با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

irantooshe.ir

t.me/irantooshe

ریاضی ۲ یازدهم - فصل هفتم

آمار و احتمال

فهرست

۱ صفحه ۱۴۴ · پرسش — احتمال شرطی (قرعه‌کشی) ۳

۲ صفحه ۱۴۵ · کار در کلاس — احتمال شرطی (مسابقهٔ اتومبیل‌رانی) ... ۳

۳ صفحه ۱۵۱ · تمرین ۱ — استقلال سه پیشامد در پرتاب تاس ... ۴

۴ صفحه ۱۵۱ · تمرین ۲ — پرتاب سه‌بارهٔ سکه ۴

۵ صفحه ۱۵۱ · تمرین ۳ — متمم پیشامدهای مستقل ۵

۶ صفحه ۱۵۲ · تمرین ۴ — تیم کوهنوردی و تیم ملی ۵

۷ صفحه ۱۵۲ · تمرین ۵ — قبولی در درس ریاضی ۶

۸ صفحه ۱۵۲ · تمرین ۶ — احتمال شرطی در پرتاب دو تاس ... ۶

۹ صفحه ۱۵۲ · تمرین ۷ — واکنش مواد شیمیایی ۷

۱۰ صفحه ۱۵۳ · فعالیت — محاسبهٔ میانگین جرم دوستان ... ۷

۱۱ صفحه ۱۵۴ · پرسش — ویژگی‌های میانگین ۸

۱۲ صفحه ۱۵۴ · کار در کلاس — میانگین جرم و دمای هوا ... ۸

۱۳ صفحه ۱۵۵ · مثال — میانگین یا میانه؟ (نمره‌های سمیرا) ... ۹

۱۴ صفحه ۱۵۵ · کار در کلاس — میانه و میانگین ضربان قلب ... ۹

۱۵ صفحه ۱۵۶ · فعالیت — میانه و میانگین نمرهٔ دو کلاس ... ۱۰

۱۶ صفحه ۱۵۷ · کار در کلاس — دامنهٔ تغییرات (کتاب‌های غیردرسی) ... ۱۱

۱۷ صفحه ۱۵۷ · فعالیت — اختلاف داده‌ها از میانگین ۱۲

۱۸ صفحه ۱۵۸ · فعالیت — مجذور اختلاف از میانگین و واریانس ... ۱۳

۱۹ صفحه ۱۵۹ · کار در کلاس — واریانس تعداد کتاب‌های مطالعه‌شده ... ۱۴

۲۰ صفحه ۱۵۹ · پرسش — ویژگی‌های واریانس ۱۵

۲۱ صفحه ۱۵۹ · کار در کلاس — واریانس جرم و دمای هوا ۱۵

۲۲ صفحه ۱۶۰ · پرسش — انتخاب شاخص پراکندگی ۱۶

۲۳ صفحه ۱۶۰ · کار در کلاس — ضریب تغییرات دمای مشهد و کیش ... ۱۶

۲۴ صفحه ۱۶۲ · کار در کلاس — چارک‌های زمان استفاده از اینترنت ... ۱۷

۲۵ صفحه ۱۶۲ · خواندنی — دهک و صدک ۱۸

۲۶ صفحه ۱۶۲ · تمرین ۱ — درستی یا نادرستی جمله‌ها (ویژگی‌های میانگین و پراکندگی) ... ۱۹

۲۷ صفحه ۱۶۲ · تمرین ۲ — مقایسهٔ دو نوع لاستیک ۱۹

۲۸ صفحه ۱۶۲ · تمرین ۳ — پول توجیبی مینا و مریم ۲۰

۲۹ صفحه ۱۶۳ · تمرین ۴ — نرخ تورم سال‌های ۸۴ تا ۹۴ ..... ۲۱

۳۰ صفحه ۱۶۳ · تمرین ۵ — ارتفاع شهرهای مرکزی و کهگیلویه و بویراحمد ... ۲۲

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۱ صفحه ۱۴۴ پرسش

فرض کنیم در یک قرعه‌کشی اعداد ۱ تا ۲۰ به بیست نفر اختصاص داده شده‌اند و قرار است یک شماره به تصادف انتخاب و به عنوان برنده اعلام شود. اگر شمارهٔ ۸ به‌دست شما افتاده باشد، با چه احتمالی شما برنده خواهید شد؟

اگر بدانید که یک شمارهٔ یک رقمی انتخاب خواهد شد، با چه احتمالی برنده خواهید شد؟

بخش اول: فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, ..., 20\}$ است و $n(S) = 20$. فقط یکی از ۲۰ حالت به نفع شماست، پس

$P(A) = 1/20 = 0.05$

بخش دوم: پیشامد B را «یک رقمی بودن شمارهٔ انتخاب‌شده» می‌گیریم؛ $B = \{1, 2, ..., 9\}$ و $n(B) = 9$. با دانستن اینکه B رخ داده است، فقط ۹ حالت ممکن (هم‌شانس) باقی می‌ماند و شمارهٔ ۸ یکی از آنهاست:

$P(A|B) = n(A \cap B) / n(B) = 1/9 \approx 0.11$

یعنی احتمال برنده‌شدن شما از ۱/۲۰ به ۱/۹ افزایش می‌یابد؛ چون اطلاع از رخ‌دادن B احتمال را تغییر داده است.

۲ صفحه ۱۴۵ کار در کلاس

در یک مسابقهٔ اتومبیل‌رانی احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود و به خط پایان نیز برسد، برابر ۰/۷ است و احتمال اینکه یک اتومبیل دچار نقص فنی نشود، برابر ۰/۸ است. اگر بدانیم یک اتومبیل دچار نقص فنی نشده است، با چه احتمالی به خط پایان رسیده است؟

- A: پیشامد دچار نقص فنی نشدن اتومبیل
- B: پیشامد رسیدن به خط پایان

طبق مسئله:

$P(A) = 0.8$ and $P(A \cap B) = 0.7$

$P(B|A) = P(A \cap B) / P(A) = 0.7 / 0.8 = 7/8 = 0.875$

پس اگر بدانیم اتومبیل دچار نقص فنی نشده است، با احتمال ۷/۸ (یعنی ۸۷/۵ درصد) به خط پایان می‌رسد.

۳ صفحه ۱۵۱ **تمرین ۱**

در پرتاب یک تاس فرض کنید پیشامد A ظاهر شدن عدد زوج، پیشامد B ظاهر شدن عددی با مضرب ۳ و پیشامد C ظاهر شدن عددی بزرگ‌تر از ۲ باشد. مستقل یا غیرمستقل بودن هر دو پیشامد را بررسی کنید.

فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. پیشامدها:

$A = \{2, 4, 6\}$ ، $B = \{3, 6\}$ ، $C = \{3, 4, 5, 6\}$

$P(A) = 3/6 = 1/2$ ، $P(B) = 2/6 = 1/3$ ، $P(C) = 4/6 = 2/3$

دو پیشامد مستقل‌اند اگر و فقط اگر $P(X \cap Y) = P(X) \cdot P(Y)$.

1. A و B: $A \cap B = \{6\}$ پس $P(A \cap B) = 1/6$ و $P(A) \cdot P(B) = 1/2 \times 1/3 = 1/6$. برابرند، پس **مستقل** هستند.
2. A و C: $A \cap C = \{4, 6\}$ پس $P(A \cap C) = 2/6 = 1/3$ و $P(A) \cdot P(C) = 1/2 \times 2/3 = 1/3$. برابرند، پس **مستقل** هستند.
3. B و C: $B \cap C = \{3, 6\}$ پس $P(B \cap C) = 2/6 = 1/3$ اما $P(B) \cdot P(C) = 1/3 \times 2/3 = 2/9$. برابر نیستند، پس **وابسته (غیرمستقل)** هستند.

۴ صفحه ۱۵۱ **تمرین ۲**

یک سکه را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال رو آمدن سکه در پرتاب سوم را به‌دست آورید، به شرطی که در دو پرتاب اول و دوم پشت ظاهر شده باشد.

پیشامد A: رو آمدن سکه در پرتاب سوم؛ پیشامد B: پشت آمدن در دو پرتاب اول و دوم. فضای نمونه‌ای ۸ حالت هم‌شانس دارد ($n(S) = 8$).

پیشامد B دو حالت دارد: «پشت، پشت، رو» و «پشت، پشت، پشت»؛ پس $P(B) = 2/8 = 1/4$. همچنین $A \cap B$ فقط حالت «پشت، پشت، رو» است و $P(A \cap B) = 1/8$.

$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B) = (1/8) / (1/4) = 1/2$

این نتیجه انتظار می‌رفت؛ زیرا پرتاب‌های سکه از هم مستقل‌اند و نتیجهٔ دو پرتاب اول بر پرتاب سوم اثری ندارد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۵ صفحه ۱۵۱ **تمرین ۳**

فرض کنید A و B دو پیشامد ناتهی و مستقل از یکدیگرند.

الف) نشان دهید A' و B مستقل‌اند.

ب) با توجه به (الف) نشان دهید A' و B' نیز مستقل‌اند.

الف) چون A و B مستقل‌اند، $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$. پیشامد B را به دو بخش ناسازگار «همراه با A» و «بدون A» تقسیم می‌کنیم: $B = (A\cap B) \cup (A'\cap B)$ و این دو بخش مشترکی ندارند، پس

$$P(A'\cap B) = P(B) - P(A\cap B) = P(B) - P(A)\cdot P(B) = P(B)\cdot(1 - P(A)) = P(A')\cdot P(B)$$

یعنی A' و B مستقل‌اند.

ب) طبق (الف)، A' و B مستقل‌اند. حال همان استدلال (الف) را برای دو پیشامد مستقل B و A' (به جای A و B) تکرار می‌کنیم؛ نتیجه می‌شود متمم یکی از آنها (یعنی B') با دیگری (A') مستقل است:

$$P(B'\cap A') = P(A') - P(B\cap A') = P(A') - P(B)\cdot P(A') = P(A')\cdot(1 - P(B)) = P(A')\cdot P(B')$$

پس A' و B' نیز مستقل‌اند.

۶ صفحه ۱۵۲ **تمرین ۴**

احمد به احتمال ۰/۷ در تیم کوهنوردی مدرسه‌شان و به احتمال ۰/۸ در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتخاب می‌شود. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) در هر دو تیم مورد نظر انتخاب شود.

ب) در هیچ‌کدام از دو تیم انتخاب نشود.

پ) فقط در تیم ملی فوتبال انتخاب شود.

ت) فقط در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.

ث) حداقل در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.

فرض می‌کنیم انتخاب شدن در دو تیم از هم مستقل است. A: انتخاب در تیم کوهنوردی، B: انتخاب در تیم ملی فوتبال؛ $P(A) = 0.7$ و $P(B) = 0.8$ (پس $P(A') = 0.3$ و $P(B') = 0.2$).

۱. $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) = 0.7 \times 0.8 = 0.56$

۲. $P(A'\cap B') = P(A')\cdot P(B') = 0.3 \times 0.2 = 0.06$ (متمم‌ها نیز مستقل‌اند)

۳. $P(A'\cap B) = P(A')\cdot P(B) = 0.3 \times 0.8 = 0.24$

۴. $P(A\cap B') + P(A'\cap B) = 0.7 \times 0.2 + 0.3 \times 0.8 = 0.14 + 0.24 = 0.38$

۵. $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B) = 0.7 + 0.8 - 0.56 = 0.94$ (یا $1 - P(A'\cap B') = 1 - 0.06 = 0.94$)

irantooshe.ir

۷ صفحه ۱۵۲ **تمرین ۵**

احتمال اینکه رؤیا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر ۰/۶۲۵ باشد، رؤیا با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟

فرض می‌کنیم قبولی دو نفر مستقل است. احتمال قبولی دوست رؤیا را x می‌گیریم؛ پس احتمال قبولی رؤیا $2x$ است.

«حداقل یکی قبول شود» متمم «هیچ‌کدام قبول نشوند» است:

$$1 - (1 - 2x)(1 - x) = 0.625$$

$$(1 - 2x)(1 - x) = 0.375 \Longrightarrow 1 - 3x + 2x^2 = 0.375 \Longrightarrow 2x^2 - 3x + 0.625 = 0$$

$$\Delta = 9 - 5 = 4 \Longrightarrow x = (3 \pm 2)/4 \Longrightarrow x = 0.25 \text{ یا } x = 1.25$$

چون احتمال نمی‌تواند از ۱ بیشتر باشد، $x = 0.25$ و احتمال قبولی رؤیا برابر $2x = 0.5$ است.

پاسخ: رؤیا با احتمال ۰/۵ (۵۰ درصد) در درس ریاضی قبول می‌شود. (راستی‌آزمایی: ۱ − ۰/۵ × ۰/۷۵ = ۰/۶۲۵)

۸ صفحه ۱۵۲ **تمرین ۶**

دو تاس با هم برتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرط اینکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به دست آورید.

A: هر دو عدد زوج باشند؛ B: مجموع دو عدد برابر ۸ باشد:

$$B = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\} \quad n(B) = 5$$

$$\Longrightarrow A \cap B = \{(2,6), (4,4), (6,2)\}$$

از این پنج حالت، حالت‌های (۲,۶)، (۴,۴) و (۶,۲) هر دو عدد زوج دارند: $n(A \cap B) = 3$

$$P(A|B) = n(A \cap B) / n(B) = 3/5 = 0.6$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۹ صفحه ۱۵۲ تمرین ۷

ترکیبی از ۴ مادهٔ شیمیایی داریم که دو تا از آنها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن مادهٔ A، ۱/۵ و احتمال واکنش نشان دادن مادهٔ B، ۱/۷ است. اگر مادهٔ A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن مادهٔ B، ۱/۴ خواهد شد. با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟

داده‌ها: $P(A) = 1/5$، $P(B) = 1/7$، $P(B|A) = 1/4$

از رابطهٔ احتمال شرطی: $P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 1/4 \times 1/5 = 1/20$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/5 + 1/7 - 1/20 = (28 + 20 - 7)/140 = 41/140 \approx 0.293$

پاسخ: احتمال واکنش نشان دادن حداقل یکی از دو ماده برابر ۴۱/۱۴۰ (حدود ۲۹/۳ درصد) است.

۱۰ صفحه ۱۵۳ فعالیت

محمد، جرم ۵ نفر از دوستان خود را پرسید و آنها را در جدول زیر یادداشت کرد. سپس میانگین جرم دوستان خود را حساب کرد :

نحوهٔ محاسبهٔ میانگین

۱ــ محمد ابتدا مجموع جرم دوستان خود را محاسبه کرد :

۲ــ سپس عدد حاصل را بر عدد ۵ (تعداد دوستان) تقسیم کرد :

میانگین جرم دوستان محمد برابر است با ..... .

دوست	رضا	نیما	سام	احمد	علی
جرم (کیلوگرم)	۵۵	۶۱	۵۷	۵۵	۶۲

۱ــ مجموع جرم‌ها: $55 + 61 + 57 + 55 + 62 = 290$ کیلوگرم

۲ــ تقسیم بر تعداد دوستان: $290 \div 5 = 58$

میانگین جرم دوستان محمد برابر است با ۵۸ کیلوگرم.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱۱ صفحه ۱۵۴ پرسش

اگر هر یک از داده‌های آماری با مقدار ثابتی جمع شود، میانگین آنها نیز با همان مقدار ثابت جمع خواهد شد. چرا؟

اگر هر یک از داده‌های آماری در مقدار ثابتی ضرب شود، میانگین آنها نیز در همان مقدار ثابت ضرب خواهد شد. چرا؟

فرض کنیم داده‌ها $x_1, x_2, \ldots, x_n$ و میانگین آنها $\bar{X} = (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)/N$ باشد.

جمع با مقدار ثابت c: میانگین داده‌های جدید برابر است با

$$((x_1+c) + \ldots + (x_n+c)) / N = (x_1 + \ldots + x_n + N\cdot c) / N = \bar{X} + c$$

یعنی در مجموع N بار مقدار c به جمع داده‌ها اضافه می‌شود و پس از تقسیم بر N، فقط c به میانگین افزوده می‌شود.

ضرب در مقدار ثابت c:

$$(c\cdot x_1 + \ldots + c\cdot x_n) / N = c\cdot(x_1 + \ldots + x_n) / N = c\cdot\bar{X}$$

زیرا c از مجموع فاکتور گرفته می‌شود و میانگین جدید c برابر میانگین قبلی خواهد بود.

۱۲ صفحه ۱۵۴ کار در کلاس

۱ در فعالیت قبل، میانگین جرم دوستان محمد چند گرم است؟

۲ هوای اهواز در هر ساعت از یک روز بهاری گزارش شد. اگر میانگین دمای هوا ۲۸ درجهٔ سانتی‌گراد باشد، میانگین دمای هوا چند درجهٔ فارنهایت است؟ (راهنمایی: $F = (9/5)C + 32$)

۱) میانگین جرم دوستان محمد ۵۸ کیلوگرم است؛ چون هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است: $58 \times 1000 = 58000$ یعنی میانگین جرم آنها **۵۸ ۰۰۰ گرم** است.

۲) دمای فارنهایت تابعی خطی از دمای سانتی‌گراد است (ضرب در ثابت 9/5 و جمع با ثابت 32)؛ طبق ویژگی‌های میانگین، میانگین نیز همین تبدیل را می‌پذیرد:

$$\bar{F} = (9/5)\cdot\bar{C} + 32 = (9/5) \times 28 + 32 = 50.4 + 32 = 82.4$$

پس میانگین دمای هوا **۸۲/۴ درجهٔ فارنهایت** است.

irantooshe.ir

۱۳ صفحه ۱۵۵ مثال

اعداد زیر نمره‌های درس ریاضی سمیرا در طول یک سال است.

ــ میانگین و میانهٔ نمره‌های او را حساب کنید.

19 17 18 18 20 5

پ) به نظر شما کدام معیار توانایی دانش‌آموز را در این درس بهتر ارزیابی می‌کند؟ چرا؟

میانگین نمره‌ها 16.17 ≈ و میانه $Q_2 = 18$ است (محاسبهٔ آنها در متن مثال آمده است).

میانه معیار بهتری است. نمرهٔ ۵ در مقایسه با بقیهٔ نمره‌ها (که همه بین ۱۷ تا ۲۰ هستند) یک دادهٔ دورافتاده است و میانگین را از ۱۸ به حدود ۱۶/۱۷ پایین کشیده است؛ در حالی که میانه (۱۸) تحت تأثیر این داده قرار نگرفته و توانایی واقعی سمیرا را بهتر نشان می‌دهد.

۱۴ صفحه ۱۵۵ کار در کلاس

داده‌های زیر مربوط به تعداد ضربان قلب ۱۲ دانش‌آموز پایهٔ یازدهم، قبل از یک مسابقهٔ دو است.

100 91 82 75 105 98 98 101 89 92 97 86

ــ میانهٔ داده‌ها را مشخص کنید.

ــ میانگین داده‌ها را مشخص کنید.

میانه: ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

75 82 86 89 91 92 97 98 98 100 101 105

تعداد داده‌ها ۱۲ (زوج) است؛ پس میانه میانگین دو دادهٔ وسط (ششم و هفتم) است:

$Q_2 = (92 + 97)/2 = 94.5$

میانگین: $\bar{X} = (75+82+86+89+91+92+97+98+98+100+101+105)/12 = 1114/12 \approx 92.83$

۱۵ صفحه ۱۵۶ فعالیت

نمرهٔ ریاضی دانش‌آموزان دو کلاس A و B، به تفکیک گزارش شده است :

الف) میانهٔ نمرهٔ این دو کلاس را محاسبه کنید.

ب) میانگین نمرهٔ این دو کلاس را محاسبه کنید.

پ) به نظر شما یک معلم ریاضی ترجیح می‌دهد در کدام کلاس تدریس کند؟ چرا؟

نمرهٔ ریاضی کلاس A (سطر اول) و کلاس B (سطر دوم)

A	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
B	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰

الف) داده‌ها از قبل مرتب‌اند و تعداد هر کدام ۵ (فرد) است؛ میانه همان دادهٔ وسط (سوم) است: کلاس A: ۱۰ ؛ کلاس B: ۱۰.

ب) کلاس A: 10 = 50/5 = (8+9+10+11+12)/5 ؛ کلاس B: 10 = 50/5 = (0+5+10+15+20)/5

پ) میانه و میانگین هر دو کلاس برابر ۱۰ است، اما نمره‌های کلاس A به هم نزدیک‌اند (۸ تا ۱۲) و نمره‌های کلاس B بسیار پراکنده‌اند (۰ تا ۲۰). معلم ترجیح می‌دهد در کلاس A تدریس کند؛ زیرا دانش‌آموزان آن از نظر سطح درسی همگن‌ترند و می‌توان روش تدریس را متناسب با همهٔ آنها انتخاب کرد، ولی در کلاس B هم دانش‌آموزان بسیار ضعیف و هم بسیار قوی وجود دارند.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۱۶ صفحه ۱۵۷ کار در کلاس

معلم از ۷ نفر از دانش‌آموزان خواست تا تعداد کتاب‌های غیردرسی را که در طول تابستان گذشته مطالعه کرده‌اند، گزارش کنند.

الف) دامنهٔ تغییرات آنها را محاسبه کنید. 1 4 14 12 9 8 15

ب) دو دانش‌آموز دیگر به جمع آنها اضافه شدند و آنها نیز تعدادکتاب‌های غیردرسی را که در طول تابستان گذشته مطالعه کرده بودند، به ترتیب ۵ و ۱۱ اعلام کردند. مجدداً دامنهٔ تغییرات این ۹ داده را محاسبه کنید.

پ) از مقایسهٔ پاسخ الف و ب چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

الف) بزرگ‌ترین داده ۱۵ و کوچک‌ترین ۱ است: $R = 15 - 1 = 14$

ب) با افزودن ۵ و ۱۱ بزرگ‌ترین داده هنوز ۱۵ و کوچک‌ترین هنوز ۱ است: $R = 15 - 1 = 14$

پ) با وجود افزایش تعداد داده‌ها، دامنهٔ تغییرات تغییری نکرد. دامنهٔ تغییرات فقط به بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده بستگی دارد و به مقدار و تعداد داده‌های میانی وابسته نیست؛ پس این معیار نمی‌تواند پراکندگی کل داده‌ها را به‌خوبی نشان دهد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۷ صفحه ۱۵۷ فعالیت

الف) در ادامهٔ فعالیت قبل اختلاف از میانگین را برای نمره‌های ریاضی کلاس A و B به کمک جدول‌های زیر محاسبه کنید.

ب) مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین را برای هر کلاس محاسبه کنید.

میانگین هر دو کلاس ۱۰ است ($\bar{X} = \bar{Y} = 10$).

الف) جدول کلاس A:

کلاس A

x_i	$(x_i - \bar{X})$
۸	$8 - 10 = -2$
۹	$9 - 10 = -1$
۱۰	$10 - 10 = 0$
۱۱	$11 - 10 = 1$
۱۲	$12 - 10 = 2$

جدول کلاس B:

کلاس B

y_i	$(y_i - \bar{Y})$
۰	$0 - 10 = -10$
۵	$5 - 10 = -5$
۱۰	$10 - 10 = 0$
۱۵	$15 - 10 = 5$
۲۰	$20 - 10 = 10$

ب) کلاس A: $0 + 1 + 2 + (-1) + (-2) = 0$ ؛ کلاس B: $0 + 5 + 10 + 0 + (-5) + (-10) = 0$

در هر دو کلاس مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین صفر شد (و این همیشه برقرار است).

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۸ صفحه ۱۵۸ فعالیت

الف) مجذور اختلاف از میانگین را برای نمره‌های ریاضی کلاس A و B به کمک جداول زیر محاسبه کنید.

ب) مجموع مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین را برای هر کلاس محاسبه کنید.

پ) میانگین مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین را برای هر کلاس محاسبه و مقایسه کنید.

الف) جدول کلاس A:

کلاس A

x_i	$(x_i - \bar{X})$	$(x_i - \bar{X})^2$
۸	-2	۴
۹	-1	۱
۱۰	۰	۰
۱۱	۱	۱
۱۲	۲	۴

جدول کلاس B:

کلاس B

y_i	$(y_i - \bar{Y})$	$(y_i - \bar{Y})^2$
۰	-10	۱۰۰
۵	-5	۲۵
۱۰	۰	۰
۱۵	۵	۲۵
۲۰	۱۰	۱۰۰

ب) مجموع مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین:

کلاس A: $(8-10)^2 + \ldots + (12-10)^2 = 4 + 1 + 0 + 1 + 4 = 10$

کلاس B: $(0-10)^2 + \ldots + (20-10)^2 = 100 + 25 + 0 + 25 + 100 = 250$

پ) میانگین مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین (همان واریانس):

کلاس A: $10/5 = 2$ ؛ کلاس B: $250/5 = 50$

مقایسه: این مقدار برای کلاس B (۵۰) بسیار بزرگ‌تر از کلاس A (۲) است؛ یعنی داده‌های کلاس B پراکندگی بیشتری حول میانگین دارند.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

نکته: در جدول صفحهٔ بعد کتاب برای واریانس این دو کلاس اعداد ۲/۵ و ۶۲/۵ آمده است که با تقسیم بر $N-1 = 4$ به‌دست می‌آید؛ اما مطابق رابطهٔ کتاب ($\sigma^2 = \Sigma(x_i - \bar{X})^2 / N$) و تقسیم بر ۵، پاسخ درست ۲ و ۵۰ است.

۱۹ صفحه ۱۵۹ کار در کلاس

واریانس تعداد کتاب‌های غیردرسی مطالعه شده در «کار در کلاس» قبل، توسط ۷ و ۹ دانش‌آموز را محاسبه کنید.

طبق رابطهٔ $\sigma^2 = \Sigma(x_i - \bar{X})^2 / N$ و داده‌های جدول کتاب:

۷ دانش‌آموز (15, 8, 8, 12, 14, 4, 1): مجموع داده‌ها ۶۲ و $\bar{X} = 62/7 \approx 8.857$؛ مجموع مجذور اختلاف‌ها $\approx$ 160.86 و

$\sigma^2 = 160.86 / 7 \approx 22.98$

۹ دانش‌آموز (15, 8, 8, 12, 14, 4, 1, 5, 11): مجموع داده‌ها ۷۸ و $\bar{X} = 78/9 \approx 8.667$؛ مجموع مجذور اختلاف‌ها $= 180$ و

$\sigma^2 = 180 / 9 = 20$

دامنهٔ تغییرات	واریانس
۱۴	$\approx$ ۲۲.۹۸
۱۴	۲۰

دامنهٔ تغییرات در هر دو حالت ۱۴ است، اما واریانس با تغییر تعداد و مقدار داده‌ها تغییر می‌کند. (اگر در کار در کلاس صفحهٔ ۱۵۷ سومین داده را ۹ بگیریم، واریانس ۷ داده برابر $\approx$ ۲۲/۸۶ می‌شود.)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۰ صفحه ۱۵۹ پرسش

اگر هر یک از داده‌های آماری با مقدار ثابتی جمع شود، واریانس آنها تغییر نخواهد کرد. چرا؟

اگر هر یک از داده‌های آماری در مقدار ثابتی ضرب شود، واریانس آنها در مجذور همان مقدار ثابت ضرب خواهد شد. چرا؟

جمع با مقدار ثابت c: میانگین نیز c واحد زیاد می‌شود $(\bar{X} + c)$؛ پس اختلاف هر داده از میانگین تغییر نمی‌کند:

$$(x_i + c) - (\bar{X} + c) = x_i - \bar{X}$$

چون همهٔ اختلاف‌ها (و مجذورهای آنها) همان‌اند، واریانس ثابت می‌ماند. (جابه‌جا کردن همهٔ داده‌ها به اندازهٔ c پراکندگی را عوض نمی‌کند.)

ضرب در مقدار ثابت c: میانگین جدید $c\cdot\bar{X}$ است؛ پس

$$c\cdot x_i - c\cdot\bar{X} = c\cdot(x_i - \bar{X}) \quad (c\cdot x_i - c\cdot\bar{X})^2 = c^2\cdot(x_i - \bar{X})^2$$

یعنی هر مجذور اختلاف در c^2 ضرب می‌شود و در نتیجه واریانس نیز در c^2 (مجذور مقدار ثابت) ضرب می‌شود.

۲۱ صفحه ۱۵۹ کار در کلاس

۱ در اولین فعالیت، واریانس جرم دوستان محمد چند گرم به توان دو است؟

۲ هوای اهواز در هر ساعت از یک روز بهاری گزارش شد. اگر واریانس دمای هوا ۶ درجهٔ سانتی‌گراد به توان دو باشد، واریانس دمای هوا چند درجهٔ فارنهایت به توان دو است؟ (راهنمایی: $F = (9/5)C + 32$)

۱) میانگین ۵۸ است و اختلاف‌ها از میانگین: $4, -3, -1, 3, -3$ پس

$$\sigma^2 = (9 + 9 + 1 + 9 + 16)/5 = 44/5 = 8.8$$

یعنی واریانس جرم دوستان محمد ۸/۸ کیلوگرم به توان دو است. چون هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است، واریانس برحسب گرم به توان دو برابر است با $8.8 \times 1000^2 = 8\,800\,000$ (۸ ۸۰۰ ۰۰۰) گرم به توان دو.

۲) افزودن عدد ثابت ۳۲ واریانس را عوض نمی‌کند و ضرب در 9/5 واریانس را در $(9/5)^2$ ضرب می‌کند:

$$\sigma^2(F) = (9/5)^2 \times 6 = (81/25) \times 6 = 19.44$$

پس واریانس دمای هوا ۱۹/۴۴ درجهٔ فارنهایت به توان دو است.

۲۲ صفحه ۱۶۰ پرسش

برای گزارش پراکندگی کدام شاخص را ترجیح می‌دهید؟ چرا؟

مجدداً این سؤال را مطرح می‌کنیم که در این فعالیت، به نظر شما یک معلم ریاضی ترجیح می‌دهد در کدام کلاس تدریس کند؟ چرا؟

شاخص ترجیحی: انحراف معیار. دامنهٔ تغییرات فقط به دو داده (بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین) بستگی دارد؛ واریانس هرچند از همهٔ داده‌ها استفاده می‌کند، واحدش توان دوم واحد داده‌هاست (مثلاً سانتی‌متر مربع)، ولی انحراف معیار هم از همهٔ داده‌ها استفاده می‌کند و هم واحد آن با واحد داده‌ها یکی است و بهتر پراکندگی حول میانگین را نشان می‌دهد.

معلم ریاضی: ترجیح می‌دهد در کلاس A تدریس کند؛ زیرا انحراف معیار نمره‌های آن (≈ ۱/۴ طبق رابطهٔ $\sigma = \sqrt{2}$) بسیار کمتر از کلاس B (≈ ۷/۱ طبق $\sigma = \sqrt{50}$) است؛ یعنی نمره‌ها به هم نزدیک‌اند و کلاس همگن‌تر است.

۲۳ صفحه ۱۶۰ کار در کلاس

دمای هوای یک هفتهٔ اسفند مشهد وکیش، به ترتیب به فارنهایت و سانتی‌گراد گزارش شده است. دمای هوای این هفته در کدام شهر از ثبات بیشتری برخوردار است (ضریب تغییرات کمتری دارد)؟

	جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه
مشهد (فارنهایت)	۳۷	۳۷	۳۹	۴۱	۴۹	۵۳	۵۰
کیش (سانتی‌گراد)	۲۱	۲۲	۲۲	۲۳	۲۴	۲۶	۲۷

چون واحدهای دو جامعه متفاوت است (فارنهایت و سانتی‌گراد)، برای مقایسهٔ پراکندگی از ضریب تغییرات $cv = \sigma / \bar{X}$ استفاده می‌کنیم.

مشهد: داده‌ها ۵۰، ۵۳، ۴۹، ۴۱، ۳۹، ۳۷، ۳۷؛ مجموع ۳۰۶ و $\bar{X} = 306/7 \approx 43.71$. مجموع مجذور اختلاف‌ها ≈ 273.43 و $\sigma^2 \approx 39.06$ پس $\sigma \approx 6.25$.

$cv = 6.25 / 43.71 \approx 0.143$ (حدود ۱۴/۳٪)

کیش: داده‌ها ۲۷، ۲۶، ۲۴، ۲۳، ۲۲، ۲۲، ۲۱؛ مجموع ۱۶۵ و $\bar{X} = 165/7 \approx 23.57$. مجموع مجذور اختلاف‌ها ≈ 29.71 و $\sigma^2 \approx 4.24$ پس $\sigma \approx 2.06$.

$cv = 2.06 / 23.57 \approx 0.087$ (حدود ۸/۷٪)

نتیجه: ضریب تغییرات کیش (≈ ۸/۷٪) کمتر از مشهد (≈ ۱۴/۳٪) است؛ پس دمای هوای کیش در این هفته ثبات بیشتری دارد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۴ صفحه ۱۶۲ کار در کلاس

معلم یک کلاس می‌خواهد متوسط مدت زمان استفادهٔ دانش‌آموز از اینترنت را برآورد کند. وی از ۳۵ دانش‌آموز کلاس خود پرسید، در یک شبانه‌روز چند دقیقه از اینترنت استفاده می‌کنند؟ در زیر پاسخ آنها گزارش شده است.

چارک اول، میانه و چارک سوم مدت زمان استفاده از اینترنت دانش‌آموزان این کلاس را مشخص کنید.

۱۲۰	۳۰	۸۰	۴۵	۱۸۰	۱۵	۲۰۰	۶۰	۹۰	۴۵
۲۰	۳۰	۶۰	۱۱۵	۱۲۰	۲۰	۶۰	۹۰	۹۰	۷۵
۲۵	۲۰۰	۷۵	۹۰	۱۰۰	۶۰	۶۰	۶۰	۴۵	۴۵
۱۲۰	۱۰۰	۱۸۰	۳۰	۱۵					

ابتدا ۳۵ داده را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

15 15 20 20 25 30 30 30 45 45 45 45 45 60 60 60 60 60 60 60 75 75 80 90 90 90 90 100 100 115 120 120

120 180 180 200 200

تعداد داده‌ها ۳۵ (فرد) است؛ پس میانه، دادهٔ هجدهم است: $Q_2 = 60$.

چارک اول: میانهٔ ۱۷ دادهٔ پیش از میانه (نهمین داده): $Q_1 = 45$

چارک سوم: میانهٔ ۱۷ دادهٔ پس از میانه (نهمین داده از آن بخش، یعنی دادهٔ بیست‌وششم): $Q_3 = 100$

پاسخ: چارک اول ۴۵ دقیقه، میانه ۶۰ دقیقه و چارک سوم ۱۰۰ دقیقه است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۵ صفحه ۱۶۲ خواندنی

به نقل از روزنامهٔ همشهری ۹۲/۱۱/۹، شناسایی سه دهک پایین درآمدی باید در دستور کار دولت قرار گیرد. با توجه به این جمله چه افرادی باید شناسایی شوند؟

اگر دولت بخواهد یارانهٔ افرادی را که درآمد آنها بیشتر از دهک هشتم است، حذف کند و به یارانهٔ افرادی که درآمد آنها از دهک سوم کمتر است، ۵۰ درصد اضافه کند، آیا برای دولت مقرون به صرفه است؟

کودکانی که زیر صدک سوم قد رشد می‌کنند، فارغ از اندازهٔ قد باید ارزیابی شوند. ــ منظور از صدک سوم قد چیست؟

ــ بر اساس جملهٔ فوق چه کودکانی باید مورد ارزیابی قرار گیرند؟

1. دهک‌ها داده‌های مرتب‌شده را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنند؛ پس «سه دهک پایین» یعنی ۳۰ درصد پایین جامعه از نظر درآمد. باید افرادی شناسایی شوند که درآمدشان در میان ۳۰ درصد کم‌درآمدترین افراد جامعه قرار دارد (درآمد آنها از دهک سوم کمتر یا برابر آن است).
2. فرض می‌کنیم همهٔ افراد جامعه یارانهٔ برابر (مثلاً y) دریافت می‌کنند و جمعیت N نفر است. افرادی که درآمدشان بیشتر از دهک هشتم است، ۲۰ درصد جامعه (دهک‌های نهم و دهم) هستند؛ حذف یارانهٔ آنها $0.2 \cdot N \cdot y$ صرفه‌جویی دارد. افرادی که درآمدشان کمتر از دهک سوم است، ۳۰ درصد جامعه‌اند و افزایش ۵۰ درصدی یارانهٔ آنها هزینه‌ای برابر $0.3 \cdot N \cdot 0.5y = 0.15 \cdot N \cdot y$ دارد. چون $0.2 \cdot N \cdot y > 0.15 \cdot N \cdot y$، دولت خالصاً $0.05 \cdot N \cdot y$ (۵ درصد کل یارانهٔ یک نفر ضرب در جمعیت) صرفه‌جویی می‌کند؛ پس با این فرض‌ها **مقرون به صرفه است**.
3. صدک‌ها داده‌های مرتب‌شده را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم می‌کنند. صدک سوم قد مقداری از قد است که ۳ درصد از داده‌های (مرتب‌شدهٔ) قد کمتر از آن‌اند و ۹۷ درصد بیشتر از آن.
4. کودکانی که قدشان کمتر از صدک سوم است، یعنی در میان هم‌سن‌وسالان خود جزو ۳ درصد کوتاه‌قدترین‌ها هستند، باید برای بررسی علت کندی رشد مورد ارزیابی قرار گیرند.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۶ صفحه ۱۶۲ **تمرین ۱**

درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

ـــ اگر مقدار ثابت c از داده‌ها کم شود، انحراف معیار به اندازهٔ $\sqrt{c}$ کاهش می‌یابد.

ـــ اگر مقدار ثابت c به داده‌ها اضافه شود، ضریب تغییر بزرگ‌تر می‌شود.

ـــ اگر مقدار ثابت $1/c$ در داده‌ها ضرب شود، انحراف معیار $1/c$ برابر می‌شود.

ـــ اگر مقدار ثابت c در داده‌ها ضرب شود، ضریب تغییر ثابت می‌ماند.

1. **نادرست.** کم کردن عدد ثابت از همهٔ داده‌ها میانگین را به همان اندازه جابه‌جا می‌کند ولی اختلاف داده‌ها از میانگین و در نتیجه واریانس و انحراف معیار تغییر نمی‌کند.
2. **نادرست.** با افزودن c (برای $c > 0$ و داده‌های مثبت) انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی میانگین بزرگ‌تر می‌شود؛ پس $cv = \sigma/\bar{X}$ کوچک‌تر می‌شود، نه بزرگ‌تر.
3. **درست.** با ضرب داده‌ها در $1/c$، واریانس در $(1/c)^2$ ضرب می‌شود؛ پس انحراف معیار (جذر واریانس) در $1/c$ ضرب می‌شود، یعنی $1/c$ برابر می‌شود (برای $c > 0$؛ در حالت کلی در $1/|c|$).
4. **درست.** هم انحراف معیار و هم میانگین در c ضرب می‌شوند (برای $c > 0$): $cv' = c\cdot\sigma / (c\cdot\bar{X}) = \sigma/\bar{X} = cv$؛ پس ضریب تغییر ثابت می‌ماند.

۲۷ صفحه ۱۶۲ **تمرین ۲**

کارخانه‌ای دو نوع لاستیک تولید می‌کند. میانگین طول عمر برای نوع A و B به ترتیب ۱۱۰۰۰ کیلومتر و ۱۰۰۰۰ کیلومتر و انحراف معیار برای نوع A و B به ترتیب ۲۰۰۰ کیلومتر و ۱۰۰۰ کیلومتر است. کدام نوع لاستیک بهتر است؟

برای مقایسهٔ پراکندگی (پایداری کیفیت) ضریب تغییرات هر نوع را حساب می‌کنیم:

نوع A: $cv = 2000 / 11000 \approx 0.182$ (حدود ۱۸/۲٪)

نوع B: $cv = 1000 / 10000 = 0.1$ (۱۰٪)

ضریب تغییرات نوع B کمتر است؛ یعنی طول عمر لاستیک‌های نوع B از یک لاستیک به لاستیک دیگر کمتر تغییر می‌کند و کیفیت پایدارتر و قابل اعتمادتری دارد. بنابراین (با معیار ضریب تغییرات) **نوع B بهتر است.** هرچند میانگین طول عمر نوع A ۱۰۰۰ کیلومتر بیشتر است، پراکندگی نسبی آن بسیار بیشتر است.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۸ صفحه ۱۶۲ **تمرین ۳**

جدول زیر پول توجیبی (ده هزار ریال) هفتگی پنج دوست نزدیک مینا و مریم را نشان می‌دهد.الف) میانگین و میانهٔ پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید. ب) انحراف معیار پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید. پ) برنامه‌ریزی برای یک سفر یک روزه با دوستان برای مینا ساده‌تر است یا مریم؟

مینا	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
مریم	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵

الف) مینا: $25 = 125/5 = (27+26+25+24+23)/5$، میانه (دادهٔ وسط) = ۲۵. مریم: $(15+20+25+30+35)/5$ $= 125/5 = 25$، میانه = ۲۵. میانگین و میانهٔ هر دو ۲۵ (ده هزار ریال) است.

ب) مینا: اختلاف‌ها $-2, -1, 0, 1, 2$ $\Longrightarrow \sigma^2 = (4+1+0+1+4)/5 = 2 \Longrightarrow \sigma = \sqrt{2} \approx 1.41$

مریم: اختلاف‌ها $-10, -5, 0, 5, 10$ $\Longrightarrow \sigma^2 = (100+25+0+25+100)/5 = 50 \Longrightarrow \sigma = \sqrt{50} \approx 7.07$

پ) ضریب تغییرات مینا $1.41/25 \approx 0.057$ (حدود ۵/۷٪) و مریم $7.07/25 \approx 0.283$ (حدود ۲۸/۳٪) است. چون میانگین‌ها برابرند و پراکندگی پول توجیبی دوستان مینا بسیار کمتر است، توان مالی دوستان او به هم نزدیک است و می‌توان برنامه‌ای (هزینه‌ای) را که برای همه مناسب باشد انتخاب کرد؛ بنابراین **برنامه‌ریزی برای مینا ساده‌تر است**. دوستان مریم از نظر پول توجیبی خیلی متفاوت‌اند (از ۱۵۰ هزار تا ۳۵۰ هزار ریال).

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۲۹ صفحه ۱۶۳ **تمرین ۴**

میانگین، میانه و انحراف معیار نرخ تورم (مراجعه به خواندنی) سال‌های ۹۴ــ۸۴ را بر اساس جدول زیر محاسبه کنید.

سال	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹	۱۳۸۸	۱۳۸۷	۱۳۸۶	۱۳۸۵	۱۳۸۴
نرخ تورم	۱۱/۹	۱۵/۶	۳۴/۷	۳۰/۵	۲۱/۵	۱۲/۴	۱۰/۸	۲۵/۴	۱۸/۴	۱۱/۹	۱۰/۴

میانگین: مجموع ۱۱ داده برابر $11.9 + 15.6 + 34.7 + 30.5 + 21.5 + 12.4 + 10.8 + 25.4 + 18.4 + 11.9 + 10.4 = 203.5$ است:

$\bar{X} = 203.5 / 11 = 18.5$

میانه: داده‌های مرتب‌شده:

10.4 10.8 11.9 11.9 12.4 15.6 18.4 21.5 25.4 30.5 34.7

تعداد داده‌ها فرد است؛ دادهٔ ششم میانه است: $Q_2 = 15.6$

انحراف معیار: مجموع مجذور اختلاف‌ها از میانگین ۱۸/۵ برابر $\Sigma(x_i - 18.5)^2 = 720.7$ است (مثلاً $(10.4-18.5)^2 = 65.61$، $(34.7-18.5)^2 = 262.44$ و ...):

$\sigma^2 = 720.7 / 11 \approx 65.52 \quad \sigma = \sqrt{65.52} \approx 8.09$

پاسخ: میانگین ≈ ۱۸/۵ ؛ میانه = ۱۵/۶ ؛ انحراف معیار ≈ ۸/۱ (درصد).

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۳۰ صفحه ۱۶۳ تمرین ۵

در جدول زیر ارتفاع از سطح دریا برای بعضی از شهرهای استان مرکزی و کهگیلویه و بویراحمد دیده می‌شود.

(راهنمایی: 1 m = 3.281 ft، فوت: ft، متر: m)

الف) میانگین ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟

ب) انحراف معیار ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟

پ) ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای کدام استان بیشتر است؟

شهر	دنا	دهدشت	یاسوج	شازند	خمین	محلات	اراک
فاصله از سطح دریا	۷۲۱۸/۲۰ (ft)	۳۲۴۸/۱۹ (ft)	۶۱۳۵/۴۷ (ft)	۱۹۲۰ (m)	۱۸۳۰ (m)	۱۷۷۵ (m)	۱۷۰۸ (m)

الف) شهرهای استان مرکزی (برحسب متر): ۱۹۲۰، ۱۸۳۰، ۱۷۷۵، ۱۷۰۸

$\bar{X}$ = (1920 + 1830 + 1775 + 1708) / 4 = 7233 / 4 = 1808.25 متر

ب) اختلاف‌ها از میانگین: −100.25, −33.25, 21.75, 111.75؛ مجموع مجذورها + 12488.06 + 473.06 + 1105.56 + 10050.06 = 24116.75

σ^2 = 24116.75 / 4 ≈ 6029.19 ⟹ σ ≈ 77.65 متر

پ) ارتفاع شهرهای استان کهگیلویه و بویراحمد را به متر تبدیل می‌کنیم:

7218.20 ÷ 3.281 = 2200 m (دنا)، 3248.19 ÷ 3.281 = 990 m (دهدشت)، 6135.47 ÷ 3.281 = 1870 m (یاسوج)

$\bar{X}$ = (2200 + 990 + 1870) / 3 ≈ 1686.67 متر

چون ۱۸۰۸/۲۵ > ۱۶۸۶/۶۷، میانگین ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای **استان مرکزی** بیشتر است.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir