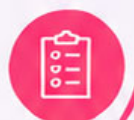


با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها



دانلود رایگان آزمون های آزمایشی
قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...



دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس



دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی
(نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی



دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی
و شب امتحانی

همه چیز
برای موفقیت
تو!

Google

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه

کافیست هر فایلی که نیاز دارید
را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir



t.me/irantooshe



ریاضی ۲ یازدهم - فصل اول

هندسه تحلیلی و جبر

فهرست

۱	صفحه ۲۰۲ کار در کلاس — یادآوری و تکمیل معادله خط ... ۴
۲	صفحه ۲۰۲ کار در کلاس — شیب و معادله خطوط نمودار ... ۵
۳	صفحه ۲۰۳ کار در کلاس — عرض از مبدأ و معادله خط ... ۶
۴	صفحه ۲۰۳ فعالیت — شیب خطوط عمود بر هم ... ۷
۵	صفحه ۲۰۴ کار در کلاس — وضعیت دو خط نسبت به هم ... ۸
۶	صفحه ۲۰۴ کار در کلاس — مربع در ناحیه اول صفحه مختصات ... ۹
۷	صفحه ۲۰۴ فعالیت — فاصله دو نقطه روی خط افقی یا عمودی ... ۱۰
۸	صفحه ۲۰۶ کار در کلاس — فاصله دو نقطه (مثلث و جاده امداد) ... ۱۱
۹	صفحه ۲۰۶ فعالیت — مختصات نقطه وسط پاره خط ... ۱۲
۱۰	صفحه ۲۰۷ کار در کلاس — نقطه وسط پاره خط و میانه ... ۱۳
۱۱	صفحه ۲۰۸ کار در کلاس — رشد سودآوری کارگاه (نقطه وسط) ... ۱۴
۱۲	صفحه ۲۰۹ کار در کلاس — فاصله نقطه از خط و مماس بودن ... ۱۴
۱۳	صفحه ۲۰۹ تمرین — تمرین‌های درس اول ... ۱۵
۱۴	صفحه ۲۱۰ پرسش — طول و عرض جغرافیایی و دستگاه مختصات ... ۱۷
۱۵	صفحه ۲۱۱ کار در کلاس — حل معادله به روش تغییر متغیر ... ۱۷
۱۶	صفحه ۲۱۲ فعالیت — مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲ ... ۱۸
۱۷	صفحه ۲۱۳ کار در کلاس — مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها بدون حل معادله ... ۱۹
۱۸	صفحه ۲۱۵ کار در کلاس — ماکزیمم و مینیمم سهمی ... ۲۰
۱۹	صفحه ۲۱۵ پرسش — مسیر حرکت توپ (صفرهای تابع درجه ۲) ... ۲۱
۲۰	صفحه ۲۱۶ کار در کلاس — تعداد صفرهای تابع درجه ۲ و علامت Δ ... ۲۲
۲۱	صفحه ۲۱۷ کار در کلاس — تعیین علامت ضرایب از روی نمودار ... ۲۳
۲۲	صفحه ۲۱۸ تمرین — تمرین‌های درس دوم ... ۲۴
۲۳	صفحه ۲۱۹ پژوهش — عدد طلایی در طبیعت و هنر ... ۲۶
۲۴	صفحه ۲۲۰ فعالیت — حل معادله گویا و مسئله مترو ... ۲۷
۲۵	صفحه ۲۲۰ فعالیت — مسئله مترو (زمان رفت و برگشت) ... ۲۸
۲۶	صفحه ۲۲۱ کار در کلاس — معادلات گویا ... ۲۹
۲۷	صفحه ۲۲۳ کار در کلاس — معادلات رادیکالی ... ۳۱
۲۸	صفحه ۲۲۳ تمرین — تمرین‌های درس سوم ... ۳۲

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



۱) می‌دانیم از هر دو نقطه متمایز، تنها یک خط عبور می‌کند؛ بنابراین: الف) با داشتن مختصات نقطه از یک خط باید بتوان معادله آن را به دست آورد. ب) با داشتن معادله یک خط می‌توان با مشخص کردن نقطه از خط، نمودار آن را در دستگاه مختصات رسم کرد.

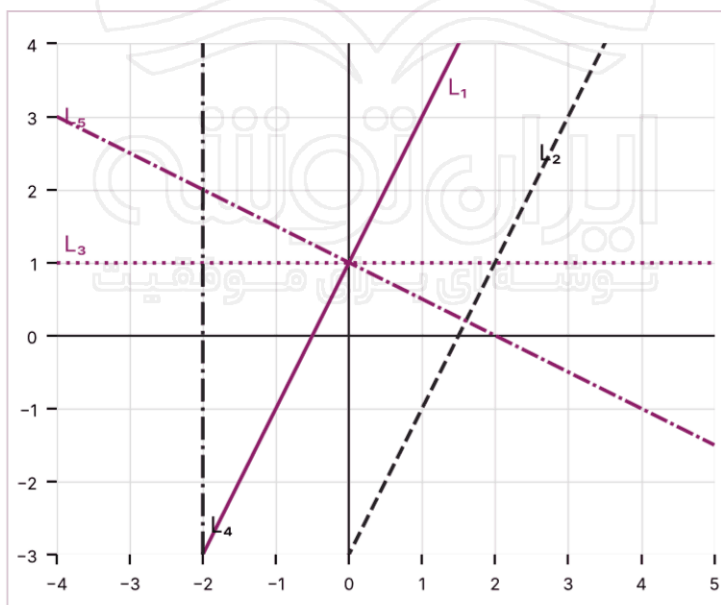
۲) نمودار خطوط با معادلات زیر را در دستگاه مختصات مشخص شده، رسم کنید: الف) $L_1: y = 2x + 1$ ب)

$L_2: y = 2x - 3$ پ) $L_3: y = 1$ ت) $L_4: x = -2$ ث) $L_5: x + 2y = 2$

۱) الف) با داشتن مختصات دو نقطه از یک خط می‌توان معادله آن را به دست آورد. ب) با مشخص کردن دو نقطه از خط (مثلاً با یافتن نقطه برخورد با محورها یا جدول مقدار) می‌توان نمودار آن را رسم کرد.

۲) برای هر خط دو نقطه از آن به دست می‌آوریم و آنها را به هم وصل می‌کنیم:

خط	دو نقطه نمونه	توضیح
$L_1: y = 2x + 1$	$(0, 1)$ و $(-1, -1)$	شیب ۲
$L_2: y = 2x - 3$	$(0, -3)$ و $(1, -1)$	موازی L_1
$L_3: y = 1$	$(0, 1)$ و $(3, 1)$	افقی (موازی محور xها)
$L_4: x = -2$	$(-2, 0)$ و $(-2, 3)$	عمودی (موازی محور yها)
$L_5: x + 2y = 2$	$(0, 1)$ و $(2, 0)$	شیب $-1/2$



۳) معادلهٔ هریک از خطوط نمایش داده شده روی شکل را بنویسید. (چهار خط سبز، صورتی، آبی و نارنجی)
 ۴) الف) توجه داریم که شیب یک خط برابر است با نسبت جابه‌جایی عمودی به جابه‌جایی؛ به عبارت دیگر شیب خط گذرا از دو نقطهٔ غیرهم‌طول A و B برابر است با $(x_B - x_A) / (.....)$ (ب) شرط موازی بودن دو خط آن است که دارای برابر باشند.

۳) خط سبز از مبدأ می‌گذرد و شیب آن ۱ است: $y = x$. خط صورتی از مبدأ می‌گذرد و شیب آن -1 است: $y = -x$. خط آبی افقی و از نقطهٔ $(0, -2)$ می‌گذرد: $y = -2$. خط نارنجی عمودی و از نقطهٔ $(4, 0)$ می‌گذرد: $x = 4$.
 ۴) الف) شیب برابر است با نسبت جابه‌جایی عمودی به جابه‌جایی افقی؛ پس $m_{AB} = (y_B - y_A) / (x_B - x_A)$ (ب) دو خط (غیرعمودی) موازی‌اند اگر و فقط اگر شیب‌های آنها برابر باشد.



(۵) الف) از پایه نهم به خاطر داریم که هرگاه خط L محور y ها را در نقطه‌ای با عرض h قطع کند، آن‌گاه h ، خط L نامیده می‌شود. ب) در سؤال ۲، شیب و عرض از مبدأ هریک از پنج خط ذکر شده را بنویسید. در این سؤال کدام دو خط با هم موازی‌اند؟

(۶) الف) خط با شیب m و عرض از مبدأ h معادله‌ای با صورت $y = \dots\dots\dots$ دارد. ب) می‌خواهیم معادله خط L ، گذرا از دو نقطه $A(0, 7)$ و $B(3, 1)$ را بنویسیم. (حل شده در کتاب) پ) معادله خط گذرنده از نقطه $P(2, -1)$ را بنویسید؛ به طوری که با خط $y = 3x - 4$ موازی باشد.

(۵) الف) h را عرض از مبدأ خط L می‌نامند.

ب) شیب و عرض از مبدأ خطوط سؤال ۲

خط	شیب m	h عرض از مبدأ
$L_1: y = 2x + 1$	2	1
$L_2: y = 2x - 3$	2	-3
$L_3: y = 1$	0	1
$L_4: x = -2$	تعریف نشده (خط عمودی)	ندارد (محور y ها را قطع نمی‌کند)
$L_5: x + 2y = 2 \Rightarrow y = -x/2 + 1$	-1/2	1

خطوط L_1 و L_2 هر دو شیب 2 دارند و عرض از مبدأهایشان متفاوت است؛ پس L_1 و L_2 با هم موازی‌اند.

(۶) الف) $y = mx + h$

پ) خط موازی با $y = 3x - 4$ با شیب 3 دارد، پس $y = 3x + h$. نقطه $P(2, -1)$ روی خط است: $-1 = 3(2) + h \Rightarrow h = -7$.

$$y = 3x - 7$$

۱) دو خط L و Δ را عمود بر هم رسم کرده‌ایم. به شیب‌های این دو خط توجه می‌کنیم: شیب خط L گذرا از نقاط $A(0, 4)$ و $P(2, 3)$: $m = (y_P - y_A)/(x_P - x_A) = (3 - 4)/(2 - 0) = -1/2$; شیب خط Δ گذرا از نقاط $P(2, 3)$ و $B(1, 1)$: $m' = \dots\dots\dots$.

۲) حاصل ضرب شیب‌های دو خط را به دست می‌آوریم: $mm' = (-1/2)(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$. می‌بینیم که شیب‌ها، قرینهٔ معکوس یکدیگرند.

۳) اگر خط دلخواه دیگری مثل T عمود بر L را در نظر بگیریم، این خط حتماً با خط Δ است؛ پس شیب خط T برابر عدد خواهد بود. بنابراین می‌توان گفت شیب هر خط عمود بر L برابر قرینهٔ شیب خط L خواهد بود.

$$m' = (y_P - y_B)/(x_P - x_B) = (3 - 1)/(2 - 1) = 2 \quad (۱)$$

$$mm' = (-1/2)(2) = -1 \quad (۲)$$

۳) هر دو خط T و Δ بر L عمودند، پس این خط حتماً با خط Δ موازی است؛ پس شیب خط T برابر عدد ۲ خواهد بود. بنابراین شیب هر خط عمود بر L برابر قرینهٔ معکوس شیب خط L است.



۱) در هر قسمت شیب دو خط داده شده را به دست آورید و مشخص کنید که دو خط نسبت به هم چه وضعی دارند. (موازی، عمود یا متقاطع غیر عمود؟) الف) $T: y = (-1/5)x + 3$ ، $L: y = 5x - 2$ ب) $T: y = (1/2)x + 7$ ، $L: y = 3x + 1$ پ) $T: 3x + 2y = 0$ ، $L: 2x - 3y + 3 = 0$ ت) $T: y = -3$ ، $L: x = 1$ ث) $T: x = 3y - 1$ ، $L: y = 3x + 1$

۲) خط L به معادله $2y - 3x = 1$ و خط T با عرض از مبدأ ۵ به معادله $y = mx + 5$ را در نظر بگیرید. الف) m را طوری بیابید که خط T با خط L موازی باشد. ب) به ازای چه مقداری از m ، دو خط بر یکدیگر عمودند؟

(۱)

۱. $m_L = 5$ و $m_T = -1/5$ ؛ $m_L \cdot m_T = -1 \Rightarrow$ عمود

۲. $m_L = 1/2$ ؛ $T: x - 2y = 1 \Rightarrow y = x/2 - 1/2$ ؛ $m_T = 1/2$. شیب‌ها برابر و عرض از مبدأها متفاوت‌اند $\Rightarrow$ موازی

۳. $L: y = (2/3)x + 1$ پس $m_L = 2/3$ ؛ $T: y = -(3/2)x$ پس $m_T = -3/2$ ؛ حاصل ضرب $-1 \Rightarrow$ عمود

۴. $L: x = 1$ خطی عمودی (موازی محور y ها) و $T: y = -3$ خطی افقی (موازی محور x ها) است $\Rightarrow$ عمود

۵. $m_L = 3$ و $T: y = x/3 + 1/3$ پس $m_T = 1/3$ ؛ شیب‌ها نه برابرند و نه حاصل ضربشان -1 است $(3 \times 1/3 = 1)$ $\Rightarrow$ متقاطع غیر عمود

۲) $2y - 3x = 1 \Rightarrow y = (3/2)x + 1/2$ پس $m_L = 3/2$.

الف) موازی: شیب‌ها برابر باشد؛ $m = 3/2$.

ب) عمود: $m \times 3/2 = -1 \Rightarrow m = -2/3$.

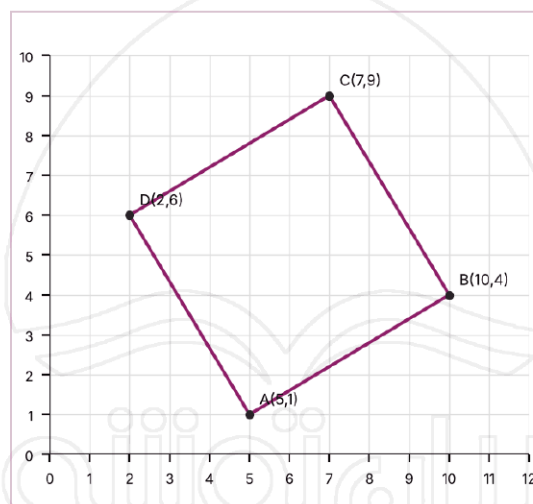
۳) مربع ABCD در ناحیه اول صفحه مختصات واقع است، به طوری که $A(5, 1)$ و $B(10, 4)$ دو رأس مجاور آن هستند. الف) شیب ضلع AB را بنویسید. ب) شیب ضلع AD را حساب کنید و معادله این ضلع را بنویسید. پ) اگر بدانیم نقطه $C(7, 9)$ رأس سوم مربع است، مختصات رأس D را بیابید. ت) مربع را به طور کامل رسم کنید.

۳ الف) $m_{AB} = (4 - 1)/(10 - 5) = 3/5$

ب) ضلع AD بر AB عمود است، پس $m_{AD} = -5/3$. معادله: $3y - 3 = -5x + 25 \Rightarrow y - 1 = -(5/3)(x - 5)$
 $5x + 3y = 28 \Rightarrow$

پ) در مربع (متوازی الاضلاع)، BC با AD برابر و موازی است؛ پس $C - B = D - A$ و $D = A + C - B = (5 + 7 - 10, 1 + 9 - 4) = (2, 6)$
 بررسی: D روی خط $5x + 3y = 28$ است $(10 + 18 = 28)$ و $AD = \sqrt{(9 + 25)} = \sqrt{34} = \sqrt{(10 + 18 = 28)}$
 AB.

ت) مربع با رأس‌های $A(5, 1)$ ، $B(10, 4)$ ، $C(7, 9)$ و $D(2, 6)$ رسم شده است:



توشه ای برای موفقیت

شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) فاصله دو نقطه $A(2, 0)$ و $B(7, 0)$ که برابر طول پاره خط AB است، برابر ۵ است. چه رابطه‌ای بین این عدد با x_A و x_B وجود دارد؟ ب) فاصله دو نقطه $C(0, -6)$ و $D(0, 3)$ را برحسب عرض آنها بیان کنید. پ) در شکل مقابل، فاصله نقاط $A(x_A, 0)$ و $B(x_B, 0)$ را برحسب طول آنها و فاصله دو نقطه $C(0, y_C)$ و $D(0, y_D)$ را برحسب عرض آنها به دست آورید. $AB =$ ، $CD =$

فعالیت (صفحه ۵)

- ۱) در شکل مقابل فاصله دو نقطه $A(1, 2)$ و $B(4, 6)$ را با خط کش به دست آورید.
- ۲) بدون استفاده از خط کش، طول پاره خط AB را به دست آورید. برای این کار از چه رابطه‌ای استفاده می‌کنید؟
- ۳) در شکل مقابل: الف) مختصات نقطه H را بنویسید. ب) طول پاره خط‌های AH و BH را مشخص کنید و روی شکل بنویسید. پ) طول AB را به کمک قضیه فیثاغورس به دست آورید.

الف) $AB = 5 = 7 - 2 = x_B - x_A$ ؛ یعنی فاصله برابر است با قدر مطلق تفاضل طول‌ها: $|x_B - x_A|$.

ب) $CD = 3 - (-6) = 9 = y_D - y_C = |y_C - y_D|$

پ) $CD = |y_C - y_D|$ ، $AB = |x_A - x_B|$

فعالیت (صفحه ۵)

۱) با خط کش (با مقیاس هر خانه برابر یک واحد) طول AB برابر ۵ واحد به دست می‌آید.

۲) از رابطه فیثاغورس (فاصله دو نقطه) استفاده می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

۳) الف) H هم عرض با A و هم طول با B است: $H(x_B, y_A)$.

ب) $AH = |x_B - x_A|$ و $BH = |y_B - y_A|$

پ) مثلث AHB در H قائمه است، پس $AB^2 = AH^2 + BH^2$ و

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

۱) نقاط $A(2, 0)$ ، $B(5, 4)$ و $C(-2, 3)$ را در نظر بگیرید و آنها را روی دستگاه مختصات مشخص کنید. الف) محیط مثلث ABC را با محاسبه طول اضلاع آن به دست آورید. $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 5)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$ $BC = \dots$ ، $AC = \dots$ ، محیط: $P = \dots$ ب) ABC چه نوع مثلثی است؟ پ) به دو روش نشان دهید ABC یک مثلث قائم الزاویه است. سپس مساحت آن را حساب کنید.

۲) در یکی از جاده‌های کشور تصادفی رخ داده است که مختصات نقطه تصادف روی نقشه مرکز امداد به صورت $P(50, 30)$ است. پایگاه‌های امداد هوایی که به محل تصادف نزدیک‌اند، در نقاط $A(10, -20)$ و $B(80, 90)$ واقع‌اند. شما کدام پایگاه را برای اعزام بالگرد امداد به محل حادثه پیشنهاد می‌کنید؟ (اعداد برحسب کیلومتر هستند).

۳) الف) فاصله نقطه $N(-6, 8)$ تا مبدأ مختصات را محاسبه کنید. ب) فاصله نقطه $E(x_E, y_E)$ تا مبدأ مختصات را به دست آورید.

۱) الف) $BC = \sqrt{(5 + 2)^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{(2 + 2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$ $P = 5 + 5 + 5\sqrt{2} = 10 + 5\sqrt{2} \approx 17.07$

ب) $AB = AC = 5$ ؛ پس مثلث متساوی الساقین است.

پ) روش اول (عکس قضیه فیثاغورس): $AB^2 + AC^2 = 25 + 25 = 50 = BC^2$ ؛ پس زاویه A قائمه است.

روش دوم (شیب‌ها): $m_{AB} = (4 - 0)/(5 - 2) = 4/3$ و $m_{AC} = (3 - 0)/(-2 - 2) = -3/4$ $AB \perp AC \Rightarrow m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$

مساحت: $S = (1/2) \cdot AB \cdot AC = (1/2)(5)(5) = 12.5$

۲) فاصله محل تصادف تا هر پایگاه را حساب می‌کنیم:

$PA = \sqrt{(50 - 10)^2 + (30 + 20)^2} = \sqrt{1600 + 2500} = \sqrt{4100} \approx 64.0$ کیلومتر

$PB = \sqrt{(80 - 50)^2 + (90 - 30)^2} = \sqrt{900 + 3600} = \sqrt{4500} \approx 67.1$ کیلومتر

پایگاه A نزدیک‌تر است؛ پس پایگاه A را پیشنهاد می‌کنیم.

۳) الف) $ON = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = 10$

ب) $OE = \sqrt{x_E^2 + y_E^2}$

این شکل را در نظر بگیرید. الف) نقطهٔ وسط پاره خط AB را M بنامید. M را به همراه مختصات آن روی شکل مشخص کنید. ب) نقطهٔ وسط پاره خط CD را N بنامید و N را به همراه مختصات آن روی شکل مشخص کنید.

(در شکل: $A(1, 0)$, $B(9, 0)$, $C(0, -7)$, $D(0, 3)$)

پ) مطابق شکل، A و B دو نقطهٔ دلخواه روی x ها هستند. اگر M وسط AB باشد، طول نقطهٔ M را به دست آورید. AB وسط $M \Rightarrow AM = MB \Rightarrow x_M - x_A = \dots \Rightarrow 2x_M = \dots \Rightarrow x_M = (x_A + \dots)/\dots$

ت) در شکل مقابل، C و D دو نقطهٔ دلخواه روی y ها هستند. اگر N وسط CD باشد، عرض نقطهٔ N را بیابید. CD

وسط $N \Rightarrow \dots \Rightarrow y_N = (\dots)/2$

ث) اگر A و B دو نقطهٔ دلخواه در صفحهٔ مختصات باشند و M نقطهٔ وسط AB، آنگاه با توجه به شکل مقابل

می‌توان نشان داد: $M(\dots, \dots)$

$$M = ((1+9)/2, 0) = (5, 0) \text{ (الف)}$$

$$N = (0, (-7+3)/2) = (0, -2) \text{ (ب)}$$

$$x_M - x_A = x_B - x_M \Rightarrow 2x_M = x_A + x_B \Rightarrow x_M = (x_A + x_B)/2 \text{ (پ)}$$

$$y_N - y_C = y_D - y_N \Rightarrow 2y_N = y_C + y_D \Rightarrow y_N = (y_C + y_D)/2 \text{ (ت)}$$

ث) طول و عرض نقطهٔ وسط، میانگین طول‌ها و عرض‌های دو سر پاره خط‌اند (با تصویرکردن روی محورها):

$$M((x_A + x_B)/2, (y_A + y_B)/2)$$

۱) مثلث با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 1)$ و $C(7, 11)$ را در نظر بگیرید و آن را در دستگاه مقابل مشخص کنید.
الف) مختصات M ، نقطهٔ وسط ضلع BC را مشخص کنید. ب) طول میانهٔ AM را محاسبه کنید. پ) معادلهٔ میانهٔ AM را به دست آورید.

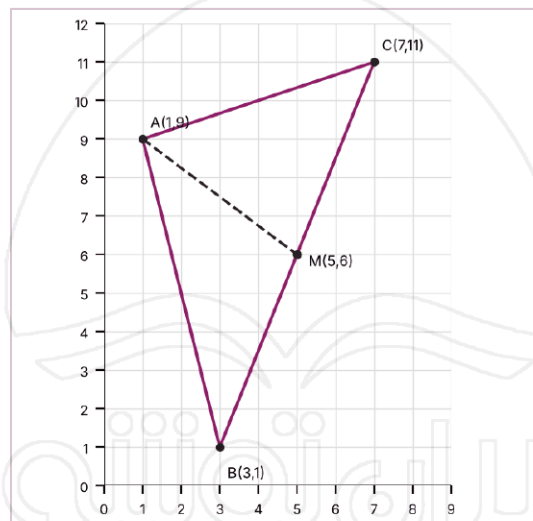
۲) الف) نقطهٔ $N(5, -4)$ وسط پاره‌خط واصل بین دو نقطهٔ A و $B(7, -2)$ است. مختصات نقطهٔ A را بیابید. ب) قرینهٔ نقطهٔ $C(1, 2)$ نسبت به نقطهٔ $M(-1, 4)$ را به دست آورید. پ) قرینهٔ نقطهٔ $P(\alpha, \beta)$ نسبت به مبدأ مختصات را به دست آورید.

$$۱) \text{ الف) } M = ((3+7)/2, (1+11)/2) = (5, 6)$$

$$\text{ب) } AM = \sqrt{((5-1)^2 + (6-9)^2)} = \sqrt{(16+9)} = 5$$

$$\text{پ) } 4y - 36 = -3x + 3 \Rightarrow y - 9 = -(3/4)(x - 1) \Rightarrow m_{AM} = (6-9)/(5-1) = -3/4$$

$$3x + 4y = 39$$



۲) الف) N وسط AB است، پس $5 = (x_A + 7)/2$ و $-4 = (y_A - 2)/2$ ؛ یعنی $x_A = 3$ و $y_A = -6$:

$$A(3, -6)$$

ب) قرینهٔ C نسبت به M نقطه‌ای مانند C' است که M وسط CC' باشد: $x = -3$ ؛ $4 = (2 + y)/2 \Rightarrow y = 6$:

$$y)/2 \Rightarrow y = 6:$$

$$C'(-3, 6)$$

پ) مبدأ $O(0, 0)$ وسط PP' است: $0 = (\alpha + x)/2$ و $0 = (\beta + y)/2$ ؛ پس قرینهٔ $P'(-\alpha, -\beta)$ است.

۳) سود سالانه یک کارگاه کوچک تولیدی از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵ طبق نمودار مقابل سیر صعودی داشته است. (در سال ۱۳۸۵ برابر ۵۷ و در سال ۱۳۹۵ برابر ۱۰۳ میلیون تومان) به کمک رابطه نقطه وسط پاره خط، به سؤالات زیر پاسخ دهید: الف) میانگین سود سالانه این شرکت در دهه مورد نظر چقدر بوده است؟ ب) در کدام سال، مقدار سود سالانه، با این میانگین سود ده ساله برابر بوده است؟ پ) اگر سود سالانه در طول یک دهه آینده با همین روند افزایش یابد، انتظار می‌رود در سال ۱۴۰۵ سود سالانه شرکت چقدر باشد؟

نمودار پاره خطی است از نقطه (57, 1385) تا (103, 1395); مختصات نقطه وسط آن را حساب می‌کنیم:

$$M = ((1385 + 1395)/2, (57 + 103)/2) = (1390, 80)$$

الف) میانگین سود سالانه در این ده سال: ۸۰ میلیون تومان.

ب) سود سالانه در سال ۱۳۹۰ برابر با میانگین (۸۰ میلیون تومان) بوده است.

پ) سال ۱۳۹۵ وسط ۱۳۸۵ و ۱۴۰۵ است؛ اگر سود سال ۱۴۰۵ را y بنامیم: $(57 + y)/2 = 103 \Rightarrow y = 149$. بنابراین انتظار می‌رود سود سال ۱۴۰۵ حدود ۱۴۹ میلیون تومان باشد.

۱) فاصله نقطه $P(7, -4)$ را از هر یک از خطوط با معادله‌های زیر به دست آورید: الف) $L: 2x + y = 5$ ب) $T: x = 5$ پ) $\Delta: y = 0$

۲) خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $W(2, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید. (راهنمایی: خط مماس بر دایره بر شعاع گذرنده از نقطه تماس عمود است).

۱) الف) $d = |2(7) + (-4) - 5| / \sqrt{(4 + 1)} = 5/\sqrt{5} = \sqrt{5} \approx 2.24$ $2x + y - 5 = 0$:

ب) خط $x = 5$ عمودی است، پس $d = |7 - 5| = 2$.

پ) خط $y = 0$ همان محور x ها است، پس $d = |-4| = 4$.

۲) شعاع دایره برابر فاصله مرکز تا خط مماس است:

$$r = |3(2) - 4(-1)| / \sqrt{(9 + 16)} = 10/5 = 2$$

(۱) وضعیت هر جفت از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید: $\Delta: x + 2y = 0$ ، $T: y = 2x - 3$ ، $L: 2x - y = 1$
 (۲) دو نقطه $A(3, 14)$ و $B(-13, 10)$ را در نظر بگیرید. فاصله مبدأ مختصات را از وسط پاره خط AB به دست آورید.

(۳) نشان دهید مثلث با رأس‌های $A(1, 2)$ ، $B(2, 5)$ و $C(4, 1)$ یک مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه است.
 (۴) دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ هستند. الف) اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید. ب) آیا نقطه $C(7, 3)$ بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟
 (۵) نقاط $A(2, 3)$ ، $B(-1, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس از مستطیل $ABCD$ هستند. مختصات رأس چهارم آن را بیابید. (با دانستن این مطلب که در هر مستطیل، قطرها منصف یکدیگرند، آیا می‌توانید راه حل کوتاه‌تری برای مسئله ارائه کنید؟)

(۶) یک میله پرچم بزرگ، مطابق شکل توسط کابل‌هایی به چهار نقطه در زمین محکم شده است؛ به طوری که فاصله هر یک از چهار نقطه تا پای میله برابر است با فاصله نقطه مقابل آن تا پای میله. مختصات نقطه D را به دست آورید. (در شکل: $A(-3, -2)$ ، $B(5, 2)$ ، $C(0, 1)$ و M پای میله)
 (۷) یکی از اضلاع مربعی بر خط $L: y = 2x - 1$ واقع است. اگر $A(3, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن را به دست آورید.

(۸) الف) نشان دهید دو خط با معادلات $5x - 12y + 8 = 0$ و $-10x + 24y + 10 = 0$ با یکدیگر موازی‌اند. ب)
 فاصله این دو خط را محاسبه کنید. (راهنمایی: یک نقطه دلخواه روی یکی از خطوط در نظر بگیرید و فاصله آن را از خط دیگر به دست آورید).

(۱) شیب‌ها: $\Delta: y = -x/2 \Rightarrow m_{\Delta} = -1/2$; $T: y = 2x - 3 \Rightarrow m_T = 2$; $L: y = 2x - 1 \Rightarrow m_L = 2$

○ L و T : شیب‌ها برابر و عرض از مبدأها متفاوت (-1 و -3) $\Rightarrow$ موازی

○ L و Δ : $2 \times (-1/2) = -1 \Delta \Rightarrow$ عمود بر هم

○ T و Δ : $2 \times (-1/2) = -1 \Delta \Rightarrow$ عمود بر هم

(۲) وسط $AB: M = ((3 - 13)/2, (14 + 10)/2) = (-5, 12)$

$OM = \sqrt{(25 + 144)} = 13$

(۳) $BC = \sqrt{((4 - 2)^2 + (1 - 5)^2)} = \sqrt{20}$ ، $AC = \sqrt{((4 - 1)^2 + (1 - 2)^2)} = \sqrt{10}$ ، $AB = \sqrt{((2 - 1)^2 + (5 - 2)^2)} = \sqrt{10}$

$AB = AC \Rightarrow$ متساوی الساقین؛ و $AB^2 + AC^2 = 10 + 10 = 20 = BC^2 \Rightarrow$ قائم الزاویه (قائمه در A). پس مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه است.

(۴) الف) مرکز، وسط قطر است: $O = ((2 + 6)/2, (-2 + 4)/2) = (4, 1)$. شعاع: $r = AB/2 = (1/2)\sqrt{(16 + 36)} = \sqrt{52}/2 = \sqrt{13}$

ب) $OC = \sqrt{((7 - 4)^2 + (3 - 1)^2)} = \sqrt{(9 + 4)} = \sqrt{13} = r$ پس فاصله C از مرکز برابر شعاع است و نقطه C روی محیط دایره قرار دارد.

(۵) AB و BC را بررسی می‌کنیم: $m_{AB} = (0 - 3)/(-1 - 2) = 1$ و $m_{BC} = (-2 - 0)/(1 + 1) = -1$ (حاصل ضرب -1 ، پس B رأس زاویه قائمه است). D رأس مقابل B است.

راه کوتاه: قطرهای AC و BD منصف یکدیگرند؛ پس وسط AC همان وسط BD است: وسط $AC = (3/2, 1/2)$
 $\Rightarrow (-1 + x)/2 = 3/2$ و $(0 + y)/2 = 1/2 \Rightarrow x = 4$ و $y = 1$.

$$D(4, 1)$$

(۶) فاصله A تا M برابر MB و فاصله C تا M برابر MD است؛ یعنی M وسط AB و وسط CD است. $M = ((-3 + 5)/2, (-2 + 2)/2) = (1, 0)$ حال M وسط CD است:

$$(0 + x_D)/2 = 1 \Rightarrow x_D = 2, (1 + y_D)/2 = 0 \Rightarrow y_D = -1 \quad D(2, -1)$$

(۷) نقطه $A(3, 0)$ روی خط L نیست $(1 - 2(3) \neq 0)$ ؛ پس ضلع مربع که از A می‌گذرد بر L عمود است و طول ضلع برابر فاصله A از L است:

$$2x - y - 1 = 0 \Rightarrow a = |2(3) - 0 - 1| / \sqrt{4 + 1} = 5/\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$مساحت: S = a^2 = 5$$

(۸) الف $5x - 12y + 8 = 0 \Rightarrow m = 5/12$ و $-10x + 24y + 10 = 0 \Rightarrow 24y = 10x - 10 \Rightarrow y = (5/12)x - 5/12$
 $\Rightarrow m' = 5/12$. شیب‌ها برابرند و عرض از مبدأها $(-5/12$ و $2/3)$ متفاوت است؛ پس دو خط موازی (و متمایز) هستند.

ب) نقطه $(0, 2/3)$ روی خط اول است $(-12 \times 2/3 + 8 = 0)$. فاصله آن از خط دوم:

$$d = |-10(0) + 24(2/3) + 10| / \sqrt{100 + 576} = |16 + 10| / 26 = 26/26 = 1$$



۹) طول جغرافیایی تبریز تقریباً ۴۶ درجه شرقی و عرض جغرافیایی آن حدود ۳۸ درجه شمالی است. برای راحتی، می‌توانیم موقعیت این شهر را به طور خلاصه، به صورت (۳۸, ۴۶) نشان دهیم. این اطلاعات درباره چابهار به صورت (۶۱, ۲۵) است. با فرض اینکه مسافت فیزیکی هر درجه طول جغرافیایی همانند مسافت فیزیکی هر درجه عرض جغرافیایی برابر ۱۱۰ کیلومتر باشد، مطلوب است محاسبه فاصله تقریبی این دو شهر. آیا تاکنون به رابطه طول و عرض جغرافیایی با دستگاه مختصات فکر کرده‌اید؟ در دستگاه مختصات مقابل، کدام محور نظیر طول جغرافیایی است؟

۹) اختلاف عرض جغرافیایی: $13 = 38 - 25$ درجه؛ اختلاف طول جغرافیایی: $15 = 61 - 46$ درجه. با قضیه فیثاغورس:

$$d = \sqrt{(15^2 + 13^2)} \times 110 = \sqrt{394} \times 110 \approx 19.85 \times 110 \approx 2184$$

یعنی فاصله تقریبی تبریز و چابهار حدود **۲۱۸۴ کیلومتر** است.

پرسش: محور افقی (xها) نظیر طول جغرافیایی (شرقی-غربی) و محور عمودی (yها) نظیر عرض جغرافیایی (شمالی-جنوبی) است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد؛ پاسخ پرسش آخر از روی تصویر نقشه و تعریف طول و عرض جغرافیایی نوشته شده است.

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir



معادله‌های مقابل را حل کنید. الف) $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$ ب) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

الف) قرار می‌دهیم $x^2 = u$; آنگاه $2u^2 - 7u - 4 = 0$. $\Delta = 49 + 32 = 81$ و $u = (7 \pm 9)/4$ یا $u = 4$ یا $u = -1/2$.

$$u = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \quad \circ$$

$$u = -1/2 \Rightarrow x^2 = -1/2 \quad \circ$$

جواب‌ها: $x = 2$ و $x = -2$

ب) قرار می‌دهیم $x^2 = u$; آنگاه $u^2 + 3u + 2 = 0 \Rightarrow (u + 1)(u + 2) = 0$ یا $u = -1$ یا $u = -2$. چون $x^2 = u$

نمی‌تواند منفی باشد، هر دو مقدار غیرقابل قبول‌اند؛ پس معادله جواب حقیقی ندارد.

می‌دانیم که معادله درجه دوم در حالت کلی به صورت مقابل است: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) (۱)

۱) می‌خواهیم بررسی کنیم که چگونه می‌توان بدون حل این معادله درباره وجود و تعداد جواب‌های حقیقی آن اظهار نظر کرد. الف) در این معادله اگر ضرایب a و c هم علامت نباشند، درباره علامت Δ چه می‌توان گفت؟

ب) اگر a و c هم علامت نباشند، آنگاه معادله (۱) دارای ریشه حقیقی متمایز است.

۲) معادله مقابل را در نظر می‌گیریم: $3x^2 + 5x - 1 = 0$ الف) توضیح دهید که چرا این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز است. ب) آیا بین ضرایب معادله و مجموع ریشه‌ها (S) رابطه‌ای وجود دارد؟ برای پاسخ به این سؤال، معادله را حل می‌کنیم: $\Delta = b^2 - 4ac = \dots$ ، $\alpha = (-b + \sqrt{\Delta})/(2a) = \dots$ ، $\beta = (-b - \sqrt{\Delta})/(2a) = \dots$ ، $S = \alpha + \beta = \dots + \dots = \dots$.

پ) ملاحظه می‌شود که: $S = -b/a$. ب) درستی نتیجه فوق را در معادله زیر هم بررسی می‌کنیم: $\alpha = \dots$ ، $\beta = \dots$ ، $S = \alpha + \beta = \dots + \dots = 7/3 = -b/a$ ، $3x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x(3x - 7) = 0 \Rightarrow \alpha = \dots$ ، $\beta = \dots$.

ت) درستی نتیجه بالا را در حالت کلی ثابت می‌کنیم. فرض کنیم برای معادله (۱)، مقدار Δ مثبت باشد. پس معادله دو ریشه حقیقی متمایز مثل α و β دارد: $\alpha = (-b + \sqrt{\Delta})/(2a)$ ، $\beta = (-b - \sqrt{\Delta})/(2a) \Rightarrow S = \alpha + \beta = \dots = \dots$.

ث) با مفروضات قسمت قبل، ثابت کنید: $P = \alpha \cdot \beta = c/a$.

$(2a) = \dots$.

۱) الف) اگر a و c هم علامت نباشند، $ac < 0$ و در نتیجه $-4ac > 0$ ؛ پس $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ (مثبت).

ب) در این حالت $\Delta > 0$ است، پس معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز است.

۲) الف) ضرایب $a = 3$ و $c = -1$ هم علامت نیستند ($ac < 0$)؛ پس طبق قسمت قبل $\Delta > 0$ و معادله دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

$$\Delta = 25 + 12 = 37 \text{ ب)}$$

$$\alpha = (-5 + \sqrt{37})/6 , \beta = (-5 - \sqrt{37})/6$$

$$S = \alpha + \beta = (-5 + \sqrt{37})/6 + (-5 - \sqrt{37})/6 = -10/6 = -5/3$$

$$\text{و } -b/a = -5/3 \text{؛ پس } S = -b/a .$$

$$\text{پ) } x(3x - 7) = 0 \Rightarrow \alpha = 0 , \beta = 7/3$$

$$S = 0 + 7/3 = 7/3 = -(-7)/3 = -b/a$$

$$\text{ت) } \beta = (-b - \sqrt{\Delta})/(2a)$$

$$S = \alpha + \beta = (-b + \sqrt{\Delta})/(2a) + (-b - \sqrt{\Delta})/(2a) = -2b/(2a) = -b/a$$

$$\text{ث) } P = \alpha \cdot \beta = ((-b + \sqrt{\Delta})/(2a)) ((-b - \sqrt{\Delta})/(2a)) = (b^2 - \Delta)/(4a^2) = (b^2 - b^2 + 4ac)/(4a^2) = 4ac/(4a^2) = c/a$$

در معادله $-2x^2 + x + 5 = 0$ ، بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست آورید.

ادامه کار در کلاس (تشکیل معادله)

۱) دو عدد حقیقی بیابید که مجموع آنها $-1/5$ (یعنی $-1/5$) و حاصل ضربشان -7 باشد.

۲) آیا مستطیلی با محیط 11 cm و مساحت 6 cm^2 وجود دارد؟ اگر جواب مثبت است، طول و عرض آن را مشخص کنید. حل: اگر ابعاد مستطیل را α و β بنامیم، داریم: محیط $\alpha + \beta = 11 \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 22$ ، مساحت $\alpha \cdot \beta = 6 \Rightarrow \alpha(11/2 - \alpha) = 6 \Rightarrow 2\alpha^2 - 11\alpha + 12 = 0$ (الف) معادله بالا را ساده کنید و از حل آن α و β را به دست آورید. ب) با استفاده از S و P و تشکیل یک معادله درجه ۲، این مسئله را حل کنید. ۳) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $(3 - \sqrt{5})/2$ و $(3 + \sqrt{5})/2$ باشند.

$a = -2$ ، $b = 1$ ، $c = 5$. چون $ac < 0$ است، $\Delta > 0$ و معادله دو ریشه دارد. (یا $\Delta = 1 + 40 = 41 > 0$)

$$S = -b/a = -1/(-2) = 1/2, \quad P = c/a = 5/(-2) = -5/2$$

ادامه کار در کلاس (تشکیل معادله)

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + (3/2)x - 7 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 14 = 0$$
 معادله: $P = -7$ و $S = -3/2$ ۱)

$$\Delta = 9 + 112 = 121 \quad x = (-3 \pm 11)/4 \quad x = 2 \text{ or } x = -7/2$$

بررسی: $2 + (-7/2) = -3/2$ و $2 \times (-7/2) = -7$

$$\alpha(11/2 - \alpha) = 6 \Rightarrow 11\alpha/2 - \alpha^2 = 6 \Rightarrow 2\alpha^2 - 11\alpha + 12 = 0$$
 (الف) ۲)

$$\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = (11 \pm 5)/4 \Rightarrow \Delta = 121 - 96 = 25$$
 یا $\beta = 11/2 - \alpha = 3/2$ یا $\alpha = 3/2$

پس چنین مستطیلی وجود دارد و ابعاد آن **۴ سانتی متر و ۱/۵ سانتی متر** است.

ب) $\alpha + \beta = S = 11/2$ و $\alpha \cdot \beta = P = 6$ ؛ ریشه‌های $x^2 - Sx + P = 0$ یعنی

$$x^2 - (11/2)x + 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 11x + 12 = 0$$
 هستند که همان معادله قسمت الف است؛ پس ابعاد ۴ و ۳/۲

سانتی متر است.

$$P = ((3 - \sqrt{5})/2)((3 + \sqrt{5})/2) = (9 - 5)/4 = 1, \quad S = (3 - \sqrt{5})/2 + (3 + \sqrt{5})/2 = 3$$
 ۳)

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

۱) تعیین کنید کدام یک از سهمی‌های زیر ماکزیمم و کدام یک مینیمم دارند. سپس مقدار ماکزیمم یا مینیمم هر یک را مشخص کنید. الف) $g(x) = -(x+1)^2 + 3$ ب) $h(x) = x^2 - 4x + 9$

۲) قرار است در کنار یک رودخانه، محوطه‌ای مستطیل شکل ایجاد کنیم. برای این کار لازم است سه ضلع محوطه نرده‌کشی شود. اگر تنها هزینه نصب ۱۰۰ متر نرده در اختیار باشد، ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن گردد.

۱) الف) $a = -1 < 0$: دهانه سهمی رو به پایین است و تابع **ماکزیمم** دارد. رأس: $x = -1$ و مقدار ماکزیمم $g(-1) = 3$.

ب) $a = 1 > 0$: دهانه رو به بالا است و تابع **مینیمم** دارد. $x = -b/(2a) = 4/2 = 2$ و مقدار مینیمم $h(2) = 4 - 8 + 9 = 5$.

۲) دو ضلع عمود بر رودخانه را x و ضلع موازی با رودخانه را y می‌نامیم. طول نرده: $2x + y = 100 \Rightarrow y = 100 - 2x$.

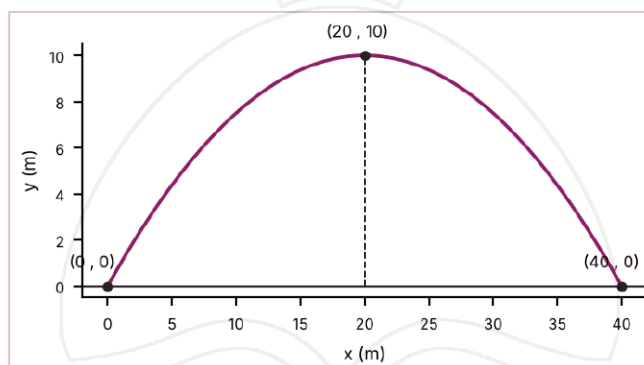
مساحت: $S = xy = x(100 - 2x) = -2x^2 + 100x$ چون $a = -2 < 0$ است، ماکزیمم در $x = -b/(2a) = -100/(-4) = 25$ رخ می‌دهد.

$$x = 25 \text{ m}, y = 100 - 50 = 50 \text{ m}, S_{\text{max}} = 25 \times 50 = 1250 \text{ m}^2$$

یعنی دو ضلع کناری ۲۵ متر و ضلع موازی با رودخانه ۵۰ متر باشد.

فرض کنیم فوتبالیستی توپی را با زاویه 45° نسبت به سطح زمین و با سرعت اولیه 20 m/s شوت کند. معادله مسیر حرکت این توپ، یک تابع درجه دو با ضابطه $y = (-1/40)x^2 + x$ است که نمودار آن مانند شکل مقابل است. در این رابطه x مسافت افقی طی شده و y ارتفاع توپ از سطح زمین است. الف) حداکثر ارتفاع توپ را به دست آورید. ب) به نظر شما حداکثر مسافت افقی طی شده توسط توپ چقدر است؟ برای آنکه طول نقاط برخورد نمودار این تابع با محور x ها را به دست آوریم، باید $y = 0$ قرار دهیم: $y = 0 \Rightarrow x(-x/40 + 1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 40$. این نقاط را روی نمودار نشان دهید و توضیح دهید که این اعداد از نظر فیزیکی چه معنایی می‌دهند؟

الف) $a < 0$ است؛ بیشترین ارتفاع در رأس رخ می‌دهد: $x = -b/(2a) = -1/(-1/20) = 20$ و $y = -400/40 + 20 = 10$. یعنی حداکثر ارتفاع توپ **۱۰ متر** است (در فاصله افقی ۲۰ متر).
ب) توپ در $x = 40$ دوباره به زمین می‌رسد؛ پس حداکثر مسافت افقی **۴۰ متر** است.



معنای فیزیکی: $x = 0$ محل شوت شدن توپ (نقطه شروع روی زمین) و $x = 40$ محل فرود توپ روی زمین است؛ در هر دو نقطه ارتفاع توپ صفر است.

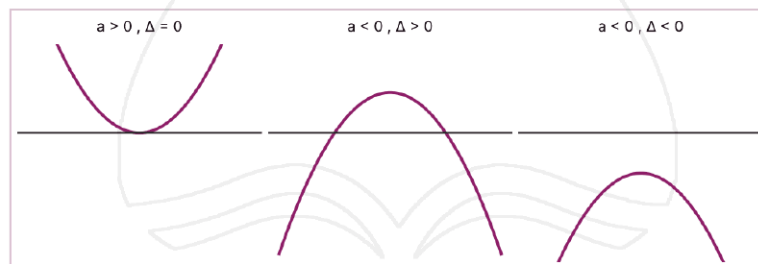
ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱) همچنان که از سال قبل می‌دانیم، تعداد صفرهای تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ را به کمک علامت Δ می‌توان تشخیص داد. همچنین رو به بالا بودن یا رو به پایین بودن دهانه سهمی از روی علامت a مشخص می‌شود. جدول زیر را کامل کنید. (در جدول، سه خانه خالی است)

۲) دربارهٔ تابع درجه دوم f ، برای تشخیص علامت ریشه‌های احتمالی معادلهٔ $f(x) = 0$ می‌توانیم از علامت S و P کمک بگیریم. در هر یک از موارد زیر، مانند قسمت الف عمل کنید. الف) $y = x^2 + 6x + 5$ (حل شده در کتاب)
ب) $y = x^2 + 4x - 5$ پ) $y = 3x^2 - 7x + 1$ ت) $y = -x^2 + 2x - 1$

(۱)

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$	
بدون صفر (نمودار بالای محور x ها)	یک صفر: رو به بالا و مماس بر محور x ها	دو صفر (نمودار رو به بالا و محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند)	$a > 0$
بدون صفر: رو به پایین و پایین محور x ها	یک صفر (نمودار رو به پایین و مماس بر محور x ها)	دو صفر: رو به پایین و محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند	$a < 0$



۲) ب) $\Delta = 16 + 20 = 36 > 0 \Rightarrow$ دو ریشهٔ حقیقی متمایز. $P = c/a = -5 < 0 \Rightarrow$ ریشه‌ها مختلف‌العلامت‌اند. $S = -b/a = -4 < 0 \Rightarrow$ ریشهٔ منفی قدر مطلق بزرگ‌تری دارد (ریشه‌ها ۱ و -۵).

پ) $\Delta = 49 - 12 = 37 > 0 \Rightarrow$ دو ریشهٔ متمایز. $P = 1/3 > 0 \Rightarrow$ ریشه‌ها هم‌علامت‌اند. $S = 7/3 > 0 \Rightarrow$ هر دو ریشه مثبت‌اند.

ت) $\Delta = 4 - 4 = 0 \Rightarrow$ یک ریشهٔ مضاعف (فقط یک صفر). $P = (-1)/(-1) = 1 > 0$ و $S = 2 > 0 \Rightarrow$ این ریشه مثبت است ($x = 1$).

۳) هرگاه نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) را داشته باشیم، می‌توانیم به کمک آن علامت ضرایب a ، b و c را مشخص کنیم. به عنوان مثال نمودار تابع f از مجموعه توابع داده شده زیر را در نظر می‌گیریم: دهانه سهمی رو به بالا است؛ پس a مثبت است. نمودار تابع f محور y ها را در قسمت منفی‌ها قطع کرده است؛ پس c منفی است. رأس سهمی در ربع چهارم قرار گرفته که باتوجه به نمودار، مجموع دو ریشه عددی مثبت است (چرا؟) و از این مطلب هم می‌توان منفی بودن علامت b را نتیجه گرفت. خلاصه این اطلاعات در جدول بعد آمده است. جدول را کامل کنید.

چرا؟ رأس سهمی وسط دو ریشه است و طول رأس مثبت است ($-b/(2a) > 0$)؛ پس میانگین دو ریشه مثبت است، یعنی $S = \alpha + \beta > 0$. چون $S = -b/a$ و $a > 0$ ، نتیجه می‌شود $b < 0$.

جدول کامل شده ویژگی توابع

تابع	a علامت	b علامت	c علامت	تعداد ریشه‌ها	علامت ریشه‌ها (در صورت وجود)
f	+	-	-	دو	یکی منفی، یکی مثبت
g	-	+	-	دو	هر دو مثبت
h	-	+	-	فاقد ریشه	ریشه ندارد
i	+	-	+	فاقد ریشه	ریشه ندارد
j	+	+	+	دو	هر دو منفی
k	+	+	+	یک (مضاعف)	منفی
l	+	+	+	فاقد ریشه	ریشه ندارد
m	+	+	۰	دو	یکی منفی، یکی صفر
n	-	۰	+	دو	یکی منفی، یکی مثبت
p	-	-	-	یک (مضاعف)	منفی
q	-	-	-	فاقد ریشه	ریشه ندارد
r	-	۰	۰	یک (مضاعف)	صفر

این جواب ممکن است دقیق نباشد؛ ردیف‌های توابع g تا r از روی تصویر نمودارها (موقعیت رأس و نقاط برخورد) تعیین شده‌اند.

(۱) معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $x^4 - 8x^2 + 8 = 0$ ب) $4x^6 + 1 = 5x^3$

(۲) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\sqrt{2} - 1$ و $\sqrt{2} + 1$ باشد.

(۳) مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه‌های زیر را به دست آورید. الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$ ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

(۴) راکتی که به طور عمودی رو به بالا شلیک شده، t ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله آن به صورت $h(t) = 100t - 5t^2$ ($t \geq 0$) است. الف) چقدر طول می‌کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟ ب) ارتفاع نقطه اوج را بیابید. پ) چند ثانیه پس از پرتاب، راکت به زمین بازمی‌گردد؟
(۵) استادیوم به شکل مستطیل با دو نیم‌دایره در دو انتهای آن در حال ساخت است. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که: الف) مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن گردد. ب) مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود.

(۶) معادله سهمی‌های زیر را بنویسید. (شش نمودار الف تا ج در کتاب)

(۱) الف) $x^2 = u \Rightarrow u^2 - 8u + 8 = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - 32 = 32 \Rightarrow u = (8 \pm 4\sqrt{2})/2 = 4 \pm 2\sqrt{2}$ (هر دو مثبت).

پس

$$x = \pm\sqrt{(4 - 2\sqrt{2})} \approx \pm 1.08 \text{ و } x = \pm\sqrt{(4 + 2\sqrt{2})} \approx \pm 2.61 \text{ (چهار جواب)}$$

ب) $x^3 = u \Rightarrow (4u - 1)(u - 1) = 0 \Rightarrow 4u^2 - 5u + 1 = 0$ یا $u = 1/4$ یا $u = 1$. پس

$$x = 1 \text{ and } x = \sqrt[3]{(1/4)} = \sqrt[3]{2}/2 \approx 0.63$$

$$(۲) P = (\sqrt{2})^2 - 1 = 1, S = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2}$$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$$

(۳) الف) $a = -2 < 0$ پس ماکزیمم دارد؛ $x = -8/(-4) = 2$ و $f(2) = -8 + 16 - 5 = 3$ مقدار ماکزیمم $= 3$.

ب) $a = 3 > 0$ پس مینیمم دارد؛ $x = -6/6 = -1$ و $g(-1) = 3 - 6 + 5 = 2$ مقدار مینیمم $= 2$.

(۴) الف) $a = -5 < 0$ ؛ بیشترین ارتفاع در: $t = -b/(2a) = -100/(-10) = 10$ ؛ **۱۰ ثانیه**.

ب) $h(10) = 1000 - 500 = 500$ ؛ ارتفاع نقطه اوج **۵۰۰ متر** است.

پ) $t = 0, t = 20$ ؛ $h = 0 \Rightarrow 5t(20 - t) = 0$ راکت **۲۰ ثانیه** پس از پرتاب به زمین بازمی‌گردد.

(۵) طول اضلاع مستقیم مستطیل را x و شعاع هر نیم‌دایره را r می‌گیریم؛ پس عرض مستطیل $2r$ است. دو

$$\text{نیم‌دایره روی هم یک دایره‌اند و محیط: } 2x + 2\pi r = 1500 \Rightarrow x = 750 - \pi r$$

الف) مساحت مستطیل: $A = x \cdot 2r = 2r(750 - \pi r) = -2\pi r^2 + 1500r$ ماکزیمم در

$$r = 1500/(4\pi) = 375/\pi \approx 119.4 \text{ پس ابعاد: } x = 750 - 375 = 375 \text{ m و } 2r = 750/\pi \approx 238.7 \text{ m}$$

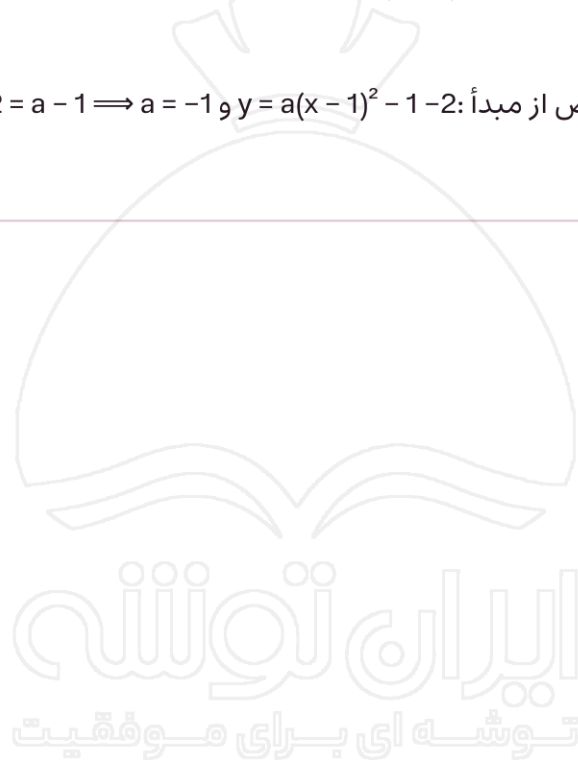
ب) مساحت استادیوم: $S = 2rx + \pi r^2 = 2r(750 - \pi r) + \pi r^2 = -\pi r^2 + 1500r$ رأس در $r = 750/\pi \approx 238.7$

قرار دارد که به‌ازای آن $x = 750 - 750 = 0$ می‌شود. یعنی مساحت حداکثر وقتی است که طول قسمت

مستقیم صفر باشد و استادیوم یک دایره به شعاع $\approx 238.7 \text{ m}$ شود ($S_{\max} = 750^2/\pi \approx 179049 \text{ m}^2$)؛ در این حالت مستطیل وجود ندارد.

۶) با استفاده از ریشه‌ها و رأس نمودارها:

۱. الف) ریشه‌ها 0 و 2، مینیمم -4 در: $y = ax(x-2)$ $x=1$ و $y = 4x^2 - 8x \Rightarrow -4 = a(1)(-1) \Rightarrow a = 4$
۲. ب) محور تقارن $x = 3$ ، یک ریشه 2 (پس ریشه دیگر 4)، عرض از مبدأ: $4 = a(8)$ و $y = a(x-2)(x-4)$
 $y = (1/2)x^2 - 3x + 4 \Rightarrow a = 1/2$
۳. پ) مماس بر محور x ‌ها در $x = 2$ و عرض از مبدأ: $4 = a(x-2)^2$ $4 = 4a \Rightarrow a = 1$ و $y = x^2 - 4x + 4$
۴. ت) رأس $(0, 3)$ و ریشه: $y = ax^2 + 3 - 1$ و $y = -3x^2 + 3 \Rightarrow 0 = a + 3 \Rightarrow a = -3$
۵. ث) رأس $S(2, 1)$ و ریشه: $y = a(x-2)^2 + 1$ و $y = -(x-2)^2 + 1 = -x^2 + 4x - 3 \Rightarrow 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$
۶. ج) رأس $(1, -1)$ و عرض از مبدأ: $y = a(x-1)^2 - 1$ و $y = -x^2 + 2x - 2 \Rightarrow -2 = a - 1 \Rightarrow a = -1$



در برخی از اجزای بدن انسان، در بعضی گیاهان و همچنین در بناها و آثار هنری رد پای عدد طلایی مشاهده می‌شود. تحقیقی در این زمینه انجام دهید و گزارش آن را در کلاس ارائه کنید.

عدد طلایی برابر $1.618 \approx (1 + \sqrt{5})/2 = \phi$ است و نسبتی است که در آن «مجموع دو پاره‌خط به پاره‌خط بزرگ‌تر» برابر «پاره‌خط بزرگ‌تر به پاره‌خط کوچک‌تر» است.

- **گیاهان:** در بسیاری از گیاهان (مانند گل آفتابگردان، مخروط کاج و کاهو) دانه‌ها یا برگ‌ها در مارپیچ‌هایی قرار می‌گیرند که تعداد آنها معمولاً دو عدد متوالی از دنباله فیبوناچی (۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ۲۱، ۳۴، ۵۵، ...) است؛ و نسبت دو جمله متوالی این دنباله به عدد طلایی نزدیک می‌شود.
- **بدن انسان:** گفته می‌شود نسبت برخی اندازه‌ها (مثلاً طول کل دست به طول ساعد تا مچ، یا نسبت طول و عرض صورت) تقریباً نزدیک $1/6$ است؛ این نسبت‌ها تقریبی و در افراد مختلف متفاوت‌اند.
- **معماری و هنر:** در طراحی بعضی بناها و آثار هنری (مانند پارتئون در یونان و برخی نقاشی‌های دوره رنسانس) از نسبت‌های نزدیک به نسبت طلایی بهره برده‌اند؛ درباره آگاهانه بودن این استفاده در بناهای باستانی میان پژوهشگران اختلاف نظر وجود دارد. در معماری ایرانی نیز مستطیل‌هایی با نسبت نزدیک به طلایی در نمای برخی بناها دیده می‌شود.
- **مارپیچ طلایی:** رشد صدف حلزونی نوتیلوس شبیه یک مارپیچ لگاریتمی است که اغلب آن را با مارپیچ طلایی مقایسه می‌کنند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد؛ پژوهش آزاد است و نمونه‌ای از یک گزارش کوتاه ارائه شده است.

ایران توئین
توشه‌ای برای موفقیت

۱) معادلهٔ مقابل را حل کنید. $2x/(x^2 - 1) + 2/(x + 1) = (2 - x)/(x^2 - x)$ (الف) ابتدا در صورت امکان مخرج کسرها را به حاصل ضرب عامل‌های اول تجزیه می‌کنیم: $2x/((x - 1)(x + 1)) + 2/(x + 1) = (2 - x)/x$ (۲) (ب) در مخرج‌ها سه نوع عامل اول متمایز وجود دارد x ، $(x + 1)$ و که بزرگ‌ترین توان هر کدام از آنها برابر است؛ پس کم‌مخرج‌ها عبارت است از (پ) طرفین معادلهٔ (۲) را در $x(x - 1)(x + 1)$ ضرب می‌کنیم تا معادله از شکل کسری خارج شود. (ت) پس از ساده کردن، معادلهٔ $5x^2 - 3x - 2 = 0$ حاصل می‌شود. (ث) برای معادلهٔ درجهٔ دوم اخیر، مقدار Δ را به دست آورید و معادله را حل کنید. آیا هر دو جواب به دست آمده مورد قبول‌اند؟ چرا؟

۱) الف) $x^2 - x = x(x - 1)$ ، پس معادله (۲) به صورت $2x/((x - 1)(x + 1)) + 2/(x + 1) = (2 - x)/(x(x - 1))$ است.
 ب) عامل سوم $(x - 1)$ است و بزرگ‌ترین توان هر کدام برابر ۱ است؛ پس کم‌مخرج‌ها $x(x - 1)(x + 1)$ است.
 پ) $2x^2 + 2x(x - 1) = (x + 1)(2 - x)$
 ت) $\checkmark \quad 2x^2 + 2x^2 - 2x = 2x - x^2 + 2 - x \Rightarrow 4x^2 - 2x = -x^2 + x + 2 \Rightarrow 5x^2 - 3x - 2 = 0$
 ث) $x = -2/5$ یا $x = 1 \Rightarrow x = (3 \pm 7)/10 \Rightarrow \Delta = 9 + 40 = 49$
 $x = 1$ مخرج‌های $x - 1$ و $x^2 - 1$ را صفر می‌کند؛ پس قابل قبول نیست. $x = -2/5$ هیچ مخرجی را صفر نمی‌کند و در معادلهٔ اولیه صدق می‌کند (با جای‌گذاری، هر دو طرف ≈ 4.286 می‌شود). پس فقط $x = -2/5$ جواب است.

۲) خط یک مترو تهران به طول ۶۰ کیلومتر، میدان تجریش را به فرودگاه بین‌المللی امام خمینی (ره) متصل می‌کند. برای انجام یک آزمایش، قطاری مسیر شمال به جنوب این خط را با سرعت ثابت v کیلومتر بر ساعت و بدون توقف در ایستگاه‌ها طی می‌کند. اگر در مسیر جنوب به شمال، از سرعت متوسط قطار 10 km/h کاسته شود، زمان بازگشت نیم ساعت طولانی‌تر از زمان رفت خواهد شد. مطلوب است محاسبه طول زمان رفت و زمان برگشت این قطار. الف) توضیح دهید، چرا زمان رفت از رابطه $60/v$ به دست می‌آید؟ ب) عبارتی بر حسب v بنویسید که زمان برگشت را نشان دهد. پ) توضیح دهید که چرا معادله $60/v + 1/2 = 60/(v - 10)$ برقرار است. ت) طرفین این معادله را در کم مخرج‌ها ضرب کنید تا به یک معادله درجه دوم تبدیل شود. ث) از حل معادله حاصل، سرعت قطار در مسیر رفت را بیابید و به کمک آن زمان رفت و زمان برگشت قطار را به دست آورید.

۲) الف) زمان = مسافت ÷ سرعت؛ مسافت 60 km و سرعت v است، پس زمان رفت $60/v$ ساعت است.

ب) سرعت برگشت $v - 10$ است، پس زمان برگشت $60/(v - 10)$ ساعت است.

پ) زمان برگشت نیم ساعت ($1/2$ ساعت) بیشتر از زمان رفت است: $60/(v - 10) = 60/v + 1/2$.

ت) ضرب در $2v(v - 10)$: $120v = 120(v - 10) + v(v - 10)$ $\Rightarrow 120v = 120v - 1200 + v^2 - 10v \Rightarrow v^2 - 10v - 1200 = 0$

ث) $\Delta = 100 + 4800 = 4900 \Rightarrow v = (10 \pm 70)/2 \Rightarrow v = 40$ یا $v = -30$ (غیرقابل قبول). پس سرعت در رفت 40 km/h است. زمان رفت: $60/40 = 1.5$ ساعت (یک ساعت و ۳۰ دقیقه) و زمان برگشت: $60/30 = 2$ ساعت.

۱) معادلات زیر را حل کنید. آیا تمام جواب‌های به‌دست آمده مورد قبول هستند؟ الف) $3/x^2 - 12 = 0$ ب) $2/k$
 $3/x - 2/(x - 3) = 12/(9 - x^2)$ (پ) $3k/(k + 2) = k/(k^2 + 2k)$

۲) دبیر ریاضی آرمان هر هفته یک آزمون ۱۰ امتیازی برگزار می‌کند. پس از ۵ هفته، آرمان جمعاً ۳۶ امتیاز کسب کرده بود؛ یعنی میانگین امتیاز هر آزمون او در پنج هفته اول به‌صورت زیر بود: $36/5 = 7.2$. او از هفته ششم به بعد، در تمام آزمون‌ها امتیاز ۹ را کسب کرد؛ به‌طوری که میانگین امتیاز کل آزمون‌هایش برابر ۸ شد. می‌خواهیم بدانیم از هفته ششم به بعد، آرمان در چند آزمون متوالی نمره ۹ گرفته است. برای حل مسئله می‌توان به روش زیر عمل کرد: الف) اگر تعداد آزمون‌ها از هفته ششم به بعد برابر n باشد، مجموع امتیازات او در این مدت $9n$ خواهد شد. عبارتی کسری برحسب n بنویسید که نشان‌دهنده میانگین امتیاز تمام آزمون‌های ریاضی هفتگی آرمان باشد. $(9n + \dots)/(5 + \dots)$ ب) کسر مربوط به قسمت الف را برابر ۸ قرار دهید و n را بیابید. سپس جواب به‌دست آمده را امتحان کنید.

مثال (صفحه ۲۱): تکمیل جدول

اگر دو ماشین چمن‌زنی با هم کار کنند، می‌توانند در ۴ ساعت چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند. با فرض اینکه سرعت کار یکی از آنها دو برابر دیگری باشد، هر یک از آنها به تنهایی در چند ساعت می‌توانند این کار را انجام دهند؟ (جدول زیر را کامل کنید.) ماشین A: زمان انجام کل کار t ، مقدار کار در ۱ ساعت $1/t$. ماشین B: زمان انجام کل کار $2t$ ، مقدار کار در ۱ ساعت A و B با هم: زمان انجام کل کار، مقدار کار در ۱ ساعت $1/4$.

۱) الف) $x \neq 0$. ضرب در: $x^2 = 1/4 \Rightarrow x = \pm 1/2$ $3 - 12x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1/4 \Rightarrow x = \pm 1/2$ هر دو جواب با شرط $x \neq 0$ سازگارند و در معادله صدق می‌کنند $(3/(1/4) - 12 = 0)$ ؛ هر دو قابل قبول‌اند.

ب) $k^2 + 2k = k(k + 2)$ و شرط: $k \neq 0$ ، $k \neq -2$. ضرب در: $k(k + 2)$
 $3k^2 - k - 4 = 0 \Rightarrow 2(k + 2) - 3k^2 = k \Rightarrow 3k^2 - k - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 + 48 = 49 \Rightarrow k = (1 \pm 7)/6 \Rightarrow k = 4/3$ یا $k = -1$. هر دو جواب با شرط‌ها سازگارند و در معادله اولیه صدق می‌کنند؛ هر دو قابل قبول‌اند. (مثلاً برای $k = -1$: طرف چپ $1 = -2 + 3$ و طرف راست $1 = (-1)/(1 - 2)$.)

پ) $9 - x^2 = -(x - 3)(x + 3)$ و شرط: $x \neq 0$ ، $x \neq \pm 3$. کم‌مخرج‌ها $x(x - 3)(x + 3)$ است. ضرب طرفین در آن:
 $3(x - 3)(x + 3) - 2x(x + 3) = -12x \Rightarrow 3x^2 - 27 - 2x^2 - 6x + 12x = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$

$\Delta = 36 + 108 = 144 \Rightarrow x = (-6 \pm 12)/2 \Rightarrow x = 3$ یا $x = -9$. $x = 3$ مخرج را صفر می‌کند و غیرقابل قبول است؛ $x = -9$ قابل قبول است $(-1/3 + 1/6 = -1/6)$ و $(3/(-9) - 2/(-12) = -1/6)$.

۲) الف) مجموع امتیازات: $36 + 9n$ و تعداد آزمون‌ها: $5 + n$ ؛ پس میانگین:

$$(9n + 36)/(5 + n)$$

$$(9n + 36)/(n + 5) = 8 \Rightarrow 9n + 36 = 8n + 40 \Rightarrow n = 4$$

امتحان: $(9 \times 4 + 36)/(5 + 4) = 72/9 = 8$ ✓. پس آرمان در ۴ آزمون متوالی نمره ۹ گرفته است.

مثال (صفحه ۲۱): تکمیل جدول

ماشین	زمان انجام کل کار (ساعت)	مقدار کار در ۱ ساعت
A	t	$1/t$
B	2t	$1/(2t)$
A و B با هم	4	$1/4$

با کمک جدول: $t = 6 \Rightarrow 1/t + 1/(2t) = 1/4 \Rightarrow 3/(2t) = 1/4 \Rightarrow t = 6$ پس ماشین A به تنهایی ۶ ساعت و ماشین B ۱۲ ساعت لازم دارد.



۱) معادلات زیر را مانند نمونه حل کنید. آیا تمام جواب‌های حاصل، قابل قبول‌اند؟ الف) $2\sqrt{2t-1} - t = 1$ (ب)

ب) $2x = 1 - \sqrt{2-x}$ (پ) $\sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 1$ (ت) $\frac{1}{\sqrt{u-3}} - \frac{2}{\sqrt{u}} = 0$ (ث) $2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x$

۲) بدون حل معادله، توضیح دهید که چرا معادلات زیر فاقد ریشه حقیقی‌اند؟ الف) $\sqrt{t} + 2 = 0$ (ب)

پ) $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} + 1 = 0$ (ت) $\sqrt{1-x} + \sqrt{x-2} = 0$

۱) الف) $t = 5$ یا $t = 1 \Rightarrow 2\sqrt{2t-1} = t+1 \Rightarrow 4(2t-1) = (t+1)^2 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-5) = 0$

بررسی: $2\sqrt{9} - 5 = 1$ و $2\sqrt{1} - 1 = 1$ ✓ هر دو قابل قبول‌اند.

ب) $x = 1 \Rightarrow x = (3 \pm 5)/8 \Rightarrow \Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{2-x} = 1 - 2x \Rightarrow 2 - x = 1 + 4x^2 - 4x \Rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$

یا $x = -1/4$. بررسی: $x = 1: 2 = 1 - 1 = 0$ ✗ (غیرقابل قبول)؛ $x = -1/4: -1/2 = 1 - \sqrt{9/4} = -1/2$ ✓ فقط $x =$

$-1/4$ قابل قبول است.

پ) دامنه: $x \geq 0$. دو طرف را به توان ۲ می‌رسانیم: $x + 7 = x + 2\sqrt{x} + 1 \Rightarrow 6 = 2\sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$

بررسی: $\sqrt{16} = 4 = 3 + 1$ ✓ جواب $x = 9$ قابل قبول است.

ت) دامنه: $u > 3$. $\frac{1}{\sqrt{u-3}} = \frac{2}{\sqrt{u}} \Rightarrow \sqrt{u} = 2\sqrt{u-3} \Rightarrow u = 4(u-3) \Rightarrow 3u = 12 \Rightarrow u = 4$

بررسی: $\frac{1}{\sqrt{1-2}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = 1 - 1 = 0$ ✓ جواب $u = 4$ قابل قبول است.

ث) $2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0$ (باید $x \geq 2$ باشد) $\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2$

$x = 2 \Rightarrow +1 = 0$ یا $x = -1$. بررسی: $x = 2: 2 + \sqrt{8 - 10 + 2} = 2 + 0 = 2$ ✓؛ $x = -1: 2 + \sqrt{9} = 5 \neq -1$ ✗ فقط $x = 2$

$x = 2$ قابل قبول است.

۲) الف) $\sqrt{t} + 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{t} = -2$ ؛ ولی جذر هر عدد نامنفی، نامنفی است؛ پس جواب ندارد.

ب) هر دو عبارت $\sqrt{2x+3}$ و $\sqrt{x-2}$ نامنفی‌اند؛ پس طرف چپ ≥ 1 است و هرگز صفر نمی‌شود.

پ) دو رادیکال نامنفی‌اند و مجموعشان صفر است، پس هر دو باید صفر باشند: $x = 2$ و $x = 1$ هم‌زمان؛ که

ناممکن است. (دامنه: $x \leq 1$ و $x \geq 2$ هیچ عددی را شامل نمی‌شود.)

۳۲

(۲) اگر رضا به تنهایی در t ساعت ویرایش را تمام کند، سهم کار در یک ساعت $1/t$ است. علی در $1/2$ ساعت کار و با هم در یک ساعت $3/4 = 1/(4/3)$ کار انجام می‌دهند (۱ ساعت و ۲۰ دقیقه $4/3 =$ ساعت):

$$1/2 + 1/t = 3/4 \Rightarrow 1/t = 1/4 \Rightarrow t = 4$$

رضا به تنهایی به **۴ ساعت** وقت نیاز دارد.

ادامه تمرین‌ها (صفحه ۲۴)

(۳) $t = 2$ را جای‌گذاری می‌کنیم: $2 = \sqrt{10 - h/5} \Rightarrow 4 = 10 - h/5 \Rightarrow h/5 = 6 \Rightarrow h = 30$. بنابراین جسم دو ثانیه پس از سقوط در ارتفاع **۳۰ متری** قرار دارد. (بررسی: $h = 50 - 5t^2 = 50 - 20 = 30$)

(۴) الف) عدد $n \geq 0$ است و «تفاضل n از جذرش» یعنی $\sqrt{n} - n$

$$n = 4/9 \text{ یا } n = 0 \Rightarrow \sqrt{n} - n = n/2 \Rightarrow \sqrt{n} = 3n/2 \Rightarrow n = 9n^2/4 \Rightarrow n(9n - 4) = 0$$

فقط $n = 0$ صحیح است؛ پس مسئله در اعداد صحیح **یک جواب** دارد.

ب) «تفاضل جذر از آن عدد» یعنی $n - \sqrt{n}$

$$n = 4 \text{ یا } n = 0 \Rightarrow n - \sqrt{n} = n/2 \Rightarrow n/2 = \sqrt{n} \Rightarrow n = 2\sqrt{n} \Rightarrow n^2 = 4n \Rightarrow n(n - 4) = 0$$

بررسی: $4 - 2 = 2 = 4/2$. مسئله **دو جواب** (۰ و ۴) دارد.

(۵) برای نمونه: $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+8} = 5$. بررسی ریشه ۱: $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$. (پاسخ‌های دیگری مانند $\sqrt{x} + \sqrt{3x+1} = 4$ هم ممکن است.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد؛ پرسش ۴ برحسب تفسیر عبارت «تفاضل آن از جذرش» پاسخ داده شد و پرسش ۵ پاسخ نمونه دارد.

این فایل توسط سایت ایران توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

