightarrow{x>۰} x = ۴\sqrt{۲}$$

گام دوم: طبق قضیهٔ فیثاغورس در این مثلث، می‌توان نوشت:

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = (۴\sqrt{۲})^۲ + (۴\sqrt{۲})^۲ = ۶۴ \Rightarrow BC = ۸$$

گام سوم: برای رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، کافی است دهانهٔ پرگار را بیشتر از نصف طول آن پاره‌خط باز کنیم، بنابراین باید دهانهٔ پرگار حداقل بیشتر از ۴ واحد باز شود.

کنکور مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه‌ای بر دایره‌ای به شعاع $\sqrt{۲}$ محیط شده است. برای رسم عمودمنصف یکی از ساق‌های این مثلث، باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از کدام عدد زیر باز کرد؟ *(سؤال ۲۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) $۲ - \sqrt{۲}$

۲) $۲ + \sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۲} - ۱$

۴) $\sqrt{۲} + ۱$

۲۴ **کدام‌یک از احکام کلی زیر مثال نقض ندارد؟**

۱) در هر مثلث، مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه، بزرگ‌تر یا مساوی ۱۲۰° است.

۲) در چندضلعی‌ای که همهٔ زوایای آن برابر باشند، تمام اضلاع هم‌اندازه‌اند.

۳) چهارضلعی‌ای که قطرهایش هم‌اندازه و عمود بر هم باشند، مربع است.

۴) چهارضلعی‌ای که چهار زاویهٔ مساوی دارد، مستطیل است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

مثال نقض: به مثالی که نشان می‌دهد یک نتیجه‌گیری کلی یا حدس کلی نادرست است، مثال نقض گفته می‌شود. به عنوان مثال برای حکم کلی «نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث همواره درون آن مثلث قرار دارد. می‌توان مثلث قائم‌الزاویه را به عنوان مثال نقض مطرح کرد، چون نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع آن روی مثلث (وسط وتر) واقع است.

تذکر: ارائهٔ مثال فقط برای ردکردن یک حکم کلی استفاده می‌شود و برای اثبات یک حکم کلی نمی‌توان از مثال استفاده کرد.

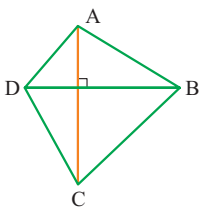
پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مثلثی با زوایای ۹۰°، ۸۰° و ۱۰°، مثال نقضی برای این حکم کلی است، چون مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویهٔ آن برابر ۱۰۰° بوده و از ۱۲۰° کم‌تر است.

گزینهٔ (۲): مستطیل دارای چهار زاویهٔ برابر است ولی تمام اضلاع مستطیل، اندازهٔ برابر ندارند، پس مستطیل یک مثال نقض برای این حکم کلی است.

گزینهٔ (۳): در چهارضلعی ABCD مطابق شکل زیر، قطرهای AC و BD هم‌اندازه و بر هم عمودند، ولی این چهارضلعی مربع نیست، پس چهارضلعی ABCD مثال نقضی برای حکم کلی است.



گزینهٔ (۴): مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی برابر ۳۶۰° است، پس وقتی یک چهارضلعی دارای چهار زاویهٔ برابر باشد، تمام زوایای آن برابر ۹۰° هستند و در نتیجه این چهارضلعی مستطیل است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

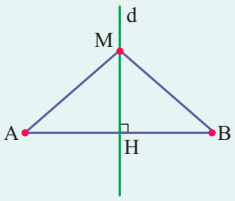
۲۵ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، $\hat{A} = ۹۰^\circ$ ، $AB = ۳$ و $AC = ۴$ است. اگر عمودمنصف وتر BC، امتداد ضلع AB را در نقطهٔ M قطع کند، آن‌گاه اندازهٔ پاره‌خط AM کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۷}{۶}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

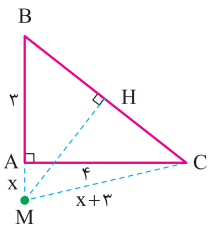
Hint نقطهٔ M از دو رأس B و C به یک فاصله است.

درس Box هر نقطهٔ واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.



$M \in AB$ عمودمنصف $\Leftrightarrow MA = MB$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** عمودمنصف ضلع BC را رسم می‌کنیم تا امتداد ضلع AB را در نقطهٔ M قطع کند. نقطهٔ M روی عمودمنصف ضلع BC قرار دارد، پس $MB = MC$. اگر اندازهٔ پاره‌خط AM را با x نمایش دهیم، آن‌گاه:



$MC = MB = AM + AB = x + ۳$

گام دوم: طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AMC داریم:

$$MC^۲ = AM^۲ + AC^۲ \Rightarrow (x+۳)^۲ = x^۲ + ۴^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۶x + ۹ = x^۲ + ۱۶$$

$$\Rightarrow ۶x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۶}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۶ در مثلث ABC، $AB+BC=2AC$ و $AB<BC$ است. کدام نتیجه‌گیری در مورد این مثلث همواره درست است؟

۱) $\hat{A}>90^\circ$

۲) $\hat{B}>60^\circ$

۳) $\hat{C}<60^\circ$

۴) $\hat{B}=60^\circ$

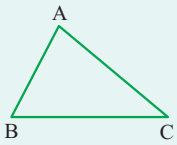
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

از قضیهٔ ضلع برتر برای مقایسهٔ زوایای این مثلث برحسب اندازهٔ اضلاع آن استفاده کنید.

درس Box

قضیهٔ ضلع برتر: اگر در یک مثلث، دو ضلع نابرابر باشند، زاویهٔ مقابل به ضلع بزرگ‌تر از زاویهٔ مقابل به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.



$$BC>AB \Rightarrow \hat{A}>\hat{C}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با استفاده از روابط داده‌شده در فرض سؤال داریم:

$$AB<BC \xrightarrow{+AB} 2AB<\underbrace{AB+BC}_{2AC} \Rightarrow 2AB<2AC \Rightarrow AB<AC \quad (1)$$

$$AB<BC \xrightarrow{+BC} \underbrace{AB+BC}_{2AC}<2BC \Rightarrow 2AC<2BC \Rightarrow AC<BC \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow AB<AC<BC$$

گام دوم: با توجه به نتیجهٔ گام اول و براساس قضیهٔ ضلع برتر داریم:

$$\left.\begin{array}{l} AB<AC \Rightarrow \hat{C}<\hat{B} \\ AB<BC \Rightarrow \hat{C}<\hat{A} \end{array}\right\} \xrightarrow{+} 2\hat{C}<\hat{A}+\hat{B} \xrightarrow{+\hat{C}} 3\hat{C}<\underbrace{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}}_{180^\circ}$$

$$\Rightarrow \hat{C}<60^\circ$$

بنابراین رابطهٔ گزینهٔ (۳) همواره درست است.

گام سوم: مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC که در آن $\hat{A}=90^\circ$، $AB=3$، $AC=4$ و $BC=5$ باشد، مثال نقضی برای گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) است، چون در این مثلث $\hat{A}=90^\circ$ و $\hat{B}<60^\circ$.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۷ در مثلث ABC، $\hat{A}=80^\circ$ و $\hat{B}=60^\circ$ است. اگر ارتفاع‌های AH، BK و CL در نقطهٔ O همرس باشند، آن‌گاه کدام رابطهٔ زیر درست است؟

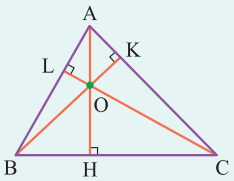
۱) $OC > OB > OA$
۲) $OA > OB > OC$
۳) $OC > OA > OB$
۴) $OB > OC > OA$

پاسخ: گزینهٔ ۱

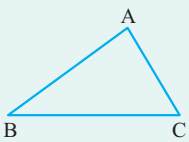
Hint اندازهٔ زوایا را در هر یک از مثلث‌های OAB، OAC و OBC پیدا کنید.

درس Box

۱) ارتفاع‌های هر مثلث در یک نقطه همرس‌اند. این نقطه بسته به اندازهٔ زوایای مثلث می‌تواند درون مثلث، بیرون مثلث و یا روی آن باشد.



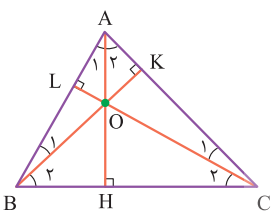
۲) **قضیهٔ زاویهٔ برتر:** اگر در یک مثلث، دو زاویه نابرابر باشند، آن‌گاه ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.



$\hat{C} > \hat{B} \Rightarrow AB > AC$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: طبق فرض $\hat{A}=80^\circ$ و $\hat{B}=60^\circ$ است. با توجه به این‌که زاویه‌های این مثلث حاده است، پس محل برخورد ارتفاع‌ها درون مثلث است. مطابق شکل در مثلث‌های ABH، ABK و BCL داریم:



$\overset{\Delta}{ABH}: \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{H} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$

$\overset{\Delta}{ABK}: \hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{K} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 180^\circ - (80^\circ + 90^\circ) = 10^\circ$

$\Rightarrow \hat{B}_2 = 60^\circ - 10^\circ = 50^\circ$

$\overset{\Delta}{BCL}: \hat{B} + \hat{C}_2 + \hat{L} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$

گام دوم: طبق قضیهٔ زاویهٔ برتر در مثلث‌های OAB و OBC داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{OAB}: \hat{A}_1 > \hat{B}_1 \Rightarrow OB > OA \\ \overset{\Delta}{OBC}: \hat{B}_2 > \hat{C}_2 \Rightarrow OC > OB \end{array}\right\} \Rightarrow OC > OB > OA$$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۸ در مثلث ABC، O نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی است. اگر زوایای AOB، AOC و BOC به ترتیب با اعداد ۴، ۵ و ۶ متناسب باشند، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ C در مثلث ABC چند درجه است؟

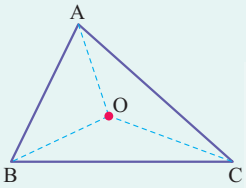
۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint مجموع زوایای AOB، AOC و BOC، برابر 360° است.

درس Box

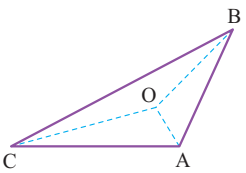
۱) نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث همرس‌اند. این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.



۲) زاویهٔ بین نیمسازهای داخلی هر دو زاویهٔ دلخواه در یک مثلث، برابر است با 90° به اضافهٔ نصف اندازهٔ زاویهٔ سوم. به عنوان مثال اگر در شکل فوق، BO و CO به ترتیب نیمسازهای داخلی زوایای B و C باشند، آن‌گاه $B\hat{O}C = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: مطابق شکل اگر O نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث ABC باشد، آن‌گاه مجموع زوایای AOC ،AOB و BOC برابر 360° است، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} A\hat{O}B = 4x \\ A\hat{O}C = 5x \\ B\hat{O}C = 6x \end{cases} \Rightarrow 4x + 5x + 6x = 360^\circ \Rightarrow 15x = 360^\circ \Rightarrow x = 24^\circ$$

بنابراین $A\hat{O}B = 4 \times 24^\circ = 96^\circ$ است.

گام دوم: طبق مورد (۲) درس‌باکس برای زاویهٔ AOB داریم:

$$A\hat{O}B = 90^\circ + \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow 96^\circ = 90^\circ + \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow \frac{\hat{C}}{2} = 6^\circ \Rightarrow \hat{C} = 12^\circ$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

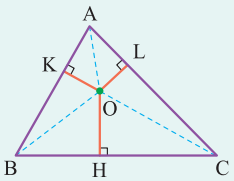
۲۹ در مثلث متساوی‌الساقین ABC $(AB = AC)$، طول ساق و قاعده به ترتیب برابر ۵ و ۶ است. اگر O نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث و فاصلهٔ O از ضلع BC برابر $\frac{۷}{۸}$ باشد، مجموع محیط‌های سه مثلث OAB، OAC و OBC کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۳۳/۵ ۳) ۳۴/۷۵ ۴) ۳۶

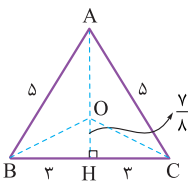
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint فاصلهٔ نقطهٔ O از دو رأس B و C، برابر اندازهٔ پاره‌خط OA است.

درس Box عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث همواره در یک نقطه همرس‌اند و این نقطه از سه رأس مثلث به یک فاصله قرار دارد، بنابراین اگر O نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC باشد، آن‌گاه $OA = OB = OC$.



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** نقطهٔ O نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC است، بنابراین روی عمودمنصف ضلع BC قرار دارد. از طرفی در مثلث متساوی‌الساقین ABC، عمودمنصف قاعدهٔ BC، بر میانه و ارتفاع نظیر این ضلع منطبق است، بنابراین مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویهٔ OBH داریم:



$$OB^۲ = OH^۲ + BH^۲ = (\frac{۷}{۸})^۲ + ۳^۲ = \frac{۴۹}{۶۴} + ۹ = \frac{۴۹}{۶۴} + \frac{۵۷۶}{۶۴} = \frac{۶۲۵}{۶۴} \Rightarrow OB = \frac{۲۵}{۸}$$

گام دوم: می‌دانیم نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها در هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است، پس:

$$OA = OB = OC = \frac{۲۵}{۸}$$

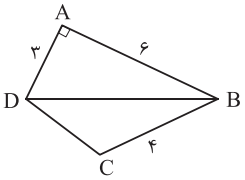
گام سوم: مجموع محیط‌های سه مثلث OAB، OAC و OBC را محاسبه می‌کنیم:

$$\overset{\Delta}{OAB}\text{ محیط} + \overset{\Delta}{OAC}\text{ محیط} + \overset{\Delta}{OBC}\text{ محیط} = (OA + OB + AB) + (OA + OC + AC) + (OB + OC + BC)$$

$$= ۶OA + (AB + AC + BC) = ۶ \times \frac{۲۵}{۸} + (۵ + ۵ + ۶) = \frac{۷۵}{۴} + ۱۶ = \frac{۱۳۹}{۴} = ۳۴/۷۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۰ در شکل زیر، اگر $\hat{A} = ۹۰^\circ$ و BD نیمساز زاویهٔ B در چهارضلعی ABCD باشد، مساحت این چهارضلعی کدام است؟



۱) ۱۲

۲) ۱۵

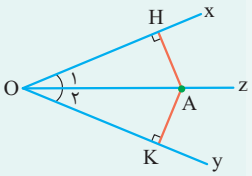
۳) ۱۶

۴) ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

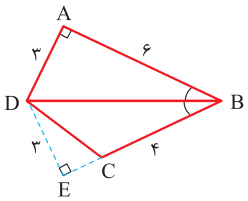
Hint از رأس D عمودی بر امتداد BC رسم کنید.

درس Box هر نقطهٔ واقع بر نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه فاصله‌ای برابر داشته باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.



$$\hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \Leftrightarrow AH = AK$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: مطابق شکل از رأس D عمودی بر امتداد BC رسم می‌کنیم تا آن را در نقطهٔ E قطع کند. طبق فرض BD نیمساز زاویهٔ B است، پس D روی نیمساز زاویهٔ B قرار دارد و در نتیجه از دو ضلع AB و BC به یک فاصله است، یعنی $DE = DA = ۳$.



گام دوم: مساحت هر یک از دو مثلث ABD و CBD را محاسبه می‌کنیم.

$$S_{ABD} = \frac{۱}{۲} AD \times AB = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۶ = ۹$$

$$S_{CBD} = \frac{۱}{۲} DE \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴ = ۶$$

گام سوم: مساحت چهارضلعی ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{CBD} = ۹ + ۶ = ۱۵$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۱ کدام موارد درست هستند؟

الف) در مدل‌سازی سقوط یک ورق کاغذ از بالای ساختمان تا رسیدن به سطح زمین، می‌توان از نیروی مقاومت هوا چشم‌پوشی کرد.

ب) در مدل‌سازی پرتوهای نور فرودی از خورشید به یک درخت روی سطح زمین، می‌توان این پرتوها را موازی در نظر گرفت.

پ) این‌که مدل‌های اتمی همواره معتبر نیستند و با گذشت زمان تغییر می‌کنند، نقطهٔ ضعف علم فیزیک است.

ت) باید قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی، توسط آزمایش، مورد آزمون قرار گیرند.

۱) «الف» و «ب»
۲) «ب» و «ت»
۳) «الف» و «پ»
۴) «پ» و «ت»

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

جملات بسیار مهم کتاب درسی:

۱) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، **نقطهٔ قوت** دانش فیزیک است.

۲) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی نقش مهمی در **پیشرفت دانش و تکامل ما از جهان** داشته است.

۳) نظریه‌های فیزیکی در طول زمان، همواره معتبر **نیستند**، مانند مدل اتمی که به تدریج تکامل یافت.

نکاتی که در مورد مدل‌سازی بهتر است در خاطر داشته باشید:

در مدل‌سازی بعضی عوامل را معمولاً **در نظر می‌گیریم.**	مثل وزن یا همان نیروی گرانشی
در مدل‌سازی بعضی عوامل را معمولاً **در نظر نمی‌گیریم.**	مثل تغییر وزن در اثر تغییر ارتفاع
بعضی از عوامل را با توجه به شرایط **گاهی اوقات در نظر می‌گیریم، گاهی اوقات در نظر نمی‌گیریم.**	**مثل نیروی مقاومت هوا در مقابل سقوط یک جسم**

پدیده	**نکاتی که در مدل‌سازی باید مورد توجه قرار دهید.**
حرکت توپ بسکتبال	مقاومت هوا را در نظر نمی‌گیریم.
سقوط برگ درخت	مقاومت هوا را در نظر می‌گیریم و همواره این مقاومت هوا از نیروی وزن کم‌تر است.
خورشید	نور خورشید و منابع گستردهٔ بسیار دور، با این‌که واگرا هستند، ولی آن‌ها را به صورت موازی مدل‌سازی می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

تک‌تک موارد را با توجه به درس‌باکس، بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست، زیرا نیروی مقاومت در این پدیده تأثیرگذار است.

ب) درست

پ) نادرست، زیرا ویژگی اصلاح‌پذیری نظریات فیزیکی نقطه قوت فیزیک است.

ت) درست

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۳۲ یکای فرعی انرژی، برحسب یکاهای اصلی کدام است؟

۱) $\frac{kg.m^2}{s}$
۲) $\frac{kg}{m.s^2}$
۳) $\frac{kg.m^2}{s^2}$
۴) $\frac{kg.m}{s^2}$

مشاوره این سؤال برگرفته از جدول ۱ ـ ۲ کتاب درسی فیزیک دهم است. بیان یکای فرعی کمیت‌ها در کنکور تجربی نوبت دوم ۱۴۰۳ و هم‌چنین در کنکور خارج از کشور ریاضی ۱۴۰۰ مطرح شده است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

برای تعیین یکای فرعی در SI باید یک رابطهٔ فیزیکی را انتخاب کنیم که کمیت موردنظر، در آن رابطه وجود داشته باشد. سپس یکای کمیت موردنظر را بر اساس یکاهای سایر کمیت‌های موجود در رابطه، پیدا می‌کنیم. هر کمیتی را که می‌خواهیم یکای فرعی آن را در SI بنویسیم، داخل کروشه قرار می‌دهیم.

کمیت‌های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی (SI)

کمیت	نام یکا	نمادیکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلوین	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

چند مثال از یکاهای فرعی دستگاه بین‌المللی (SI)

کمیت	نام یکا	یکای فرعی برحسب یکاهای اصلی
تندی و سرعت شتاب	متر بر ثانیه (m/s)	m/s
شتاب	متر بر مربع ثانیه (m/s^2)	m/s^2
نیرو	نیوتون (N)	$kg.m/s^2$
فشار	پاسکال (Pa)	kg/ms^2
انرژی	ژول (J)	$kg.m^2/s^2$

پاسخ خیلی تشریحی برای پی‌بردن به یکای فرعی انرژی، از معروف‌ترین رابطهٔ انرژی یعنی انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow [\text{انرژی}]=kg\times(\frac{m}{s})^2=\frac{kg.m^2}{s^2}$$

کنکور یکای فرعی توان، کدام است؟ (سؤال ۴۶ کنکور تجربی ۱۴۰۳ ـ نوبت دوم)

۱) $\frac{kg.m^2}{s^3}$
۲) $\frac{kg.m^2}{s}$
۳) $\frac{kg.m}{s^3}$
۴) $\frac{kg.m}{s}$

۳۳ فاصلهٔ یک ستاره از کرهٔ زمین، $۳/۶۵\times۱۰^{۹}\,km$ است. این فاصله، چند سال نوری است؟ (تندی نور را در خلأ، $۳\times۱۰^{۸}\,m/s$ بگیرید.)

۱) $\frac{۱}{۲۵۹۲}$
۲) $\frac{۱}{۲۹۵۲}$
۳) $\frac{۱}{۵۲۹۲}$
۴) $\frac{۱}{۵۹۲۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint کافیه فاصلهٔ ستاره از زمین رو بر مسافتی که نور در یک سال طی می‌کنه، تقسیم کنی.

درس Box

روش تبدیل زنجیره‌ای یکاها:

۱) در این روش، اندازهٔ کمیت را در یک یا چند **ضریب تبدیل**، ضرب می‌کنیم. هر ضریب تبدیل، به صورت یک کسر می‌باشد که برابر عدد یک است و می‌دانیم ضرب‌کردن هر کمیت در عدد یک، اندازهٔ آن کمیت را تغییر نمی‌دهد. ذکر یکاها در صورت و مخرج ضریب تبدیل الزامی است و باید به گونه‌ای انتخاب شوند که ما را به یکای موردنظر برسانند.

۲) مسافت طی‌شده در مدت زمان Δt با تندی v، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $\ell = v\Delta t$

ℓ: مسافت طی‌شده (m)

v: تندی (m/s)

Δt: مدت‌زمان (s)

مسافتی را که نور در مدت یک سال در خلأ می‌پیماید یک سال نوری می‌نامند و آن را با نماد ly نمایش می‌دهند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا مسافت ستاره از زمین را در SI محاسبه می‌کنیم:

$$۳/۶۵\times۱۰^{۹}\ km\times\frac{۱۰^{۳}\,m}{۱\,km}=۳/۶۵\times۱۰^{۱۲}\,m$$

گام دوم: یک سال را برحسب ثانیه به دست می‌آوریم:

$$۱\ year=۳۶۵\ day\frac{۲۴\ h}{۱\ day}\times\frac{۶۰\ min}{۱\ h}\times\frac{۶۰\ s}{۱\ min}$$

$$۱\ year=۳۶۵\times۲۴\times۶۰\times۶۰$$

حالا از رابطهٔ مطرح‌شده در درس‌باکس، مسافت طی‌شده توسط نور در یک سال را به دست می‌آوریم:

$$\ell=v\Delta t\xrightarrow[\Delta t=۳۶۵\times۲۴\times۶۰\times۶۰\,s]{v=۳\times۱۰^{۸}\,m/s}ly=۳\times۱۰^{۸}\times۳۶۵\times۲۴\times۶۰\times۶۰\,m$$

گام سوم: حالا کافی است تا فاصله ستاره به مسافت طی شده توسط نور در یک سال را تقسیم کنیم.

$$d=۳/۶۵\times۱۰^{۱۲}\,m\times\frac{۱\,ly}{۳\times۱۰^{۸}\times۳۶۵\times۲۴\times۶۰\times۶۰}=\frac{۱}{۲۵۹۲}\,ly$$

کتاب درسی

الف) یکای نجومی برابر میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است $(۱\,AU\simeq۱/۵۰\times۱۰^{۱۱}\,m)$. با توجه به جدول ۱ ـ ۳، فاصلهٔ منظومهٔ شمسی تا نزدیک‌ترین ستاره، برحسب یکای نجومی چقدر است؟

ب) مسافتی را که نور در مدت یک سال در خلأ می‌پیماید یک سال نوری می‌نامند و آن را با نماد ly نمایش می‌دهند. این فاصله را برحسب متر محاسبه کنید. تندی نور را در خلأ $۳/۰۰\times۱۰^{۸}$ متر بر ثانیه بگیرید.

پ) اختروش‌ها دورترین اجرام شناخته‌شده از منظومهٔ شمسی هستند و به عبارتی در دورترین محل قابل مشاهدهٔ کیهان قرار دارند. فاصلهٔ اختروش‌ها از منظومهٔ شمسی $۱/۰۰\times۱۰^{۲۶}$ متر برآورد شده است. این فاصله را برحسب سال نوری بیان کنید. *(فیزیک (۱) ـ تمرین ۱ ـ ۱ صفحهٔ ۸ کتاب درسی)*

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۴ **در کدام‌یک از گزینه‌های زیر، کمیت برداری وجود ندارد؟**

۱) طول، دما، وزن، جریان الکتریکی

۲) سرعت، جرم، زمان، مقدار ماده

۳) تندی، شتاب، طول، مقدار ماده

۴) تندی، جریان الکتریکی، دما، جرم

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box



پاسخ خیلی تشریحی

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): وزن، نوعی نیرو است و کمیت برداری می‌باشد. همهٔ انواع نیرو، برداری هستند.

گزینهٔ (۲): سرعت، کمیت برداری است، زیرا جهت دارد.

گزینهٔ (۳): شتاب، کمیت برداری است، زیرا جهت دارد.

گزینهٔ (۴): همهٔ کمیت‌ها نرده‌ای هستند.

کمیت‌های نرده‌ای مانند: طول، زمان، جرم، دما، حجم، کار، انرژی، فشار، جریان الکتریکی، مسافت، تندی، مقدار ماده و ...

کمیت‌های برداری مانند: نیرو، وزن، جابه‌جایی، سرعت، شتاب، میدان الکتریکی و ...

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۵ در رابطهٔ فیزیکی $A=\frac{v^۲}{۲}+Bh+\frac{P}{C}$ اگر v، h و P به ترتیب بیانگر کمیت‌های تندی، ارتفاع و فشار باشند، کمیت‌های B و C به ترتیب از راست به چپ، چه کمیت‌هایی را نشان می‌دهند؟

۱) شتاب و چگالی
۲) شتاب و جرم
۳) نیرو و چگالی
۴) نیرو و جرم

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

سازگاری یکاها:

۱) هنگام استفاده از رابطه‌های فیزیکی و جای‌گذاری اندازهٔ هر کمیت در آن، باید یکاها در دو طرف رابطه، سازگار باشند (مثلاً در رابطهٔ $F=ma$، برای آن‌که نیرو برحسب نیوتون به دست آید، باید جرم برحسب kg و شتاب برحسب $m/s^۲$ جای‌گذاری شده باشند).

۲) هنگام جمع یا تفریق چند کمیت فیزیکی، باید آن کمیت‌ها هم نوع و دارای یکای مشابه باشند. حاصل جمع یا تفریق آن‌ها هم از همان نوع کمیت و با همان یکا می‌باشد، اما هنگام ضرب و تقسیم کمیت‌های فیزیکی، این محدودیت وجود ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: همهٔ اجزای رابطهٔ داده‌شده که با هم جمع می‌شوند، دارای یکای یکسان هستند، یعنی یکای تمام عبارات مشخص‌شده یکسان هستند و با یکای $v^۲$ برابر هستند:

$$A=\frac{v^۲}{۲}+Bh+\frac{P}{C}$$

$$[\text{تندی}]=[v]=m/s\ ,\ [\text{ارتفاع}]=[h]=m\ ,\ [\text{فشار}]=[P]=\frac{N}{m^۲}=\frac{kg}{m.s^۲}$$

گام دوم: حالا باید یکای همهٔ عبارات مشخص‌شده باید برابر $(\frac{m}{s})^۲$ شود:

$$[Bh]=\frac{m^۲}{s^۲}=[B]\times m\ \Rightarrow\ [B]=\frac{m}{s^۲}=[\text{شتاب}]$$

$$[\frac{P}{C}]=\frac{m^۲}{s^۲}=\frac{kg}{m.s^۲}\times[\frac{۱}{C}]\ \Rightarrow\ [\frac{۱}{C}]=\frac{m^۳}{kg}\ \Rightarrow\ [C]=\frac{kg}{m^۳}=[\text{چگالی}]$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۶ جرم جسمی ۰/۰۰۰۳۱۲۰۵kg اندازه‌گیری شده است. جرم این جسم برحسب میکروگرم و به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟

۱) $۳/۱\times۱۰^{۵}$
۲) $۳/۱\times۱۰^{۶}$
۳) $۳/۱۲۰۵\times۱۰^{۵}$
۴) $۳/۱۲۰۵\times۱۰^{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

نمادگذاری علمی:

برای آن‌که نوشتن و محاسبهٔ مقدارهای خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، ساده شود، از روشی به نام نمادگذاری علمی استفاده می‌کنیم.

در این روش اندازهٔ هر کمیت فیزیکی به صورت کلی $x\times۱۰^{n}$ نوشته می‌شود که در آن $۱\le x<۱۰$ و n عددی صحیح است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۰/۰۰۰۳۱۲۰۵\ \text{kg}=۳/۱۲۰۵\times۱۰^{-۴}\ \text{kg}\times\frac{۱۰^{۳}\ \text{g}}{۱\ \text{kg}}\times\frac{۱۰^{۶}\ \mu\text{g}}{۱\ \text{g}}=۳/۱۲۰۵\times۱۰^{-۴}\times۱۰^{۳}\times۱۰^{۶}=۳/۱۲۰۵\times۱۰^{۵}\ \mu\text{g}$$

کنکور

حجم بنزین مصرفی در ایران، در یک سال ۲۶۰۰۰۰۰۰۰۰ L است. برحسب نمادگذاری علمی، کدام مورد درست است؟

(سؤال ۷۳ کنکور تجربی ۱۴۰۲ (خارج از کشور))

۱) $۲/۶۰\times۱۰^{۱۰}$
۲) $۲/۶۰\times۱۰^{۱۱}$
۳) $۲/۶\times۱۰^{۹}$
۴) $۲/۶\times۱۰^{۱۱}$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۷ یک تندی‌سنج رقمی، تندی حرکت یک دوچرخه را $200/4\ \frac{ft}{min}$ نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (هر اینچ، ۲/۵۴ سانتی‌متر و هر فوت، ۱۲ اینچ است.)

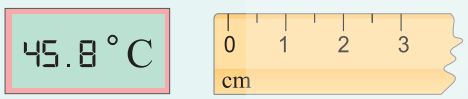
۱) ۲/۰۳۲ ۲) ۰/۵۰۸

۳) ۰/۲۰۳۲ ۴) ۰/۰۵۰۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint دقت اندازه‌گیری وسیله را برحسب $\frac{ft}{min}$ به دست آورید و سپس یکای آن را به $\frac{cm}{s}$ تبدیل کنید.

درس Box دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری، برابر است با کم‌ترین مقداری که یک وسیلهٔ اندازه‌گیری می‌تواند اندازه بگیرد. دقت یک ابزار مدرج، برابر کم‌ترین درجه‌بندی آن ابزار است.



دقت یک ابزار دیجیتال یا رقمی، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند.

مثلاً در شکل فوق، دقت خط‌کش مدرج، ۰/۵ cm و دقت دماسنج دیجیتال (رقمی)، ۰/۱ °C است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری را تعیین می‌کنیم:

$$\text{دقت} = 0/1\ \frac{ft}{min}$$

گام دوم: یکای دقت را به یکای خواستهٔ سؤال تبدیل می‌کنیم:

$$0/1\frac{ft}{min}\times\frac{12\,in}{1\,ft}\times\frac{2/54\,cm}{1\,in}\times\frac{1\,min}{60\,s}=0/1\times12\times2/54\times\frac{1}{60}=0/0508\ \frac{cm}{s}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۸ چگالی روغن، ۲۰ درصد کم‌تر از چگالی آب است. اگر درون ظرفی ۸۰ g روغن و ۱۸۰ g آب وجود داشته باشد، مجموعاً چند میلی‌لیتر مایع، درون ظرف داریم؟ ($\rho_{آب} = ۱۰^۳ kg/m^۳$)

۱) ۰/۲۸ ۲) ۰/۲۴۴

۳) ۲۸۰ ۴) ۲۴۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint حجم آب و روغن را به دست آورید و آن‌ها را با هم جمع کنید.

درس Box **چگالی**: نسبت جرم به حجم یک مادهٔ همگن را چگالی آن می‌گوییم:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ: چگالی ماده (کیلوگرم بر متر مکعب)

m: جرم ماده (کیلوگرم)

V: حجم ماده (متر مکعب)

یکای استاندارد چگالی در سیستم بین‌المللی واحدها (SI)، کیلوگرم بر متر مکعب $kg/m^۳$ است. با این حال، در برخی موارد از یکاهایی مانند گرم بر سانتی‌متر مکعب، گرم بر لیتر و... استفاده می‌شود.

$$\frac{kg}{m^۳} = \frac{g}{L}$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: ابتدا چگالی روغن را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{روغن} = \rho_{آب} - ۰/۲\rho_{آب} \xrightarrow{\rho_{آب}=۱۰۰۰ kg/m^۳} \rho_{روغن} = ۱۰۰۰ - ۲۰۰ = ۸۰۰ kg/m^۳ = ۸۰۰ g/L$$

گام دوم: حالا حجم روغن و آب را به دست می‌آوریم و با هم جمع می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$V_{روغن} = \frac{m_{روغن}}{\rho_{روغن}} \xrightarrow[\rho_{روغن}=۸۰۰ g/L]{m=۸۰ g} V_{روغن} = \frac{۸۰}{۸۰۰} = ۰/۱ L$$

$$V_{آب} = \frac{m_{آب}}{\rho_{آب}} = \xrightarrow[\rho_{آب}=۱۰۰۰ g/L]{m_{آب}=۱۸۰ g} V_{آب} = \frac{۱۸۰}{۱۰۰۰} = ۰/۱۸ L$$

$$V_{مجموع} = ۰/۱ + ۰/۱۸ = \frac{۲۸}{۱۰۰} L$$

$$V_{مجموع} = \frac{۲۸}{۱۰۰} \cancel{L} \times \frac{۱ mL}{۱۰^{-۳} \cancel{L}} = ۲۸۰ mL$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۹ درون مکعبی فلزی، حفره‌ای کروی‌شکل وجود دارد به گونه‌ای که طول ضلع مکعب، ۲ برابر قطر کره است. اگر جرم این جسم $۵/۴\ kg$ و چگالی فلز سازندهٔ آن $۲۷۰۰\ kg/m^۳$ باشد، حجم حفرهٔ آن چند سانتی‌متر مکعب است؟ $(\pi = ۳)$

۱) ۲۰۰ ۲) $\frac{۴۰}{۳}$

۳) ۲۰۰۰ ۴) $\frac{۴۰۰}{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس Box

حجم کره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$V_{کره} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳$$

نکته

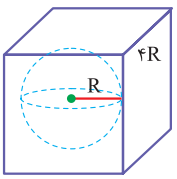
۱) هنگامی که جسم، حفره‌دار است، حجم واقعی فلز به‌کاررفته در کره، برابر است با اختلاف حجم ظاهری و حجم حفره:

$$V_{واقعی} = V_{ظاهری} - V_{حفره}$$

۲) در رابطهٔ چگالی $(\rho = \frac{m}{V})$، V حجم واقعی جسم است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: ابتدا حجم واقعی جسم را براساس شعاع کره به دست می‌آوریم:



$$V_{ظاهری} = V_{مکعب} = (۴R)^۳ = ۶۴R^۳$$

$$V_{حفره} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \frac{۴}{۳}\times ۳ \times R^۳ = ۴R^۳$$

$$V_{واقعی} = V_{مکعب} - V_{حفره} = ۶۴R^۳ - ۴R^۳ = ۶۰R^۳$$

گام دوم: حال با استفاده از فرمول چگالی، شعاع کره به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow ۶۰R^۳ = \frac{۵/۴}{۲۷۰۰} \Rightarrow R^۳ = \frac{۹\times ۶\times ۱۰^{-۱}}{۲۷\times ۶\times ۱۰^۳} = \frac{۱}{۳}\times ۱۰^{-۴}\ m^۳$$

گام سوم: اکنون حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$$V_{حفره} = ۴R^۳ = ۴\times \frac{۱}{۳}\times ۱۰^{-۴}\ m^۳$$

$$V_{حفره} = \frac{۴}{۳}\times ۱۰^{-۴}\ m^۳ \times \frac{۱\ cm^۳}{۱۰^{-۶}\ m^۳} = \frac{۴۰۰}{۳}\ cm^۳$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۰ اگر ۷۲ درصد از حجم آبی یخ بزند، حجم مخلوط آب و یخ حاصل نسبت به حجم اولیهٔ آب، چند درصد بیشتر است؟ $(\rho_{آب} = ۱\,g/cm^۳, \rho_{یخ} = ۰/۹\,g/cm^۳)$

۱) ۳۶ ۲) ۲۸ ۳) ۱۸ ۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: می‌دانیم جرم یخ و جرم آب یخ‌زده یکسان است:

(در این محاسبات هر جا در اندیس‌ها به آب اشاره شده است، منظور آب اولیه است.)

$$m_{یخ} = ۰/۷۲\, m_{آب}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$$

$$\Rightarrow \rho_{یخ} V_{یخ} = ۰/۷۲ \rho_{آب} V_{آب} \xrightarrow[\rho_{یخ}=۰/۹\,g/cm^۳]{\rho_{آب}=۱\,g/cm^۳} V_{یخ} = \frac{۰/۷۲ \times ۱ \times V_{آب}}{۰/۹} \Rightarrow V_{یخ} = ۰/۸ V_{آب}$$

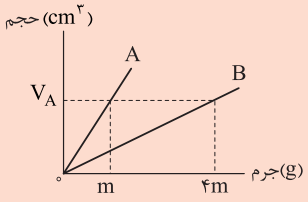
گام دوم: اگر ۷۲ درصد از جرم آب، یخ بزند، ۲۸٪ از جرم آن باقی مانده است. با توجه به این‌که $۰/۸V_{آب}$ اولیه یخ زده است، حجم کل برابر است با:

$$۰/۲۸V_{آب} + ۰/۸V_{آب} = ۱/۰۸V_{آب}$$

در نتیجه، ۸ درصد به حجم مخلوط افزوده شده است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۱ نمودار حجم برحسب جرم دو مادهٔ A و B به صورت زیر است. اگر آلیاژی از دو مادهٔ A و B تهیه شده باشد که ۷۰ درصد جرم آن از مادهٔ B باشد، چگالی این آلیاژ چند برابر چگالی مادهٔ B است؟



۱) $\frac{۱۰}{۱۹}$

۲) $\frac{۱۹}{۱۰}$

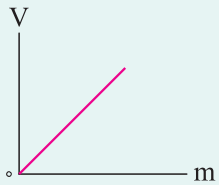
۳) $\frac{۷}{۱۰}$

۴) $\frac{۱۰}{۷}$

پاسخ: گزینهٔ ۱

درس Box

نمودار حجم برحسب جرم برای جسمی به چگالی ρ مطابق شکل زیر است. شیب این خط به اندازهٔ عکس چگالی جسم است؛ بنابراین هر چه شیب این خط بیشتر باشد، یعنی چگالی آن ماده کم‌تر است.



$$\text{شیب خط} = \frac{۱}{\rho}$$

اگر در جسم به جرم های $m_۱$ و $m_۲$ و حجم‌های $V_۱$ و $V_۲$ با یکدیگر مخلوط (آلیاژ) شوند، چگالی مادهٔ حاصل از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به نمودار می‌دانیم:

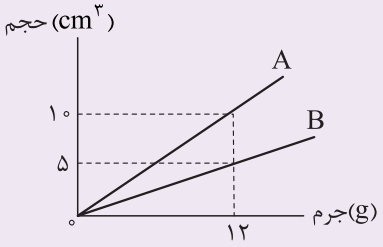
$$\frac{۱}{\rho_A} = \frac{V_A}{m} \ , \ \frac{۱}{\rho_B} = \frac{V_A}{۴m} \Rightarrow \rho_B = ۴\rho_A$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\xrightarrow[V_B=\frac{۰/۷m}{\rho_B}]{V_A=\frac{۰/۳m}{\rho_A}} \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m}{\frac{۰/۳m}{\rho_A} + \frac{۰/۷m}{\rho_B}} = \frac{m}{\frac{۰/۷m + ۱/۲m}{۴\rho_A}} = \frac{m}{\frac{۱/۹m}{۴\rho_A}} = \frac{۴۰\rho_A}{۱۹} = \frac{۴۰}{۱۹}\left(\frac{\rho_B}{۴}\right) = \frac{۱۰}{۱۹}\rho_B$$

کنکور

نمودار زیر، مربوط به دو مایع A و B است. اگر جرم مساوی از این دو مایع را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟ *(سؤال ۷۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۳ ـ نوبت اول)*



۱) ۱/۵

۲) ۱/۶

۳) ۱/۸

۴) ۲

۴۲ کدام عبارت زیر، در مورد حالت‌های ماده نادرست است؟

۱) اگر فلزات در حالت مایع، به سرعت سرد شوند، ساختار نامنظم دارند ولی با گرم‌شدن، ساختار بلورین پیدا می‌کنند.

۲) فاصلهٔ بین ذرات جسم در حالت‌های جامد و مایع، تقریباً یکسان است.

۳) برای تولید پلاسما، حتماً باید گاز تا دمای بسیار زیادی گرم شود.

۴) فاصلهٔ بین مولکول‌های گاز، بسیار بیشتر از ابعاد مولکول‌های آن است.

مشاوره تسلط روی عبارات بخش‌های حفظی خیلی مهمه؛ عدم تسلط باعث می‌شه سؤال‌های این بخش‌ها که معمولاً جزء سؤال‌های آسون‌تر محسوب می‌شه رو از دست بدید.

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box



گاهی جامدهای آمورف که از سردسازی سریع مایع یا بخار به دست می‌آیند، ماهیت آمورف پایداری ندارند، زیرا وقتی تا دمای معینی گرم شوند، قرارگیری ذرات آن‌ها منظم شده و ساختار بلورین پیدا می‌کنند، مانند فلزات.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ گزینهٔ (۳) نادرست است؛ پلاسما **اغلب** در دمای بالا به وجود می‌آید نه **حتماً**.

۴۳ **دو بطری پلاستیکی مشابه که یکی پر از آب و دیگری محتوی هوا است در اختیار داریم. اگر در بطری‌ها را بسته و با دست، هر دوی آن‌ها را به طور یکسان فشار دهیم، چه اتفاقی می‌افتد؟**

۱) حجم هر دو بطری به طور یکسان کاهش می‌یابد.

۲) بطری محتوی آب، اندکی کم‌تر از بطری دیگر، فشرده می‌شود.

۳) بطری محتوی آب، فشرده نمی‌شود اما بطری دیگر فشرده می‌شود.

۴) هیچ‌یک از دو بطری فشرده نمی‌شوند.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مایعات تراکم‌ناپذیر هستند، ولی گازها تراکم‌پذیرند به همین دلیل بطری حاوی گاز فشرده می‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۴ یک گیرهٔ کوچک فلزی روی سطح آب، شناور است. کدام‌یک از موارد زیر می‌تواند سبب فرورفتن گیره در آب شود؟

الف) افزایش دمای آب

ب) کاهش دمای آب

پ) افزودن چند قطره مایع شوینده به آب

۱) «الف»
۲) «ب»
۳) «الف» ـ «پ»
۴) «ب» ـ «پ»

پاسخ: گزینهٔ ۳

درس Box

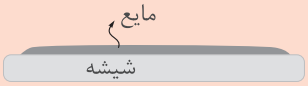
کشش سطحی: این پدیده ناشی از هم‌چسبی مولکول‌های سطح مایع است که سبب می‌شود مولکول‌های سطح مایع، شبیه یک پوستهٔ تحت کشش رفتار کنند، مثلاً قرارگرفتن گیرهٔ کاغذ، سوزن یا یک حشره روی سطح آب به دلیل همین کشش سطحی است.

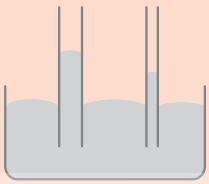
عوامل مؤثر بر کشش سطحی:
- دما ↑ ← کشش ↓
- ناخالص ↑ ← کشش ↓
- جنس مایعات متفاوت ← کشش متفاوت

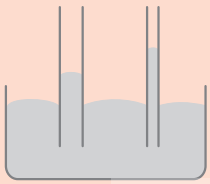
پاسخ خیلی تشریحی ✔ افزودن ناخالصی و افزایش دما سبب کاهش کشش سطحی می‌شوند و به همین دلیل گیرهٔ فلزی درون آب فرو می‌رود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

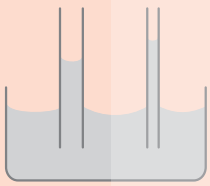
۴۵ **مایعی روی سطح یک شیشهٔ تمیز به صورت زیر قرار می‌گیرد. اگر دو لولهٔ شیشه‌ای تمیز با قطرهای متفاوت در ظرف محتوی این مایع قرار گیرند، کدام گزینه وضعیت مایع درون لوله‌ها را به درستی نشان می‌دهد؟**



۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ: گزینهٔ ۴

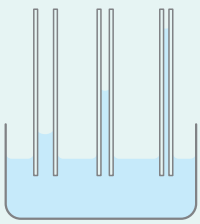
درس Box

ترشوندگی: هر گاه مایعی در تماس با جامدی قرار گیرد و دگرچسبی مولکول‌های مایع و جامد، از هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع بیشتر باشد، مایع جامد را تر یا خیس می‌کند، این پدیده را ترشوندگی می‌گوییم، مثلاً آب، سطح شیشهٔ تمیز را تر می‌کند و به صورت لایهٔ نازکی روی سطح آن پهن می‌شود.

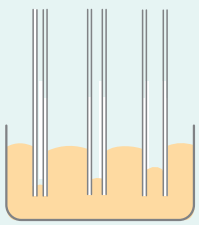
اثر مویینگی:

لوله‌هایی که قطر داخلی آن‌ها حدود یک‌دهم میلی‌متر باشد، **لولهٔ مویین** نامیده می‌شوند. واژهٔ مویین به معنی «همانند» است.

اگر چند لولهٔ مویین شیشه‌ای و تمیز را وارد یک ظرف آب کنیم **آب در لوله‌های مویین بالا می‌رود و سطح آن بالاتر از سطح آب ظرف قرار می‌گیرد.** هم‌چنین **هر چه قطر لولهٔ مویین کم‌تر باشد، ارتفاع ستون آب در آن بیشتر است.** افزون بر این‌ها سطح آب در بالای لوله‌های **مویین** فرورفته (مقعر) است.



جیوه درون لوله‌های مویین مقداری بالا می‌رود، ولی سطح آن پایین‌تر از سطح جیوهٔ ظرف قرار می‌گیرد. هم‌چنین **هر چه قطر لولهٔ مویین کم‌تر باشد، ارتفاع ستون جیوه در آن کم‌تر است.** افزون بر این‌ها سطح جیوه در لولهٔ **مویین** برآمده (محدب) است



پاسخ خیلی تشریحی ✔

در شکل صورت سؤال، مایع سطح شیشه را تر کرده است. یعنی مایع درون لولهٔ مویین مانند آب عمل می‌کند.

با توجه به درس‌باکس، گزینهٔ (۴) صحیح است.

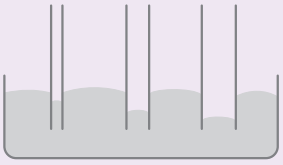
گول نخوری ✘

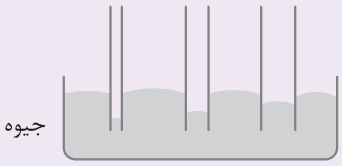
توی این سؤال حتماً هواست به قطر لولهٔ مویین و نوع مایع داخل اون باشه تا بتونی ارتفاع و نوع مایع رو درست تشخیص بدی!

کنکور

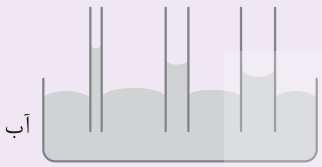
کدام‌یک از شکل‌های زیر، خاصیت مویینگی در لوله‌های شیشه‌ای را درست نشان داده است؟

(سؤال ۲۳۱ کنکور تجربی ۱۳۹۹)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۶ **اندازهٔ ابعاد یک مکعب‌مستطیل، به نسبت ۱، ۲ و ۳ هستند. اگر این مکعب‌مستطیل را از وجوه مختلف روی سطح افقی قرار دهیم، نسبت بیشترین فشار به کم‌ترین فشار آن کدام است؟**

۱) ۶ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

فشار: نسبت اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر یک سطح به مساحت آن سطح را فشار می‌گوییم.

$$P = \frac{F}{A}$$

که در آن:

- P: فشار (**پاسکال** یا نیوتون بر مترمربع)
- F: نیروی عمودی وارد بر سطح (نیوتون)
- A: مساحت سطحی که نیرو بر آن وارد می‌شود (متر مربع)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

مطابق تعریف فشار، می‌دانیم که فشار با مساحت سطح تماس رابطهٔ عکس دارد و از آن‌جایی که جرم و وزن آن هیچ تغییری نکرده است، می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{aligned} P_{max} &= \frac{F}{A_{min}} \\ P_{min} &= \frac{F}{A_{max}} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{F=mg} \frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{۳\times ۲}{۲\times ۱} = ۳$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۷ در یک ظرف استوانه‌ای، مقداری آب به جرم m و مقداری جیوه به جرم ۸m ریخته شده و جمع ارتفاع این دو مایع ۲۷ cm است. فشار ناشی از این دو مایع در کف ظرف چند سانتی‌متر جیوه است؟

$(\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\ g/cm^۳, \rho_{\text{آب}} = ۱\ g/cm^۳)$

۱) ۱۰/۸ ۲) ۱۱/۲۵

۳) ۱۲/۲ ۴) ۱۳/۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint اول، ارتفاع ستون‌های آب و جیوه رو به دست بیار، بعد با تبدیل اون‌ها برحسب cmHg فشار ناشی از دو مایع به دست میاد.

درس Box

فشار پیمانه‌ای (P_g): اختلاف فشار مطلق (P) با فشار جوّ ($P_\circ$) را فشار پیمانه‌ای می‌گوییم.

P_g: فشار پیمانه‌ای (Pa)

ρ: چگالی شاره $(kg/m^۳)$

g: شتاب گرانش (N/kg)

h: ارتفاع یا عمق شاره (m)

$$\left.\begin{matrix} P_g = P - P_\circ \\ P = P_\circ + \rho gh \end{matrix}\right\} \Rightarrow P_g = \rho gh$$

در واقع فشار پیمانه‌ای، فقط ناشی از خود شاره است و ربطی به محیط بالای شاره ندارد.

نکته اگر مایعی به چگالی ρ و ارتفاع h داشته باشیم و فشار پیمانه‌ای آن (P_g) را برحسب cmHg بخواهیم، می‌توان نوشت:

P_g: فشار پیمانه‌ای (cmHg)

ρ_{Hg}: چگالی جیوه $(g/cm^۳)$

ρ: چگالی مایع $(g/cm^۳)$

h: ارتفاع مایع (cm)

$$P_g = \frac{\rho}{\rho_{Hg}} \times h$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: ارتفاع هر یک از ستون‌های آب و جیوه را به دست می‌آوریم.

$$V_{\text{استوانه}} = Ah$$

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{Ah_{\text{آب}}} \ ; \ \rho_{\text{جیوه}} = \frac{m_{\text{جیوه}}}{Ah_{\text{جیوه}}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{جیوه}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{\frac{m_{\text{جیوه}}}{Ah_{\text{جیوه}}}}{\frac{m_{\text{آب}}}{Ah_{\text{آب}}}} = \frac{\frac{۸m}{h_{\text{جیوه}}}}{\frac{m}{h_{\text{آب}}}} = ۱۳/۶$$

$$\frac{\frac{۸}{h_{\text{جیوه}}}}{\frac{۱}{h_{\text{آب}}}} = ۱۳/۶ \Rightarrow \frac{۸h_{\text{آب}}}{h_{\text{جیوه}}} = ۱۳/۶ \Rightarrow h_{\text{آب}} = \frac{۱۳/۶}{۸} h_{\text{جیوه}}$$

$۱/۷\ h_{\text{جیوه}}$ و $h_{\text{جیوه}}$

$$\Rightarrow h_{\text{آب}} = ۱/۷ h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} + ۱/۷ h_{\text{جیوه}} = ۲/۷ h_{\text{جیوه}} = ۲۷\ cm$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = ۱۰\ cm \ , \ h_{\text{آب}} = ۱۷\ cm$$

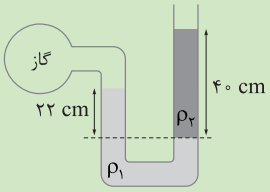
گام دوم: فشار ستون آب را برحسب cmHg به دست می‌آوریم:

$$P_{g_{\text{آب}}} = \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h = \frac{۱}{۱۳/۶} \times ۱۷ = ۱/۲۵\ cmHg$$

$$P_{g_{\text{آب}}} + P_{g_{\text{جیوه}}} = ۱/۲۵ + ۱۰ = ۱۱/۲۵\ cmHg$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۸ درون لولهٔ Uشکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است جیوه با چگالی $\rho_1 = 13600\ kg/m^3$ و مایعی با چگالی $\rho_2 = 1300\ kg/m^3$ وجود دارد. فشار مخزن گاز متصل به لولهٔ Uشکل چند پاسکال است؟ (فشار هوای بیرون لولهٔ Uشکل $101\ kPa$ و $g = 10\ N/kg$)



۱) ۸۳۵۰۰

۲) ۸۱۲۸۰

۳) ۷۸۵۰۰

۴) ۷۶۲۸۰

پاسخ: گزینهٔ ۴

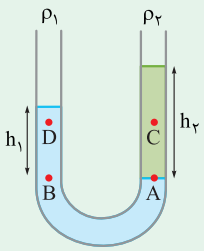
درس Box

در لوله‌های Uشکل، دو نقطهٔ هم‌تراز که در مایع یکسانی قرار دارند، فشار برابری دارند، یعنی:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

نکته

برای مقایسهٔ فشار دو نقطهٔ C و D که هم‌ارتفاع هستند اما در دو مایع متفاوت قرار دارند، می‌توان گفت که فشار سمتی که ارتفاع بیشتری دارد، بیشتر است، یعنی:



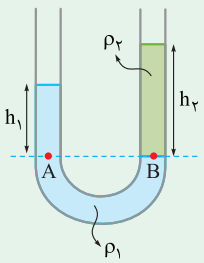
$$P_C > P_D$$

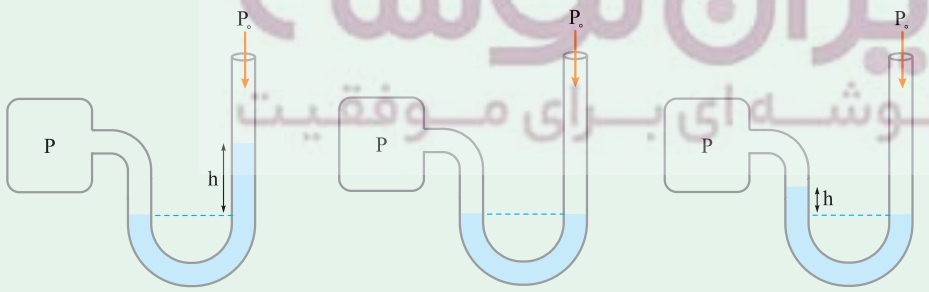
اثبات:

$$h_{BD} = h_{CA} = h$$

$$P_B = P_A \Rightarrow P_D + \rho_1 gh = P_C + \rho_2 gh \Rightarrow P_C - P_D = gh(\rho_1 - \rho_2) \xrightarrow{\rho_1 > \rho_2} P_C > P_D$$

مانومتر: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری فشار یک شارهٔ محصور (P) به کار می‌رود.

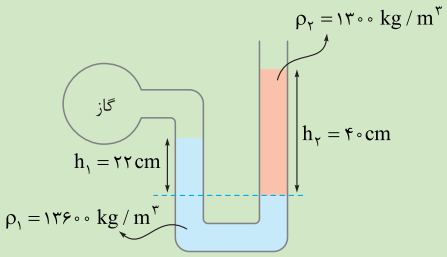




$P > P_0$ $\quad$ $P = P_0$ $\quad$ $P < P_0$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_g + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

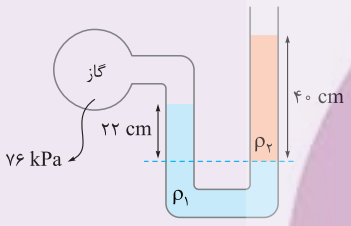
$$\Rightarrow P_g + 13600 \times 10 \times 22 \times 10^{-2} = 101000 + 1300 \times 10 \times 40 \times 10^{-2} \Rightarrow P_g = 106200 - 29920$$

$$\Rightarrow P_g = 76280\ Pa$$

کتاب درسی

درون لولهٔ U‌شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است جیوه ($\rho_1 = 13600\ kg/m^3$) و مایعی با چگالی نامعلوم ρ_2 وجود دارد (شکل زیر). اگر فشار هوای بیرون لولهٔ U‌شکل 101 kPa باشد، چگالی مایع را تعیین کنید.

(فیزیک (۱) ـ سؤال ۱۳ صفحهٔ ۵۰ کتاب درسی)



ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴۹ **مخروط ناقصی مطابق شکل روی سطح افقی قرار دارد و شعاع قاعدهٔ بزرگ آن، ۱/۵ برابر شعاع قاعدهٔ کوچک آن است. اگر آن را روی قاعدهٔ بزرگ بگذاریم و بخواهیم فشار وارد بر سطح افقی تغییری نکند، وزنه‌ای چند برابر وزن مخروط را باید روی آن قرار دهیم؟**



۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

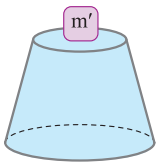
پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: در حالت اول فشار ناشی از مخلوط ناقص را وقتی روی قاعدهٔ کوچک قرار دارد، محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{mg}{A_{\text{کوچک}}} = \frac{mg}{\pi r^۲}$$

گام دوم: اگر مخروط برعکس شود و فشار ثابت بماند، برای این کار باید وزنه‌ای به جرم m' روی آن قرار داده شود:

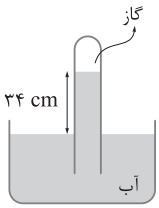


$$P' = P = \frac{mg + m'g}{A'} = \frac{mg}{\pi(\frac{۹}{۴}r^۲)} + \frac{m'g}{\pi(\frac{۹}{۴}r^۲)} = \frac{mg}{\pi r^۲} \Rightarrow \frac{mg + m'g}{A_{\text{بزرگ}}} = \frac{mg}{A_{\text{کوچک}}} \Rightarrow \frac{(m+m')g}{\pi r'^۲} = \frac{mg}{\pi r^۲}$$

$$\xrightarrow{r'=۱/۵r} \frac{m+m'}{۲/۲۵\, r^۲} = \frac{m}{r^۲} \Rightarrow ۲/۲۵\, m = m + m' \Rightarrow m' = ۱/۲۵\, m = \frac{۵}{۴} m$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۰ در شکل زیر، فشار گاز محبوس در انتهای لوله، ۷۲ سانتی‌متر جیوه است. اگر اختلاف سطح آب در لوله و ظرف، ۳۴ cm باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\ g/cm^۳, \rho_{\text{آب}} = ۱\ g/cm^۳$)



۱) ۶۹/۵

۲) ۷۴/۵

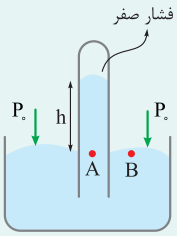
۳) ۷۶

۴) ۷۸/۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

درس Box

وسیلهٔ زیر، بارومتر (فشارسنج هوا) نام دارد. با توجه به هم‌ترازبودن نقاط A و B می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho gh = P_۰$$

ارتفاع جیوه در سطح دریای آزاد به ۷۶ cm می‌رسد.

۱) در بالای لوله، اندکی بخار جیوه وجود دارد که ما آن را نادیده می‌گیریم.

۲) اگر لولهٔ بارومتر ارتفاع کافی نداشته باشد، مایع به انتهای لوله برخورد می‌کند و مایع، به انتهای لوله نیرو و فشار وارد می‌کند. برای مثال اگر طول لوله ۵۰ cm باشد، ۲۶ cmHg به انتهای بارومتر فشار وارد می‌شود.

۳) تغییر ارتفاع و سطح مقطع لوله (به شرط غیرمویین‌بودن) تأثیری در ارتفاع مایع ندارد.

۴) اگر جوسنج را به بالای یک کوه ببریم، به علت کاهش فشار هوای محیط، ارتفاع ستون جیوه کاهش می‌یابد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به تساوی فشار در نقاط A و B داریم:

$$P_۰ = P_{\text{گاز}} + P_{\text{آب}}$$

فشار گاز برحسب سانتی‌متر جیوه داده شده است؛ اگر فشار ستون آب را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست آوریم کافی است این دو را با هم جمع کنیم تا فشار هوا به دست آید:

$$P_{\text{آب}} = \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h_{\text{آب}} = \frac{۱۰۰۰}{۱۳۶۰۰} \times ۳۴ = ۲/۵\ \text{cmHg}$$

$$P_۰ = ۲/۵ + ۷۲ = ۷۴/۵\ \text{cmHg}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۱ **کدام مطلب نادرست است؟**

۱) عدد اتمی در یک اتم خنثی، با شمار الکترون‌ها برابر است.

۲) به کمک عدد اتمی می‌توان به نوع عنصر پی برد.

۳) به مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در هستهٔ یک اتم، عدد جرمی گفته می‌شود.

۴) در یک اتم، شمار نوترون‌ها همواره بیشتر یا مساوی شمار پروتون‌ها است.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

نمی‌توانیم بگوییم که عبارت گزینهٔ (۴) **همواره درست است**. در برخی اتم‌ها تعداد نوترون‌ها می‌تواند از تعداد پروتون‌ها کم‌تر باشد. برای مثال، در اتم هیدروژن: $_{1}^{1}H$

- تعداد پروتون‌ها $= 1$
- تعداد نوترون‌ها $= 0$

در نتیجه: $[n < p]$

بنابراین نمی‌توان گفت در همهٔ اتم‌ها تعداد نوترون‌ها همواره بیشتر یا مساوی تعداد پروتون‌ها است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عدد اتمی (Z) برابر تعداد پروتون‌های موجود در هستهٔ اتم است. از طرفی، در یک **اتم خنثی** تعداد پروتون‌ها و الکترون‌ها با یکدیگر برابر است؛ بنابراین:

عدد اتمی $=$ تعداد پروتون‌ها $=$ تعداد الکترون‌ها

برای مثال، در اتم خنثی سدیم (Na) با عدد اتمی ۱۱، تعداد الکترون‌ها نیز ۱۱ است.

گزینهٔ (۲): هویت هر عنصر تنها به **تعداد پروتون‌های هسته** یا همان **عدد اتمی** آن بستگی دارد. به عبارت دیگر، هر عنصر دارای عدد اتمی منحصربه‌فردی است؛ بنابراین با دانستن عدد اتمی، می‌توان نوع عنصر را مشخص کرد.

گزینهٔ (۳): عدد جرمی (A) از رابطهٔ $[A = p + n]$ به دست می‌آید، که در آن:

(p): تعداد پروتون‌ها

(n): تعداد نوترون‌ها

بنابراین تعریف ارائه‌شده کاملاً درست است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۲ تفاوت تعداد الکترون‌ها و نوترون‌ها در اتم $^{56}_{26}Fe$ برابر کدام بوده و چند برابر این اختلاف در اتم $^{51}_{24}Cr$ است؟

۱) ۳ ـ ۱ ۲) ۳ ـ ۱/۵ ۳) ۴ ـ ۱/۳۳ ۴) ۴ ـ ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

نکته

در یک اتم خنثی:

تعداد الکترون‌ها برابر **عدد اتمی** (Z) است.

تعداد نوترون‌ها از رابطهٔ $[n = A - Z]$ به دست می‌آید.

در اتم آهن $^{56}_{26}Fe$:

تعداد الکترون‌ها: $[e = ۲۶]$

تعداد نوترون‌ها: $[n = ۵۶ - ۲۶ = ۳۰]$

بنابراین، اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر است با: $[n - e = ۳۰ - ۲۶ = ۴]$

پس بخش اول پاسخ برابر **۴** است.

در اتم کروم $^{51}_{24}Cr$:

تعداد الکترون‌ها: $[e = ۲۴]$

تعداد نوترون‌ها: $[n = ۵۱ - ۲۴ = ۲۷]$

اختلاف تعداد نوترون‌ها و الکترون‌ها: $[n - e = ۲۷ - ۲۴ = ۳]$

حال باید بررسی کنیم اختلاف به‌دست‌آمده برای اتم آهن **(۴)** چند برابر اختلاف اتم کروم (۳) است: $[\frac{۴}{۳} = ۱/۳۳]$

بنابراین، اختلاف تعداد الکترون‌ها و نوترون‌ها در اتم آهن برابر **۴** بوده و این مقدار حدود **۱/۳۳ برابر** این اختلاف در اتم کروم است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۳ کدام‌یک از موارد زیر درست هستند؟

الف) هلیم ($_{2}He$) عنصری است که تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارد.

ب) اتم فلوئور ($_{9}F$) در ترکیب با فلزها به یون فلوئورید (F^{+}) تبدیل می‌شود.

پ) از اتم آلومینیم ($_{13}Al$) یون پایدار Al^{3-} شناخته شده است.

ت) عنصر کلسیم ($_{20}Ca$) می‌تواند کاتیونی با بار الکتریکی همانند یون منیزیم ($_{12}Mg^{2+}$) تشکیل دهد.

۱) الف ـ ب ۲) ب ـ پ ۳) پ ـ ت ۴) الف ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۴

موارد «الف» و «ت» درست هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) *این‌که تابلوئه درسته ولی بد نیست بدونید که* هلیم در **گروه ۱۸ جدول تناوبی** (گازهای نجیب) قرار دارد. اتم‌های این گروه، پایداری بسیار زیادی داشته و به سختی وارد واکنش‌های شیمیایی می‌شوند؛ بنابراین هلیم از نظر شیمیایی **بی‌اثر** است.

ب) اتم فلوئور (F) در ترکیب با فلزها به یون فلوئورید (F^{-}) تبدیل می‌شود!

بد نیست بدونید که فلوئور یک **نافلز بسیار واکنش‌پذیر** از گروه ۱۷ است و برای رسیدن به آرایش پایدار، تمایل دارد **یک الکترون دریافت کند**، نه این‌که الکترون از دست بدهد.

پ) از اتم آلومینیم (Al) یون پایدار (Al^{3+}) شناخته شده است!

بد نیست بدونید که آلومینیم در گروه ۱۳ جدول تناوبی قرار دارد و معمولاً **با از دست دادن سه الکترون** به آرایش پایدار گاز نجیب قبلی می‌رسد.

ت) کلسیم و منیزیم هر دو در **گروه ۲ جدول تناوبی** (فلزهای قلیایی خاکی) قرار دارند؛ بنابراین رفتار شیمیایی مشابهی خواهند داشت. عناصر این گروه معمولاً با از دست دادن دو الکترون، یون پایدار با بار (+۲) تشکیل می‌دهند.

کتاب درسی

- **هلیم ($_{2}He$)، عنصری است که تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارد. پیش‌بینی کنید کدام‌یک از عنصرهای زیر رفتاری مشابه با آن دارد؟ چرا؟** *(شیمی (۱) ـ سؤال‌های ۲، ۳ و ۴ خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی)*

آ) $_{18}Ar$ ب) $_{6}C$ پ) $_{16}S$

- **اتم فلوئور ($_{9}F$) در ترکیب با فلزها به یون فلوئورید (F^{-}) تبدیل می‌شود. اتم کدام‌یک از عنصرهای زیر می‌تواند آنیونی با بار الکتریکی همانند یون فلوئورید تشکیل دهد؟ چرا؟**

آ) $_{37}Rb$ ب) $_{35}Br$ پ) $_{15}P$

- **از اتم آلومینیم ($_{13}Al$)، یون پایدار (Al^{3+}) شناخته شده است. پیش‌بینی کنید اتم کدام‌یک از عنصرهای زیر می‌تواند به کاتیونی مشابه Al^{3+} در ترکیب‌ها تبدیل شود؟**

آ) $_{19}K$ ب) $_{31}Ga$ پ) $_{7}N$

۵۴ اگر ذرهٔ A^{2-} دارای ۵۴ الکترون و ۷۹ نوترون باشد، چه تعداد از موارد زیر را می‌توان برای آن به دست آورد؟

- عدد اتمی
- عدد جرمی
- نیم‌عمر
- جرم اتمی میانگین

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

موارد عدد اتمی و عدد جرمی را می‌توان به دست آورد.

محاسبهٔ عدد اتمی: یون (A^{2-}) دارای دو الکترون بیشتر از اتم خنثی خود است؛ بنابراین:

{تعداد الکترون‌های اتم خنثی}: $[۵۴ - ۲ = ۵۲]$

در اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها با تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) برابر است. پس: $[Z = ۵۲]$

بنابراین، **عدد اتمی عنصر قابل تعیین است.**

محاسبهٔ عدد جرمی: عدد جرمی (A) از مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها به دست می‌آید: $[A = Z + n]$

$[A = ۵۲ + ۷۹ = ۱۳۱]$

بنابراین، **عدد جرمی نیز قابل تعیین است.**

بررسی نیم‌عمر: نیم‌عمر، ویژگی مربوط به **پایداری هسته** است و برای تعیین آن باید اطلاعاتی دربارهٔ نوع ایزوتوپ، پرتوزابودن یا داده‌های تجربی مربوط به واپاشی هسته در اختیار داشته باشیم. از اطلاعات داده‌شده، هیچ اطلاعی دربارهٔ پرتوزابودن یا پایداری هسته وجود ندارد.

بررسی جرم اتمی میانگین: جرم اتمی میانگین یک عنصر به **فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی آن** بستگی دارد. برای محاسبهٔ آن باید جرم و درصد فراوانی تمام ایزوتوپ‌های طبیعی عنصر مشخص باشد. در صورت سؤال فقط اطلاعات مربوط به یک گونهٔ هسته‌ای داده شده است و هیچ اطلاعاتی دربارهٔ سایر ایزوتوپ‌ها و فراوانی آن‌ها وجود ندارد.

نکته **نیم‌عمر** و **جرم اتمی میانگین** تنها با دانستن تعداد ذرات زیراتمی قابل محاسبه نیستند.

تیزبازی توجه داشته باشید که صورت تست مقدار عدد اتمی یا عدد جرمی را نمی‌خواهد؛ فقط می‌خواهد بررسی کنید که می‌توان این موارد را به دست آورد یا نه. پس نیازی به محاسبهٔ این موارد هم نبود!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۵ کدام مطلب نادرست است؟

۱) هنگام عکس‌برداری از دندان‌ها در رادیولوژی باید با استفاده از پوشش‌های سربی از غدهٔ تیروئید در برابر پرتوهای پرانرژی و خطرناک محافظت کرد.

۲) مرگ ستاره اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل‌شده در آن در فضا پراکنده شود.

۳) تکنسیم ($^{99}_{43}Tc$) عنصری کمیاب در طبیعت بوده که از آن برای تصویربرداری غدهٔ تیروئید استفاده می‌شود.

۴) لیتیم دارای دو ایزوتوپ با جرم اتمی میانگین ۶/۹۴ amu است اما هیچ اتمی از لیتیم، جرمی برابر ۶/۹۴ amu ندارد.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✔ تکنسیم، نخستین عنصر ساخت بشر است و **هیچ ایزوتوپ پایداری در طبیعت ندارد**؛ بنابراین نمی‌توان آن را عنصری «کمیاب در طبیعت» دانست. تکنسیم مورد استفاده در پزشکی، به صورت مصنوعی در واکنشگاه‌های هسته‌ای تولید می‌شود.

گزینه‌های (۱) و (۲) *که تابلوئه درستن!* اما در مورد گزینهٔ (۴):

لیتیم در طبیعت عمدتاً به صورت مخلوطی از دو ایزوتوپ (^{6}Li) و (^{7}Li) یافت می‌شود. جرم اتمی درج‌شده برای لیتیم در جدول تناوبی ۶/۹۴ amu، **جرم اتمی میانگین** ایزوتوپ‌های طبیعی آن است.

بنابراین، هیچ اتم منفردی از لیتیم دقیقاً جرمی برابر (۶/۹۴ amu) ندارد!

نکته **جرم اتمی میانگین** یک عنصر، میانگین وزنی جرم ایزوتوپ‌های آن است و الزاماً با جرم هیچ‌یک از اتم‌های آن عنصر برابر نیست.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۶ **استرانسیم (Sr) دارای چهار ایزوتوپ طبیعی ^{84}Sr، ^{86}Sr، ^{87}Sr و ^{88}Sr است. اگر درصد فراوانی آن‌ها در طبیعت به ترتیب برابر با ۰/۵۶، ۹/۹۰، ۶/۹۶ و ۸۲/۵۸ باشد، جرم اتمی میانگین آن، به جرم اتمی کدام ایزوتوپ نزدیک‌تر است؟**

۱) ^{84}Sr ۲) ^{86}Sr ۳) ^{87}Sr ۴) ^{88}Sr

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای پاسخ به این سؤال لازم نیست جرم اتمی میانگین استرانسیم را به طور دقیق محاسبه کنیم؛ کافی است به **درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها** توجه کنیم.

جرم اتمی میانگین هر عنصر از **میانگین وزنی جرم ایزوتوپ‌های طبیعی آن** به دست می‌آید؛ بنابراین هر چه درصد فراوانی یک ایزوتوپ بیشتر باشد، جرم اتمی میانگین به جرم آن ایزوتوپ نزدیک‌تر خواهد بود.

ایزوتوپ‌های طبیعی استرانسیم و درصد فراوانی آن‌ها عبارت‌اند از:

ایزوتوپ	درصد فراوانی (٪)
$Sr-84$	۰/۵۶
$Sr-86$	۹/۹۰
$Sr-87$	۶/۹۶
$Sr-88$	۸۲/۵۸

مشاهده می‌شود که ایزوتوپ **استرانسیم ـ ۸۸** با فراوانی [۸۲/۵۸ ٪] فراوانی بسیار بیشتری در طبیعت دارد؛ بنابراین جرم اتمی میانگین استرانسیم باید به جرم اتمی ایزوتوپ $Sr-88$ بسیار نزدیک باشد.

حتی اگر جرم اتمی میانگین را به طور تقریبی محاسبه کنیم، خواهیم داشت:

$$\overline{M}=\frac{(84\times 0/56)+(86\times 9/90)+(87\times 6/96)+(88\times 82/58)}{100}$$

$$\overline{M}\simeq 87/7\ amu$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، به ۸۸ amu نزدیک‌تر است.

نکته هرگاه یکی از ایزوتوپ‌های یک عنصر، درصد فراوانی بسیار بیشتری نسبت به سایر ایزوتوپ‌ها داشته باشد، جرم اتمی میانگین آن عنصر به جرم همان ایزوتوپ نزدیک خواهد بود.

کتاب درسی

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید. *(شیمی (۱) ـ تمرین دوره‌ای ۱۱ صفحهٔ ۴۴ کتاب درسی)*

آ) پتاسیم سه ایزوتوپ با نمادهای ^{39}K، ^{40}K، ^{41}K دارد، با توجه به جرم اتمی میانگین پتاسیم در جدول دوره‌ای عنصرها، مشخص کنید که بیشترین درصد فراوانی مربوط به کدام ایزوتوپ است؟

ب) برم دو ایزوتوپ با نمادهای ^{79}Br (با جرم اتمی ۷۸/۹۲ amu) و ^{81}Br (با جرم اتمی ۸۰/۹۲ amu) دارد و جرم اتمی میانگین آن برابر با ۷۹/۹ amu است. آیا نتیجه‌گیری زیر درست است؟ چرا؟

«درصد فراوانی ایزوتوپ‌های برم تقریباً برابر است.»

۵۷ **اگر یون X^{3+} دارای ۲۱ الکترون و ۲۸ نوترون باشد، تعداد اتم‌های اکسیژن موجود در ۰/۷۶ گرم از ترکیب X_2O_3، با تعداد اتم‌های موجود در چند گرم X برابر است؟ (عدد جرمی و جرم اتمی را یکسان در نظر بگیرید و $O = 16 : g.mol^{-1}$)**

۱) ۰/۲۶ ۲) ۰/۵۲ ۳) ۰/۷۸ ۴) ۱/۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint

۱) از بار یون، تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) را به دست بیار.

۲) با استفاده از تعداد نوترون‌ها، عدد جرمی و در نتیجه جرم مولی تقریبی عنصر رو حساب کن.

۳) تعداد مول‌های ترکیب رو به دست بیار.

۴) با توجه به فرمول X_2O_3، تعداد مول‌های اتم اکسیژن رو محاسبه کن.

۵) همان تعداد مول را برای عنصر X در نظر گرفته و جرم اون را محاسبه کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

برای حل این سؤال، ابتدا باید عدد اتمی و عدد جرمی عنصر X را به دست آوریم.

از آن‌جا که یون (X^{3+}) دارای **۲۱ الکترون** است، اتم خنثی این عنصر سه الکترون بیشتر دارد؛ بنابراین: $[Z = 21 + 3 = 24]$

از طرف دیگر، تعداد نوترون‌های آن برابر **۲۸** است؛ بنابراین عدد جرمی آن برابر خواهد بود با: $[A = 24 + 28 = 52]$

پس جرم مولی عنصر X برابر $52\ g.mol^{-1}$ است.

گام اول: محاسبهٔ جرم مولی ترکیب (X_2O_3):

$$[M = 2(52) + 3(16) = 104 + 48 = 152\ g.mol^{-1}]$$

گام دوم: محاسبهٔ تعداد مول‌های ترکیب:

$$[n(X_2O_3) = (0/76) \div (152) = 0/005\ mol]$$

گام سوم: محاسبهٔ تعداد مول‌های اتم اکسیژن:

در هر مول (X_2O_3)، **سه مول اتم اکسیژن** وجود دارد؛ بنابراین:

$$[n(O) = 3 \times 0/005 = 0/015\ mol]$$

پس تعداد اتم‌های اکسیژن موجود در نمونه، برابر با تعداد اتم‌های موجود در ۰/۰۱۵ مول عنصر X است.

گام چهارم: محاسبهٔ جرم عنصر X:

جرم (۰/۰۱۵) مول از عنصر X برابر است با:

$$[m = 0/015 \times 52 = 0/78]$$

بنابراین، تعداد اتم‌های اکسیژن موجود در ۰/۷۶ گرم از ترکیب (X_2O_3)، با تعداد اتم‌های موجود در ۰/۷۸ **گرم** عنصر X برابر است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۸ **منیزیم در طبیعت دارای سه ایزوتوپ $^{24}_{12}Mg$ ، $^{25}_{12}Mg$ و $^{26}_{12}Mg$ و اکسیژن دارای سه ایزوتوپ $^{16}_{8}O$ ، $^{17}_{8}O$ و $^{18}_{8}O$ است. ۲۰ گرم از سبک‌ترین واحد فرمولی ترکیب MgO چند مول الکترون دارد؟**

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

سبک‌ترین ایزوتوپ منیزیم ^{24}Mg و سبک‌ترین ایزوتوپ اکسیژن ^{16}O است، پس سبک‌ترین واحد فرمولی MgO برابر است با $^{24}Mg^{16}O$.

جرم مولی این واحد فرمولی: $24+16=40\ g.mol^{-1}$

تعداد مول‌های MgO در ۲۰ گرم از این ترکیب برابر است با:

$$n(MgO)=\frac{20}{40}=0/5\ mol$$

شمار الکترون‌ها در واحد فرمولی MgO :

- $_{12}Mg^{2+}$ ← ۱۰ الکترون
- $_{8}O^{2-}$ ← ۱۰ الکترون

پس هر واحد فرمولی MgO دارای ۲۰ الکترون است.

در هر مول MgO، بیست مول الکترون وجود دارد؛ بنابراین در ۰/۵ مول MgO داریم:

مول الکترون $20\times0/5=10$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۹ **عنصر فرضی X تنها از سه ایزوتوپ با عددهای جرمی ۶۲، ۶۴ و ۶۶ تشکیل شده است. جرم اتمی میانگین این عنصر ۶۴ / ۳ amu است. اگر فراوانی ایزوتوپ ۶۴، دو برابر فراوانی ایزوتوپ ۶۶ باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ ۶۴ کدام است؟ (عدد جرمی و جرم اتمی را یکسان در نظر بگیرید.)**

۱) ۲۸ / ۷۵ ۲) ۳۱ / ۲۵ ۳) ۵۷ / ۵ ۴) ۶۲ / ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی فرض کنید درصد فراوانی ایزوتوپ **۶۶** برابر x باشد. در این صورت، طبق صورت سؤال، فراوانی ایزوتوپ **۶۴** برابر ۲x خواهد بود. از آن‌جا که مجموع درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها برابر ٪۱۰۰ است، درصد فراوانی ایزوتوپ **۶۲** برابر خواهد بود با:

$$۱۰۰-۳x$$

اکنون از رابطهٔ جرم اتمی میانگین استفاده می‌کنیم:

$$\frac{۶۲(۱۰۰-۳x)+۶۴(۲x)+۶۶(x)}{۱۰۰}=۶۴/۳$$

با ساده‌کردن رابطه:

$$۶۲۰۰-۱۸۶x+۱۲۸x+۶۶x=۶۴۳۰$$

$$۶۲۰۰+۸x=۶۴۳۰$$

$$۸x=۲۳۰$$

$$x=۲۸/۷۵$$

بنابراین فراوانی ایزوتوپ **۶۴** برابر است با:

$$۲x=٪۵۷/۵$$

نکته در مسائل مربوط به جرم اتمی میانگین، اگر بین درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها رابطه‌ای داده شود، ابتدا همهٔ فراوانی‌ها را برحسب یک مجهول بیان کنید، سپس از مجموع فراوانی‌ها ٪۱۰۰ و رابطهٔ جرم اتمی میانگین برای یافتن مجهول استفاده کنید.

کنکور **جرم اتمی میانگین عنصری با دو ایزوتوپ، برابر ۲ / ۲۸ amu است. اگر تفاوت جرم دو ایزوتوپ برابر ۲ واحد و درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر، ۴ برابر درصد فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر باشد، جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر کدام است؟ (عدد جرمی ایزوتوپ‌ها، برابر با جرم اتمی آن‌ها در نظر گرفته می‌شود.)** *(سؤال ۷۹ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) ۲۶ / ۶ ۲) ۲۸ / ۶ ۳) ۲۹ / ۲ ۴) ۲۹ / ۸

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۰ کدام موارد زیر، نادرست‌اند؟

الف) اگر دو اتم عدد جرمی یکسان ولی عدد اتمی متفاوت داشته باشند، مجموع شمار الکترون‌ها و نوترون‌های آن‌ها برابر است.

ب) اگر از اتم یک عنصر دو الکترون جدا شود، جایگاه آن در جدول تناوبی تغییر می‌کند.

پ) اتم‌ها بسیار ریزند، طوری که نمی‌توان به طور مستقیم جرم آن‌ها را اندازه‌گیری کرد.

ت) جرم اتمی میانگین هیدروژن کمی کم‌تر از یک‌دوازدهم جرم ایزوتوپ کربن ـ ۱۲ است.

۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

الف) عدد جرمی برابر مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌هاست.

اگر دو اتم **عدد جرمی یکسان** داشته باشند، صرف‌نظر از این‌که عدد اتمی آن‌ها یکسان باشد یا خیر، مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌های هر دو، برابر همان عدد جرمی خواهد بود. از آن‌جا که در یک اتم شمار الکترون‌ها برابر با تعداد پروتون‌ها است، پس مجموع شمار الکترون‌ها و نوترون‌های آن‌ها برابر است.

ب) با جداشدن دو الکترون، تنها **یون** تشکیل می‌شود و هستهٔ اتم تغییری نمی‌کند؛ بنابراین عدد اتمی و جایگاه عنصر در جدول تناوبی ثابت می‌ماند. جدول تناوبی براساس **عدد اتمی** تنظیم شده است، نه تعداد الکترون‌های یون.

پ) اتم‌ها بسیار ریزند به طوری که نمی‌توان آن‌ها را به طور مستقیم مشاهده و جرم آن‌ها را اندازه‌گیری کرد.

ت) جرم اتمی میانگین هیدروژن ($1/008\ amu$) کمی **بیشتر** از یک‌دوازدهم جرم ایزوتوپ کربن ـ ۱۲ ($1\ amu$) است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۱ در یک کارخانه، ۴۸۰ تیغهٔ فلزی یکسان از عنصر خالص X ساخته شده است. اگر جرم کل این تیغه‌ها ۵۷۶ گرم باشد و هر تیغه شامل $3/01\times10^{22}$ اتم X باشد، جرم مولی عنصر X برحسب گرم بر مول کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۲۴ ۳) ۵۶ ۴) ۶۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

برای به دست آوردن جرم مولی عنصر X، ابتدا جرم هر تیغه و سپس تعداد مول‌های اتم موجود در آن را محاسبه می‌کنیم.

جرم کل ۴۸۰ تیغه برابر **۵۷۶ گرم** است؛ بنابراین جرم یک تیغه برابر خواهد بود با:

$$\text{جرم هر تیغه} = \frac{(576\ \text{g})}{(480\ \text{تیغه})} = 1/2\ \text{g}$$

هر تیغه شامل $3/01\times10^{22}$ اتم X است.

با استفاده از کسر تبدیل و عدد آووگادرو:

$$n = (3/01\times10^{22}\ \text{اتم})\times\frac{(1\ \text{mol})}{(6/02\times10^{23}\ \text{اتم})} = 0/05\ \text{mol}$$

بنابراین، هر تیغه شامل ۰/۰۵ **مول** اتم X است.

جرم مولی از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$M = \frac{m}{n}$$

$$M = \frac{(1/2\ \text{g})}{(0/05\ \text{mol})} = 24\ \text{g.mol}^{-1}$$

یه‌جور دیگه

ابتدا جرم یک تیغه را از جرم کل به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از تعداد اتم‌های موجود در هر تیغه و عدد آووگادرو، جرم مولی عنصر را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{(576\ \text{g})}{(480\ \text{تیغه})}\times\frac{(1\ \text{تیغه})}{(3/01\times10^{22}\ \text{اتم})}\times\frac{(6/02\times10^{23}\ \text{اتم})}{(1\ \text{mol})} = 24\ \text{g.mol}^{-1}$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۲ چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

- **اگر دو نمونه از دو عنصر متفاوت، تعداد اتم‌های برابری داشته باشند، جرم آن‌ها نیز برابر است.**
- **اگر شمار مول‌های دو نمونه‌ماده برابر باشد، تعداد اتم‌های آن‌ها نیز برابر خواهد بود.**
- **اگر جرم دو نمونه برابر باشد، نمونه‌ای که جرم مولی کم‌تری دارد، تعداد اتم‌های بیشتری خواهد داشت.**
- **عدد آووگادرو، تعداد ذره‌های موجود در یک مول از هر ماده را مشخص می‌کند؛ بنابراین یک مول اتم، یک مول مولکول و یک مول یون، همگی تعداد ذره‌های یکسانی دارند.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✔

تنها عبارت چهارم درست است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر دو نمونه از دو عنصر متفاوت، تعداد اتم‌های برابری داشته باشند، ممکن است تعداد مول‌های آن‌ها برابر نباشد (مثلاً یکی تک‌اتمی و دیگری دواتمی باشد)؛ هم‌چنین چون جرم مولی عنصرها می‌تواند متفاوت باشد، جرم دو نمونه الزاماً برابر نخواهد بود.

عبارت دوم: برابربودن تعداد مول‌های دو نمونه، لزوماً به معنای برابربودن تعداد **اتم‌ها** نیست؛ زیرا ممکن است هر واحد از ذرهٔ سازندهٔ ماده، تعداد اتم‌های یکسانی نداشته باشد.

برای مثال، یک مول آب و یک مول هلیم را در نظر بگیرید:

$$1\ mol\ H_2O \times \frac{(6/02\times10^{23}\ \text{مولکول})}{(1\ mol)} \times \frac{(3\ \text{اتم})}{(1\ \text{مولکول})} = 1/806\times10^{24}\ \text{اتم}$$

$$1\ mol\ He \times \frac{(6/02\times10^{23}\ \text{اتم})}{(1\ mol)} = 6/02\times10^{23}\ \text{اتم}$$

در حالی که شمار مول‌های هر دو نمونه برابر است، تعداد اتم‌های آن‌ها برابر نیست.

عبارت سوم: برای جرم ثابت، تعداد مول‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{m}{M}$$

بنابراین هر چه جرم مولی کوچک‌تر باشد، تعداد مول‌ها بیشتر خواهد بود، اما لزوماً تعداد اتم‌ها بیشتر نمی‌شود، چون ممکن است تعداد اتم‌ها در فرمول ماده‌ها متفاوت باشد؛ در نتیجه تعداد اتم‌ها لزوماً افزایش نمی‌یابد.

برای مثال بیایید مولکول‌های SO_3 و C_7H_{16} را بررسی کنیم. فرض می‌کنیم از هر ماده ۱۰۰ گرم داریم. جرم مولی SO_3 برابر ۸۰ گرم بر مول و جرم مولی C_7H_{16} برابر ۱۰۰ گرم بر مول است، اما تعداد اتم‌ها در C_7H_{16} بیشتر است:

$$100\ g\ SO_3 \times \frac{1\ mol\ SO_3}{80\ g\ SO_3} \times \frac{4\ mol\ \text{اتم}}{1\ mol\ SO_3} \times \frac{N_A\ \text{اتم}}{1\ mol\ \text{اتم}} = 5\ N_A\ \text{اتم}$$

$$100\ g\ C_7H_{16} \times \frac{1\ mol\ C_7H_{16}}{100\ g\ C_7H_{16}} \times \frac{23\ mol\ \text{اتم}}{1\ mol\ C_7H_{16}} \times \frac{N_A\ \text{اتم}}{1\ mol\ \text{اتم}} = 23\ N_A\ \text{اتم}$$

عبارت چهارم: عدد آووگادرو تعداد ذره‌های موجود در **یک مول** از هر ماده را نشان می‌دهد؛ بنابراین:

$1\ mol\ \text{اتم} = 6/02\times10^{23}\ \text{اتم}$

$1\ mol\ \text{مولکول} = 6/02\times10^{23}\ \text{مولکول}$

$1\ mol\ \text{یون} = 6/02\times10^{23}\ \text{یون}$

اگرچه نوع ذره‌ها متفاوت است، اما تعداد آن‌ها در یک مول همواره برابر با عدد آووگادرو است.

۶۳ در مخلوطی از CO_2 و SO_3، تعداد کل اتم‌های موجود در مولکول‌های CO_2 با تعداد اتم‌های اکسیژن موجود در مولکول‌های SO_3 برابر است. نسبت جرم CO_2 به SO_3 در این مخلوط کدام است؟

$(C = 12 , O = 16 , S = 32 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۵۵ ۲) ۰/۹۱ ۳) ۱/۱ ۴) ۱/۸۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

فرض کنید تعداد مول‌های CO_2 و SO_3 به ترتیب برابر x و y باشد.

هر مولکول CO_2 شامل **۳ اتم** (۱ کربن و ۲ اکسیژن) است؛ بنابراین تعداد مول اتم‌های موجود در x مول CO_2 برابر است با: $3x$

هر مولکول SO_3 دارای **۳ اتم اکسیژن** است؛ بنابراین تعداد مول اتم‌های اکسیژن موجود در y مول SO_3 برابر است با: $3y$

طبق صورت سؤال: $3x = 3y$

پس: $x = y$

از طرفی:

$$m(CO_2) = 44\,x$$

$$m(SO_3) = 80\,y$$

و چون $(x = y)$:

$$\frac{m(CO_2)}{m(SO_3)} = \frac{44}{80} = \frac{11}{20} = 0/55$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۴ **عنصر X دارای دو ایزوتوپ طبیعی با عددهای جرمی ۱۰ و ۱۱ است. عنصر Y نیز دارای دو ایزوتوپ طبیعی با عددهای جرمی ۷۹ و ۸۱ است. اگر جرم مولی میانگین ترکیب XY_3 برابر ۲۵۰/۵ گرم بر مول باشد و فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر عنصر X، چهار برابر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر آن باشد، درصد فراوانی ایزوتوپ Y ـ ۸۱ کدام است؟ (عدد جرمی و جرم اتمی را یکسان در نظر بگیرید.)**

۱) ۲۵ ۲) ۳۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته در این‌گونه سؤال‌ها باید توجه داشت که **جرم مولی عنصر از نظر عددی با جرم اتمی میانگین آن برابر است.**

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: محاسبهٔ جرم اتمی میانگین عنصر X

فرض کنید فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر X ـ ۱۰ برابر x باشد.

طبق صورت سؤال، فراوانی ایزوتوپ X ـ ۱۱ چهار برابر آن است؛ بنابراین:

$$x + 4x = 100$$

$$x = 20\%$$

پس:

$$\text{فراوانی } X \text{ ـ } 10 = 20\%$$

$$\text{فراوانی } X \text{ ـ } 11 = 80\%$$

جرم اتمی میانگین X برابر است با:

$$\frac{[(20\times 10)+(80\times 11)]}{100} = 10/8 \text{ amu}$$

گام دوم: محاسبهٔ جرم اتمی میانگین عنصر Y

جرم مولی ترکیب XY_3 برابر $250/5\ g.mol^{-1}$ است؛ بنابراین:

$$M(XY_3) = M(X) + 3M(Y)$$

$$250/5 = 10/8 + 3M(Y)$$

$$M(Y) = \frac{(250/5 - 10/8)}{3} = 79/9 \text{ amu}$$

گام سوم: محاسبهٔ درصد فراوانی ایزوتوپ Y^{81}:

فرض کنید فراوانی ایزوتوپ Y ـ ۸۱ برابر a٪ باشد؛ بنابراین فراوانی ایزوتوپ Y ـ ۷۹ برابر $(100-a)\%$ است.

از رابطهٔ جرم اتمی میانگین داریم:

$$\frac{[79\times(100-a)+(81\times a)]}{100} = 79/9$$

$$7900 - 79a + 81a = 7990$$

$$7900 + 2a = 7990$$

$$2a = 90$$

$$a = 45\%$$

بنابراین درصد فراوانی ایزوتوپ Y ـ ۸۱ برابر است با ۴۵٪.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۵ کدام موارد زیر، درست‌اند؟

الف) انرژی یک پرتو با طول موج آن، رابطهٔ عکس دارد، یعنی هر چه طول موج کوتاه‌تر باشد، انرژی آن موج بیشتر است.

ب) بازگشت الکترون از لایهٔ بالاتر به لایهٔ پایین‌تر متناظر با آزادشدن پرتویی با انرژی مشخص است.

پ) هر پرتوی مرئی هنگام عبور از منشور کمی منحرف می‌شود، اما نور بنفش (که انرژی بیشتری دارد)، کم‌تر از نور سرخ (که انرژی کم‌تری دارد) می‌شکند.

ت) دو ایزوتوپ یک عنصر، به دلیل جرم متفاوت، طیف نشری خطی متفاوتی دارند.

۱) الف ـ ب　　۲) الف ـ ت　　۳) ب ـ پ　　۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ خیلی تشریحی

عبارت‌های «**الف**» و «**ب**» درست هستند. اکنون هر عبارت را جداگانه بررسی می‌کنیم.

بررسی عبارت‌ها:

الف) انرژی موج الکترومغناطیسی با طول موج آن نسبت عکس دارد؛ بنابراین هر چه **طول موج کوتاه‌تر** باشد، انرژی پرتو **بیشتر** خواهد بود. به همین دلیل نور بنفش انرژی بیشتری نسبت به نور سرخ دارد.

ب) هنگامی که الکترونِ برانگیخته از لایهٔ بالاتر به لایهٔ پایین‌تر بازمی‌گردد، اختلاف انرژی دو لایه به صورت یک پرتو الکترومغناطیسی گسیل می‌شود. از آن‌جا که اختلاف انرژی هر دو لایه مقدار مشخصی است، انرژی پرتو و در نتیجه طول موج آن نیز مشخص خواهد بود.

پ) منشور نورهای مختلف را به اندازه‌های متفاوت منحرف می‌کند. **نور بنفش بیشترین شکست** و **نور سرخ کم‌ترین شکست** را دارد؛ زیرا **هر چه انرژی بیشتر (و طول موج کوتاه‌تر) باشد، شکست نور در منشور بیشتر است.**

ت) ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای **عدد اتمی و خواص شیمیایی یکسان** هستند. از آن‌جا که طیف نشری خطی به خواص شیمیایی وابسته است، در سطح کتاب درسی طیف نشری خطی ایزوتوپ‌های یک عنصر یکسان در نظر گرفته می‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۶ کدام مطلب درست است؟

۱) هر چه اختلاف انرژی دو لایهٔ الکترونی در اتم برانگیختهٔ هیدروژن بیشتر باشد، پرتو گسیل‌شده طول موج بلندتری خواهد داشت و خطوط طیفی از یکدیگر دورتر دیده می‌شوند.

۲) به فرایندی که در آن یک مادهٔ شیمیایی با از دست دادن انرژی، از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می‌دارد، نشر می‌گویند.

۳) در مدل بور، هر انتقال الکترون از یک لایه به لایهٔ دیگر با جذب انرژی همراه است.

۴) در اتم هیدروژن، نزدیک‌شدن خطوط طیف نشری در بخش پرانرژی طیف، نشان می‌دهد اختلاف انرژی لایه‌های بالاتر به تدریج کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در طیف نشری خطی هیدروژن، هر چه به سمت پرتوهای پرانرژی‌تر (طول موج کوتاه‌تر) حرکت می‌کنیم، فاصلهٔ خطوط طیفی کم‌تر می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد که در لایه‌های انرژی بالاتر، اختلاف انرژی بین دو لایهٔ متوالی به تدریج کاهش می‌یابد؛ بنابراین طول موج پرتوهای گسیل‌شده نیز به یکدیگر نزدیک‌تر شده و خطوط طیفی متراکم‌تر دیده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): انرژی پرتو الکترومغناطیسی با طول موج آن **رابطهٔ عکس** دارند. در نتیجه، هر چه اختلاف انرژی دو لایه بیشتر باشد، انرژی پرتو گسیل‌شده بیشتر و طول موج آن **کوتاه‌تر** خواهد بود، نه بلندتر. هم‌چنین خطوط طیفی به هم نزدیک‌ترند نه دورتر. هم‌چنین در طیف نشری هیدروژن، خطوط مربوط به پرتوهای پرانرژی به یکدیگر نزدیک‌تر هستند.

گزینهٔ (۲): در فرایند **نشر**، ابتدا ماده باید انرژی دریافت کند تا الکترون‌ها به لایه‌های بالاتر بروند. سپس هنگام بازگشت الکترون‌ها به لایه‌های پایین‌تر، انرژی اضافی به صورت پرتو الکترومغناطیسی گسیل می‌شود.

بنابراین عبارت «با از دست دادن انرژی، از خود پرتو گسیل می‌دارد.» تعریف کاملی از نشر نیست؛ زیرا شرط لازم برای نشر، **برانگیخته‌شدن اتم، بر اثر جذب انرژی** است.

گزینهٔ (۳): در مدل بور، انتقال الکترون دو حالت دارد:

انتقال از لایهٔ پایین‌تر به لایهٔ بالاتر $\Rightarrow$ **جذب انرژی**

انتقال از لایهٔ بالاتر به لایهٔ پایین‌تر $\Rightarrow$ **گسیل انرژی**

بنابراین همهٔ انتقال‌ها با جذب انرژی همراه نیستند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۷ **براساس مطالب کتاب درسی، کدام مطلب نادرست است؟**

۱) هر چه رنگ شعلهٔ گاز آشپزخانه به آبی نزدیک‌تر باشد، دمای شعله بیشتر است.

۲) رنگ شعلهٔ فلز لیتیم و ترکیب‌های آن سرخ است.

۳) با عبوردادن باریکه‌ای از رنگ شعلهٔ یک فلز از منشور، الگویی پیوسته به دست می‌آید که به آن طیف نشری خطی می‌گوییم.

۴) در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام از عنصر نئون در لامپ استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

با عبور باریکهٔ نور حاصل از شعلهٔ یک عنصر از منشور، **طیف نشری خطی** به دست می‌آید؛ اما این طیف **گسسته است نه پیوسته!** طیف نشری عنصرها از تعدادی **خط رنگی مجزا** تشکیل شده است که هر خط متناظر با گسیل پرتویی با انرژی و طول موج مشخص است و مانند اثر انگشت برای هر عنصر، الگوی ویژه‌ای دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): براساس کتاب درسی، رنگ شعله به دمای آن بستگی دارد. هر چه دمای شعله بیشتر باشد، بیشترین شدت تابش آن به سمت طول موج‌های کوتاه‌تر جابه‌جا می‌شود و رنگ شعله از زرد و نارنجی به سمت آبی متمایل می‌شود. به همین دلیل، شعلهٔ آبی گاز آشپزخانه معمولاً از شعلهٔ زرد داغ‌تر است.

گزینهٔ (۲): فلز لیتیم و ترکیب‌های آن هنگام قرارگرفتن در شعله، رنگ **سرخ** ایجاد می‌کنند. این ویژگی یکی از شناخته‌شده‌ترین آزمون‌های شناسایی لیتیم در آزمایشگاه است.

گزینهٔ (۴): عنصر **نئون (Ne)** هنگام عبور جریان الکتریکی در لامپ‌های تخلیهٔ الکتریکی، نور **سرخ** گسیل می‌کند. به همین دلیل، از آن در ساخت تابلوهای تبلیغاتی و نوشته‌های نورانی استفاده می‌شود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۸ **در یک کارخانهٔ تولید لامپ، برای تولید نور با رنگ‌های مختلف از گازهای مختلف درون لامپ‌ها استفاده می‌شود. برای تولید نور زرد، از کدام گاز درون لامپ استفاده می‌شود؟**

۱) نئون ۲) لیتیم ۳) سدیم ۴) آرگون

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ خیلی تشریحی

بخار **سدیم** هنگام برانگیخته‌شدن، نور زرد گسیل می‌کند. به همین دلیل، نور حاصل از لامپ‌های بخار سدیم به رنگ **زرد** دیده می‌شود و از این لامپ‌ها در روشنایی خیابان‌ها و بزرگراه‌ها استفاده می‌شود.

گاز **نئون** هنگام عبور جریان الکتریکی، نور **سرخ** تولید می‌کند. به همین دلیل در ساخت تابلوهای تبلیغاتی و لامپ‌های نئون کاربرد فراوان دارد، اما نور زرد ایجاد نمی‌کند.

فلز **لیتیم** و ترکیب‌های آن در آزمون شعله، رنگ **سرخ** ایجاد می‌کنند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۶۹ کدام مطلب نادرست است؟

۱) دوربین موبایل گسترهٔ بیشتری از امواج الکترومغناطیس را نسبت به چشم انسان تشخیص می‌دهد.

۲) طیف نشری خطی هر عنصر، مانند اثر انگشت منحصربه‌فرد است.

۳) طیف نشری خطی ایزوتوپ‌های لیتیم یکسان است.

۴) ستارهٔ «پروکسیما قنطورس» به رنگ نارنجی، دمای بیشتری از ستارهٔ «پای شکارچی» به رنگ آبی دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

ستارهٔ «پروکسیما قنطورس» به رنگ نارنجی، دمای **کم‌تری** از ستارهٔ «پای شکارچی» به رنگ آبی دارد. رنگ ستاره‌ها به دمای سطح آن‌ها بستگی دارد. ستاره‌های آبی‌رنگ داغ‌ترین و ستاره‌های قرمزرنگ سردترین ستاره‌ها هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

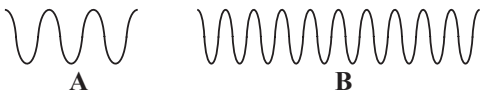
گزینهٔ (۱): چشم انسان فقط می‌تواند بخش کوچکی از طیف الکترومغناطیسی، یعنی نور مرئی (از حدود ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر) را ببیند، اما حسگرهای دوربین‌های موبایل (و دوربین‌های دیجیتال به طور کلی) طوری طراحی شده‌اند که می‌توانند علاوه بر نور مرئی، بخشی از امواج فروسرخ (با طول موج بلندتر از قرمز) و گاهی اوقات بخشی از امواج فرابنفش (با طول موج کوتاه‌تر از بنفش) را نیز ثبت کنند. به همین دلیل است که می‌توان با دوربین موبایل، امواج فروسرخ کنترل تلوزیون را دید.

گزینهٔ (۲): هنگامی که اتم‌های یک عنصر برانگیخته می‌شوند (مثلاً با گرما یا تخلیهٔ الکتریکی)، پرتوهایی با انرژی‌های مشخص گسیل می‌شوند. این پرتوها طول موج‌های خاصی دارند و در طیف نشری خطی به صورت خطوط روشن و مجزا ظاهر می‌شوند. چون عدد اتمی هر عنصر منحصربه‌فرد است، طیف نشری خطی آن نیز منحصربه‌فرد خواهد بود.

گزینهٔ (۳): طیف نشری خطی، به عدد اتمی بستگی دارد. ایزوتوپ‌های یک عنصر، تعداد پروتون و الکترون برابری دارند و تنها تفاوت آن‌ها در تعداد نوترون‌هایشان است. طیف نشری خطی ایزوتوپ‌های یک عنصر (مثل ایزوتوپ‌های لیتیم) یکسان خواهد بود.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۷۰ با توجه به شکل زیر که دو موج A و B را نشان می دهد، کدام مورد نادرست است؟



۱) اگر موج A مربوط به امواج رادیویی باشد، موج B می‌تواند مربوط به امواج فروسرخ باشد.

۲) اگر هر دو موج مربوط به طیف نور مرئی باشند، موج A می‌تواند مربوط به نور بنفش باشد.

۳) اگر طول موج B برابر با ۷۰۰ نانومتر باشد، پرتو مربوط به موج A با چشم انسان قابل مشاهده نیست.

۴) موج A و B می‌توانند به ترتیب مربوط به امواج فرابنفش و پرتو X باشند.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در طیف نور مرئی، نور بنفش بیشترین انرژی و کم‌ترین طول موج را دارد (حدود ۴۰۰ نانومتر). نور سرخ کم‌ترین انرژی و بیشترین طول موج را دارد (حدود ۷۰۰ نانومتر). چون موج A طول موج بیشتری نسبت به موج B دارد، نمی‌تواند مربوط به نور بنفش باشد (در حالی که B طول موج کم‌تر و انرژی بیشتری دارد).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): امواج رادیویی کم‌ترین انرژی و بیشترین طول موج را در بین امواج الکترومغناطیس دارند. امواج فروسرخ انرژی بیشتر و طول موج کم‌تری نسبت به امواج رادیویی دارند. چون در شکل، موج B طول موج کم‌تر (و انرژی بیشتری) نسبت به موج A دارد، اگر A رادیویی باشد، B می‌تواند فروسرخ باشد.

گزینهٔ (۳): طول موج ۷۰۰ نانومتر مربوط به انتهای محدودهٔ نور مرئی و رنگ سرخ است. موج A طول موج بیشتری نسبت به موج B دارد، پس طول موج A از ۷۰۰ نانومتر بیشتر است و خارج از محدودهٔ نور مرئی قرار می‌گیرد (احتمالاً در محدودهٔ فروسرخ)؛ بنابراین با چشم انسان قابل مشاهده نیست.

گزینهٔ (۴): پرتو X انرژی بیشتر و طول موج کم‌تری نسبت به امواج فرابنفش دارد. چون در شکل، موج B طول موج کم‌تر (و انرژی بیشتری) نسبت به موج A دارد، اگر A امواج فرابنفش باشد، B می‌تواند پرتو X باشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت