دفترچه پاسخ

آزمون ۱۵ آبان ۱۴۰۵

اختصاصی دوازدهم ریاضی

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	پروانه ابدالی-امیرحسین افشار-شاهین پروازی-علی جهانپور-روح‌اله حسنی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-احمدرضا ذاکرزاده محمد زنگنه-الهام شیخ‌ممو-علیرضا مسگر-سیدمحمد موسوی-علی ناری‌ابیانه
	هندسه و آماروگسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی پسندیده-روح‌اله حسنی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-محمد خندان مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-فرشاد صدیقی‌فر-داریوش عابد-شبنم غلامی-نرگس کارگر-درنا کربلایی امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-مهرداد خاجی-محمدرضا خادمی-رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش آرمان رجب‌خیرفومنی-مسعود علیپور-احمد مرادی‌پور-محمدکاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-محمدرضا نصیری ابوالفضل نکومنشی‌نژاد-مجتبی نکوئیان
	شیمی	سعید تیزرو-مجید جلیل‌ناغونی-ندا حسین‌پورمقدم-پیمان خواجوی‌مجد-یاسر راش-احسان روستایی-رسول عابدینی‌زواره امیرمحمد کنگرانی-مجتبی محجوب

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ وریاضی‌پایه	هندسه	آمارو ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسین الهی	یاسر راش
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرمحمد مرزبانی مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرمحمد مرزبانی سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مجید جلیل‌ناغونی آترین صبا ژیلوان محمدی‌پور امیرحسین توحیدی احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران(مستندسازی)	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا			سجاد بهارلویی امیرمحمد خاتون‌آبادی	محسن دستجردی رزیتا حبیب‌نتاج پریا اقبالی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

ایران نوشه
نوشه‌ای برای موفقیت

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا ذاکرزاده)

از روی نمودار تابع درجهٔ سوم f درمی‌یابیم کـه نقطـهٔ تقـارن در ناحیـهٔ دوم مختصات قرار دارد و این تابع از مبدأ می‌گذرد. پس داریم:

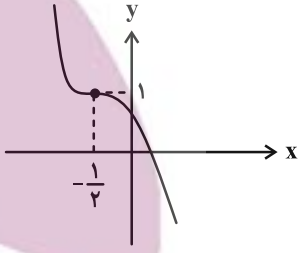
۱) $\begin{cases} ۲a - x_S = ۰ \Rightarrow x_S = ۲a \\ y_S = ۰^۳ - ۲a = -۲a \end{cases} \xrightarrow{S \text{ درناحیهٔدوم}} a < ۰$

۲) $f(۰) = ۰ \Rightarrow (۲a)^۳ - ۲a = ۰ \Rightarrow ۲a(۴a^۲ - ۱) = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۰ & \text{غ‌ق‌ق} \\ a = \frac{۱}{۲} & \text{غ‌ق‌ق} \\ a = -\frac{۱}{۲} & \text{ق‌ق} \end{cases}$$

در نتیجه مقدار b برابر می‌شود با: $b = x_S = ۲a = -۱$

بنابراین ضابطهٔ تابع g بـه صـورت $g(x) = -(x + \frac{۱}{۲})^۳ + ۱$ شـده و طبـق شکل زیر، نمودار آن از ناحیهٔ سوم مختصات عبور نمی‌کند.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۲- **گزینهٔ «۲»** (افشین خاصه‌خان)

ابتدا با استفاده از اتحاد مکعب دوجمله‌ای، ضابطهٔ تابع را ساده‌تر می‌نویسیم:

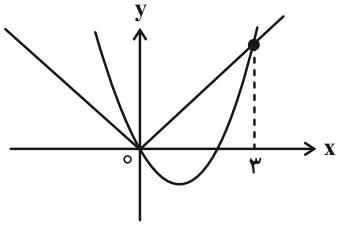
$f(x) = -۱ - (x-۱)^۳ \Rightarrow f$ اکیداً نزولی

حال داریم: $f(f(|x|)) \geq f(f(x^۲ - ۲x))$

$\xrightarrow{f \text{ اکیداًنزولی}} f(|x|) \leq f(x^۲ - ۲x)$

$\xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} |x| \geq x^۲ - ۲x$

با رسم نمودار می‌توانیم پاسخ معادلهٔ فوق را به دست آوریم:



بنابراین بزرگ‌ترین مجموعهٔ قابل قبول بـرای x بـازهٔ $[۰,۳]$ بـوده و گزینـهٔ دوم صحیح است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۳- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

چون $x^۲ - ۱$ از درجهٔ ۲ است، لذا باقیماندهٔ تقسیم $Q(x)$ بر آن، حداکثر از درجهٔ ۱ خواهد بود. پس داریم: $R(x) = ax + b$

$$Q(x) = p(x^۲) + xp(x) = Q_۱(x)(x^۲ - ۱) + ax + b$$

از طرفی $p(۱) = ۲$ و $p(-۱) = -۱$؛ بنابراین:

$$\begin{cases} Q(۱) = p(۱) + ۱ \times p(۱) = a + b \Rightarrow a + b = ۴ \\ Q(-۱) = p(۱) - p(-۱) = -a + b \Rightarrow -a + b = ۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{۱}{۲} \\ b = \frac{۷}{۲} \end{cases}$$

$$R(x) = \frac{۱}{۲}x + \frac{۷}{۲} \Rightarrow R(۳) = ۵$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴- **گزینهٔ «۲»** (الهام شیخ‌ممو)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} f(۲) = -۱ \Rightarrow ۸ + ۴a + ۲b + ۵ = -۱ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۱۴ \\ f(-۱) = ۰ \Rightarrow -۱ + a - b + ۵ = ۰ \Rightarrow a - b = -۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲a + b = -۷ \\ a - b = -۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{۱۱}{۳} \\ b = \frac{۱}{۳} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = -\frac{۱۱}{۳} + \frac{۱}{۳} = -\frac{۱۰}{۳}$$

(حسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین‌های ۶ و ۷ صفحهٔ ۲۲)

۵- **گزینهٔ «۲»** (پروانه ابدالی)

تابع $y = \sqrt{-۳x + ۱}$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است. حـال بـرای اینکـه f اکیداً صعودی باشد، کافی است ضریب رادیکال منفی باشد:

$$۲m - ۱ < ۰ \Rightarrow m < \frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۲- تابع؛ برگرفته از تمرین ۳ صفحهٔ ۲۱)

۶- **گزینهٔ «۴»** (روح‌اله حسنی)

توجه کنید که $x^۲ + ۴x - ۲۱ = (x+۷)(x-۳)$، لذا در ایـن سـوال بـه مقادیر $p(۳)$ و $p(-۷)$ نیاز داریم. داده‌های صورت سـوال را مـی‌تـوان بـه صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} p(x+۱) = (x-۲)Q(x) + ۳ \xrightarrow{x=۲} p(۳) = ۳ \\ p(x-۴) = (x+۳)Q_۱(x) - ۲ \xrightarrow{x=-۳} p(-۷) = -۲ \end{cases}$$

ایران زمینه
تمرین برای موفقیت

می‌دانیم باقیماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x^۲+۴x-۲۱=(x+۷)(x-۳)$ به صورت $mx+n$ است. بنابراین:

$$p(x)=(x+۷)(x-۳)Q_۲(x)+mx+n$$

پس:

$$\begin{cases} x=۳ \Rightarrow ۳=p(۳)=۳m+n \\ x=-۷ \Rightarrow -۲=p(-۷)=-۷m+n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳m+n=۳ \\ -۷m+n=-۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=\frac{۱}{۲} \\ n=\frac{۳}{۲} \end{cases}$$

بنابراین باقیماندهٔ این تقسیم برابر $\frac{۱}{۲}x+\frac{۳}{۲}$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(طاهر دادستانی)*

با توجه به ضابطهٔ تابع g، باید:

$$y=\frac{f^۲(x)-۶f(x)+۸}{(x-۱)(x-۲)} \geq ۰ \Rightarrow \frac{(f(x)-۲)(f(x)-۴)}{(x-۱)(x-۲)} \geq ۰$$

تابع f اکیداً صعودی است، پس یک‌به‌یک بوده و داریم:

$$\begin{cases} f(x)=۲ \Rightarrow x=-۱ \\ f(x)=۴ \Rightarrow x=۲ \\ (x-۱)(x-۲)=۰ \Rightarrow x=۱,۲ \end{cases}$$

با رسم جدول تعیین علامت، دامنهٔ g را به دست می‌آوریم:

ریشهٔ مضاعف

x		-۱		۱		۲	
y	+	۰	−	ت	+	ت	+

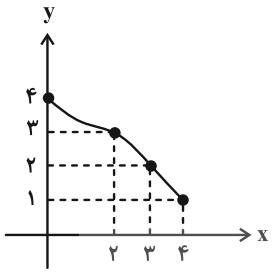
$$\Rightarrow D_g=(-\infty,-۱] \cup (۱,+\infty)-\{۲\}$$

پس دامنهٔ تابع g شامل اعداد صحیح ۰، ۱ و ۲ نمی‌باشد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸- **گزینهٔ «۱»** *(طاهر دادستانی)*

یک نمودار اکیداً نزولی فرضی با توجه به اطلاعات داده شده رسم می‌کنیم:



چون f اکیداً نزولی است، پس تابع وارون آن $(f^{-۱})$ نیز اکیداً نزولی بوده و می‌توان نوشت:

$$۱ \leq f(f(x)) \leq ۲ \xrightarrow{f^{-۱} \text{ نزولی}} f^{-۱}(۲) \leq f(x) \leq f^{-۱}(۱)$$

$$\Rightarrow ۳ \leq f(x) \leq ۴ \xrightarrow{f^{-۱} \text{ نزولی}} f^{-۱}(۴) \leq x \leq f^{-۱}(۳) \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۲$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{۰,۱,۲\}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹- **گزینهٔ «۴»** *(علی جهانپور)*

$$۲x-۱=۰ \Rightarrow x=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{بخش‌پذیری } p \text{ بر } ۲x-۱} p(\frac{۱}{۲})=۰$$

$$\Rightarrow (\frac{۱}{۲})^۲-a(\frac{۱}{۲})+۴=۰ \Rightarrow a=\frac{۱۷}{۲}$$

$$\Rightarrow p(x)=x^۲-\frac{۱۷}{۲}x+۴$$

باقیماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x-۲$ برابر است با:

$$p(۲)=۲^۲-\frac{۱۷}{۲}(۲)+۴=۴-۱۷+۴=-۹$$

(حسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین ۶ صفحهٔ ۲۲)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(علی جهانپور)*

$$x-۲=۰ \Rightarrow x=۲$$

دو چندجمله‌ای $f(x)$ و $p(x)$ بر $x-۲$ باقیماندهٔ یکسان دارند، بنابراین $f(۲)=p(۲)$ و داریم:

$$۴(۲)^۲+۲k-۱=۳(۲)^۲-۲+k$$

$$\Rightarrow ۱۵+۲k=۱۰+k \Rightarrow k=-۵$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحهٔ ۱۹)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(الهام شیخ‌ممو)*

ابتدا ضابطهٔ سهمی را ساده‌تر می‌کنیم:

$$y=(2x-a)^2-4x=4x^2-4xa+a^2-4x$$

$$\Rightarrow y=4x^2+(-4a-4)x+a^2$$

طبق فرض، محور تقارن سهمی برابر است با:

$$x_S=-\frac{(\text{ضریب } x)}{2(\text{ضریب } x^2)}=-1\Rightarrow -\frac{-4a-4}{2(4)}=\frac{4a+4}{8}=-1$$

$$\Rightarrow 4a+4=-8\Rightarrow a=-3$$

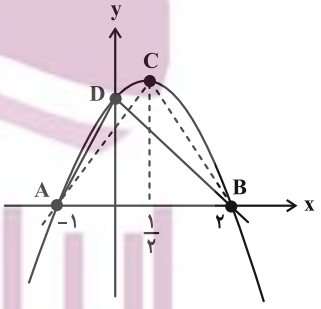
معادلهٔ سهمی: $y=4x^2+8x+9$

عرض رأس سهمی: $y(-1)=4-8+9=5\Rightarrow$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحهٔ ۸۰)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین افشار)*

دو مثلث ABC و DAB در قاعدهٔ AB مشترکند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت ارتفاع‌های نظیر این قاعده می‌شود.



برای یافتن اندازهٔ ارتفاع مذکور در مثلث ABC، باید عرض رأس C را بیابیم:

$$x_C=\frac{-1+2}{2}=\frac{1}{2}$$

$$y=a(x+1)(x-2)\xrightarrow{(0,2)}2=a(0+1)(0-2)\Rightarrow a=-1$$

$$\Rightarrow y=-(x+1)(x-2)\xrightarrow{x_C=\frac{1}{2}}y_C=-(1+\frac{1}{2})(\frac{1}{2}-2)=\frac{9}{4}$$

در مثلث DAB، اندازهٔ ارتفاع مذکور برابر $y_D=2$ است، پس:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DAB}}=\frac{\frac{9}{4}}{2}=\frac{9}{8}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(روح‌اله حسنی)*

چهار عدد صحیح متوالی را به صورت $x-1, x, x+1, x+2$ درنظر می‌گیریم. بنابراین:

$$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=294$$

$$\Rightarrow x^2-2x+1+x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=294$$

$$\Rightarrow 4x^2+4x-288=0\xrightarrow{\div 4}x^2+x-72=0$$

$$\Rightarrow (x+9)(x-8)=0$$

بنابراین $x=8$ یا $x=-9$. اما میانگین این چهار عدد برابر است با:

$$\overline{x}=|\frac{(x-1)+x+(x+1)+(x+2)}{4}|=|\frac{4x+2}{4}|=|x+\frac{1}{2}|$$

$$=\begin{cases}x=8\Rightarrow \overline{x}=|8/5|=8/5\\ x=-9\Rightarrow \overline{x}=|-8/5|=8/5\end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمد موسوی)*

اگر x_1 ریشهٔ مشترک این دو معادله باشد، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases}x_1^2-x_1+m=0\\ x_1^2+3x_1-m=0\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}\underbrace{2x_1^2+2x_1}_{2x_1(x_1+1)}=0\xrightarrow{x_1\neq 0}x_1=-1$$

با جای‌گذاری x_1 در هر کدام از معادله‌ها $m=-2$ به دست می‌آید. پس ریشه‌های هر معادله به صورت زیر به دست می‌آید:

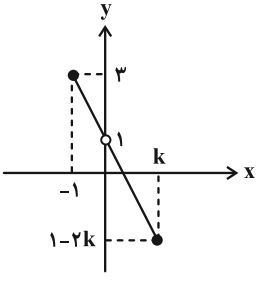
$$\begin{cases}x^2-x-2=0\Rightarrow x_1=-1\ ,\ x_2=2\\ x^2+3x+2=0\Rightarrow x_1=-1\ ,\ x_3=-2\end{cases}$$

همانطور که پیداست، دو ریشهٔ دیگر قرینهٔ یکدیگرند.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(شاهین پروازی)*

نمودار تابع $f(x)$ را در دامنهٔ مدنظر رسم می‌کنیم:



ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

برای آنکه برد تابع شامل چهار عدد صحیح باشد، باید $-۲ < ۱-۲k \leq -۱$ باشد. در نتیجه:

$$-۳ < -۲k \leq -۲ \Rightarrow k \in [۱, \frac{۳}{۲})$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (شاهین پروازی)

برای تعیین علامت عبارت $\frac{ax+b}{x^۲+۱}$ با توجه به همواره مثبت بودن مخرج داریم:

$$\frac{ax+b}{x^۲+۱} \geq ۰ \Rightarrow ax+b \geq ۰ \Rightarrow ax \geq -b$$

$$\xrightarrow[a<۰]{x \in (-\infty, ۱]} x \leq -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = ۱ \Rightarrow b = -a$$

$$\frac{bx+a}{x^۲-۱} \geq ۰ \xrightarrow{b=-a} \frac{-ax+a}{x^۲-۱} \geq ۰ \Rightarrow \frac{-a(x-۱)}{(x-۱)(x+۱)} \geq ۰$$

$$\xrightarrow{x \neq ۱} \frac{-a}{x+۱} \geq ۰ \xrightarrow{-a>۰} x+۱ > ۰ \Rightarrow x > -۱$$

$$\Rightarrow x \in (-۱, +\infty) - \{۱\}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (علیرضا مسکر)

در دو طرف $x = ۲$ علامت عبارت عوض نشده است، بنابراین $x = ۲$ ریشهٔ عامل $(۳x-۲m)^۲$ است. بنابراین:

$$۶ - ۲m = ۰ \Rightarrow m = ۳$$

همچنین $x = -۳$ ریشهٔ عامل $(۱-\frac{n}{۲})x + k + ۵$ است و از آنجا که در بازهٔ $(-\infty, -۳)$ علامت y منفی است، بنابراین $۱-\frac{n}{۲}$ باید مثبت باشد؛ پس:

$$۱ - \frac{n}{۲} > ۰ \Rightarrow n < ۲ \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = ۱$$

$$\xrightarrow{x=-۳} \frac{۱}{۲}(-۳) + k + ۵ = ۰ \Rightarrow k = -\frac{۷}{۲}$$

$$\Rightarrow m^۲ - n + ۲k = (۳)^۲ - ۱ + ۲(-\frac{۷}{۲}) = ۱$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (علی ناری‌ابیانه)

نکته: برای تبدیل نامعادلهٔ $\alpha < x < \beta$ به نامعادلهٔ قدرمطلقی، باید از طرفین نامعادله عدد $\frac{\alpha+\beta}{۲}$ را کم کرد.

همچنین برای تبدیل نامعادلهٔ $x < \alpha$ و $x > \beta$ به نامعادلهٔ قدرمطلقی نیز باید از طرفین نامعادله عدد $\frac{\alpha+\beta}{۲}$ را کم کرد.

$$\begin{cases} x < ۴ \\ x > ۱۲ \end{cases} \xrightarrow{\frac{۴+۱۲}{۲}=۸} \begin{cases} x-۸ < -۴ \\ x-۸ > ۴ \end{cases} \Rightarrow |x-۸| > ۴$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۹۳)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** (علی ناری‌ابیانه)

رابطهٔ فیثاغورس را در این مثلث می‌نویسیم:

$$x^۲ + (۲x+۱۰)^۲ = ۲۵^۲ \Rightarrow x^۲ + ۴x^۲ + ۴۰x + ۱۰۰ = ۶۲۵$$

$$\Rightarrow ۵x^۲ + ۴۰x - ۵۲۵ = ۰ \xrightarrow{÷۵} x^۲ + ۸x - ۱۰۵ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۷)(x+۱۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۷ \\ x = -۱۵ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

مساحت این مثلث برابر می‌شود با: $S = \frac{۷ \times ۲۴}{۲} = ۷ \times ۱۲ = ۸۴$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** (محمد زنگنه)

برای آنکه سهمی و خط یکدیگر را قطع نکنند، لازم است معادلهٔ تلاقی آن‌ها فاقد ریشه باشد:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow ۳x^۲ - ۷x + ۴ = mx$$

$$۳x^۲ - (m+۷)x + ۴ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow (m+۷)^۲ - ۴(۳)(۴) < ۰$$

$$\Rightarrow m^۲ + ۱۴m + ۴۹ - ۴۸ < ۰ \Rightarrow m^۲ + ۱۴m + ۱ < ۰$$

$$\Rightarrow m \in (-۷ - ۴\sqrt{۳}, -۷ + ۴\sqrt{۳})$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} \alpha = -۷ - ۴\sqrt{۳} \quad , \quad \beta = -۷ + ۴\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -۱۴$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

حسابان ۱

۲۱- **گزینهٔ «۳»** (امیدرضا ذاکرزاده)

$\frac{۴-m^۲}{m-۴}$ باید مثبت و مخالف یک باشد. پس داریم:

m		-۲		۲		۴	
$\frac{۴-m^۲}{m-۴}$	$+$	۰	$-$	۰	$+$	∄	$-$

$$\Rightarrow \begin{cases} m<-۲ & \text{غ ق ق} \\ ۲<m<۴ \xrightarrow{m\in\mathbb{N}} m=۳ \end{cases}$$

$$m=۳ \Rightarrow f(x)=۵^x \Rightarrow f^{-۱}(x)=\log_۵^x$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۵ و ۸۱)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

$$۴^x-(m+۱)۲^x+m=۰ \Rightarrow (۲^x-۱)(۲^x-m)=۰$$

معادلهٔ $۲^x-۱=۰$ دارای ریشهٔ $x=۰$ است. لذا طبق فرض، معادلهٔ $۲^x-m=۰$ فقط می‌تواند ریشهٔ $x=۰$ را داشته باشد، در غیر این صورت نباید ریشه داشته باشد. پس $m=۱$ قابل قبول است و در بقیهٔ حالات داریم:

$$۲^x-m\neq ۰ \Rightarrow ۲^x\neq m \Rightarrow m\leq ۰ \xrightarrow{m^۲\leq ۱۶} -۴\leq m\leq ۰$$

بنابراین ۶ مقدار صحیح $۱,۰,-۱,-۲,-۳,-۴$ برای m یافت می‌شود.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** (روح‌اله حسنی)

$$۲^b=۱۰ \Rightarrow b=\log_۲^{۱۰}=\frac{۱}{\log ۲} \Rightarrow \log ۲=\frac{۱}{b}$$

$$\Rightarrow \log ۵=۱-\log ۲=۱-\frac{۱}{b} \qquad (۱)$$

$$۵^a=۱/۶=\frac{۸}{۵} \Rightarrow a=\log_۵^{\frac{۸}{۵}}=\log_۵^۸-\log_۵^۵$$

$$=\frac{\log ۸}{\log ۵}-۱=\frac{۳\log ۲}{\log ۵}-۱ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} a=\frac{۳(\frac{۱}{b})}{۱-\frac{۱}{b}}-۱ \Rightarrow a+۱=\frac{\frac{۳}{b}}{\frac{b-۱}{b}}$$

$$\Rightarrow (a+۱)(b-۱)=۳ \Rightarrow ab-a+b-۱=۳$$

$$\Rightarrow ab-a+b=۴$$

$$\log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{\sqrt[۳]{ab-a+b}}=\log_{\sqrt{۲}} \frac{۱}{\sqrt[۳]{۴}}=\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}} ۲^{-\frac{۲}{۳}}$$

$$=\frac{-\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۲}}\log_۲^۲=-\frac{۴}{۳}\times ۱=-\frac{۴}{۳}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** (روح‌اله حسنی)

جرم باکتری بعد از ۳۰ روز ۱۲۰ درصد ((۱/۲) برابر) می‌شود. پس:

جرم باکتری بعد از ۳۰ روز اول برابر است با: $t_۱=۱۴\times(۱/۲)^۱$

جرم باکتری بعد از ۳۰ روز دوم برابر است با:

$$t_۲=t_۱\times(۱/۲)=۱۴\times(۱/۲)^۲$$

$$\vdots$$

جرم باکتری بعد از ۳۰ روز nاُم برابر است با: $t_n=۱۴\times(۱/۲)^n$

بنابراین: $t_n=۴۲ \Rightarrow ۱۴\times(۱/۲)^n=۴۲ \Rightarrow (۱/۲)^n=۳$

$$\Rightarrow \log(۱/۲)^n=\log ۳ \Rightarrow n=\frac{\log ۳}{\log\frac{۱۲}{۱۰}}=\frac{\log ۳}{\log ۱۲-۱}$$

$$=\frac{\log ۳}{۲\log ۲+\log ۳-۱}=\frac{۰/۴۸}{۰/۶+۰/۴۸-۱}=\frac{۰/۴۸}{۰/۰۸}=۶$$

بنابراین بعد از $۶\times ۳۰=۱۸۰$ روز جرم باکتری ۴۲ گرم خواهد شد.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** (روح‌اله حسنی)

چون تابع محور yها را در عرض $(-\frac{۲}{۳})$ قطع می‌کند، پس $f(۰)=-\frac{۲}{۳}$، همچنین $(-۱,۱)$ روی نمودار تابع قرار دارد. پس $f(-۱)=۱$. بنابراین:

$$\begin{cases} -\frac{۲}{۳}=f(۰)=(a+b)(\frac{a}{b})^{۰+۱}-۲a \\ \Rightarrow \frac{a(a+b)}{b}-۲a=-\frac{۲}{۳} \qquad (۱) \\ ۱=f(-۱)=(a+b)(\frac{a}{b})^{-۱+۱}-۲a \\ =a+b-۲a=b-a \Rightarrow b=a+۱ \qquad (۲) \end{cases}$$

از (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{a(a+a+۱)}{a+۱}-۲a=-\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۲a^۲+a}{a+۱}-۲a=-\frac{۲}{۳}$$

$$\xrightarrow{\times ۳(a+۱)} ۶a^۲+۳a-۶a^۲-۶a=-۲a-۲$$

$$\Rightarrow -۳a=-۲a-۲ \Rightarrow a=۲$$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

بنابراین: $b = a+1 = 2+1 = 3$

پس: $f(x) = (2+3)(\frac{2}{3})^{x+1} - 2(2) = 5(\frac{2}{3})^{x+1} - 4$

از طرفی چون $f(c) = \frac{7}{2}$ است، بنابراین:

$5(\frac{2}{3})^{c+1} - 4 = \frac{7}{2}$

پس: $5(\frac{2}{3})^{c+1} = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2} \Rightarrow (\frac{2}{3})^{c+1} = \frac{3}{2} = (\frac{2}{3})^{-1}$

$\Rightarrow c+1 = -1 \Rightarrow c = -2$

بنابراین: $a - b + 2c = 2 - 3 - 4 = -5$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(شاهین پروازی)*

$(\log ax)(\log x) = 3 \Rightarrow (\log a + \log x)(\log x) = 3$

$\xrightarrow{\log x = T} T^2 + (\log a)T - 3 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \begin{cases} T_1 = \log x_1 \\ T_2 = \log x_2 \end{cases}$

جمع ریشه‌ها: $S = T_1 + T_2 = \frac{-\log a}{1} \Rightarrow \log(x_1 x_2) = -\log a$

$\Rightarrow x_1 x_2 = \frac{1}{a} \xrightarrow[x_1 x_2 = 4a]{\text{با توجه به فرض مسئله}} 4a = \frac{1}{a} \xrightarrow{a>0} a = \frac{1}{2}$

در نتیجه: $\log_2 a = \log_2 \frac{1}{2} = -1$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(طاهر دارستانی)*

(۱) $x > 1$ یا $x < 0 \Rightarrow x^2 - x > 0 \Rightarrow$ دامنهٔ عبارت لگاریتم

دامنهٔ رادیکال $\Rightarrow \log_{\frac{1}{7}}^{(x^2-x)} - 1 \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{7}}^{x^2-x} \geq 1$

$\Rightarrow x^2 - x \leq \frac{1}{7} \Rightarrow 7x^2 - 7x - 1 \leq 0$

$\Rightarrow \frac{7-\sqrt{77}}{14} \leq x \leq \frac{7+\sqrt{77}}{14}$ (۲)

$\xrightarrow{(1)\cap(2)} D_f = [\frac{7-\sqrt{77}}{14}, 0) \cup (1, \frac{7+\sqrt{77}}{14}] \Rightarrow m+n = 1$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(علی جهانپور)*

$4^x = (2^2)^x = (2^x)^2$

$2^{x+2} = 2^x \times 2^2 = 2^x \times 4$

با استفاده از تغییر متغیر $2^x = t$ معادله را به معادلهٔ درجهٔ ۲ تبدیل می‌کنیم:

$t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-3) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow 2^{x_1} = 1 \Rightarrow x_1 = 0 \\ t = 3 \Rightarrow 2^{x_2} = 3 \Rightarrow x_2 = \log_2^3 \end{cases}$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = \log_2^3$

پس مجموع ریشه‌های معادلهٔ اصلی $\log_2^3$ می‌باشد.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحهٔ ۸۱)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا مسکر)*

می‌دانیم: $\log_{224}^4 = \log_{224}^{2^2} = 2\log_{224}^2$

بنابراین: $A = \frac{\log_2^{112}}{\log_{28}^2} - \frac{\log_2^{14}}{\log_{224}^2}$

همچنین با توجه به آنکه $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$، داریم:

$A = \log_2^{112} \times \log_2^{28} - \log_2^{14} \times \log_2^{224}$

$\Rightarrow A = \log_2^{(14\times8)} \times \log_2^{(14\times2)} - \log_2^{14} \times \log_2^{(14\times16)}$

$\Rightarrow A = (\log_2^{14} + \underbrace{\log_2^8}_{3}) \times (\log_2^{14} + \underbrace{\log_2^2}_{1})$

$- \log_2^{14} \times (\log_2^{14} + \underbrace{\log_2^{16}}_{4})$

$\Rightarrow A = (\log_2^{14})^2 + 4\log_2^{14} + 3 - (\log_2^{14})^2 - 4\log_2^{14} \Rightarrow A = 3$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(علی ناری‌ایانه)*

$45^{2x} = 81^y \Rightarrow (3^2 \times 5)^{2x} = (3^4)^y \Rightarrow 3^{4x} \times 5^{2x} = 3^{4y}$

$\Rightarrow 3^{4x-4y} = 5^{-2x} \Rightarrow 3^{2x-2y} = 5^{-x}$

دو طرف تساوی اخیر را به توان $\frac{1}{2x-2y}$ می‌رسانیم:

$3 = 5^{\frac{-x}{2x-2y}} \xrightarrow{\text{توان } 2} 9 = 5^{\frac{-x}{x-y}} \Rightarrow 5^{\frac{x}{y-x}} = 9$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحهٔ ۷۷)

هندسه ۳

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(داریوش عابد)*

در ماتریس مربعی A، اگر $A^۲ = kA$ و $(k \in \mathbb{R})$، آن‌گاه داریم:

$$A^n = \underbrace{A^۲}_{kA} \times A^{n-۲} = kA^{n-۱} = k \times \underbrace{A^۲}_{kA} \times A^{n-۳}$$

$$= k^۲A^{n-۲} = ... = k^{n-۱}A$$

در گزینه‌های ۲ تا ۴، $A^۲ = ۳A$ بوده و لذا $A^۵ = ۳^۴ A = ۸۱A$ می‌باشد:

۲) $$A^۲ = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix} = ۳\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ \end{bmatrix} = ۳A$$

۳) $$A^۲ = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & ۰ \\ ۰ & ۹ \end{bmatrix} = ۳\begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} = ۳A$$

۴) $$A^۲ = \begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۹ \\ ۰ & ۹ \end{bmatrix} = ۳\begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} = ۳A$$

ولی در گزینهٔ ۱ داریم:

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ ۳ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ ۳ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۸ & ۱۸ \\ ۱۸ & ۱۸ \end{bmatrix} = ۶\begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ ۳ & ۳ \end{bmatrix} = ۶A$$

$$\Rightarrow A^۵ = ۶^۴ A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

(برگرفته از تمرین ۵ صفحهٔ ۲۰ کتاب درسی)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

نخست ماتریس‌های AB و BA را محاسبه می‌کنیم و برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} AB = \begin{bmatrix} x & y \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴x+۳y & ۳x+۴y \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix} \\ BA = \begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴x+۶ & ۴y-۳ \\ ۳x+۸ & ۳y-۴ \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[A,B \text{ تعویض‌پذیر}]{AB=BA} \begin{cases} ۳x+۸ = ۵ \Rightarrow x = -۱ \\ ۳y-۴ = ۲ \Rightarrow y = ۲ \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\begin{bmatrix} ۲ & x & y \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} -y \\ ۳ \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$= (-۴) + (-۳) + (-۲) = -۹$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

(مشابه سوال ۵ امتحان نهایی دی ۹۷)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(سوکند روشنی)*

دو ماتریس A و I تعویض‌پذیر هستند، پس اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است. اگر طرفین رابطهٔ فرض سوال را به توان ۲ برسانیم، آنگاه داریم:

$$A^۲ = ۴A - ۳I \xrightarrow{\text{توان ۲}} A^۴ = ۱۶A^۲ - ۲۴A + ۹I$$

$$\Rightarrow A^۴ = ۱۶(۴A - ۳I) - ۲۴A + ۹I$$

$$\Rightarrow A^۴ = ۶۴A - ۴۸I - ۲۴A + ۹I \Rightarrow A^۴ = ۴۰A - ۳۹I$$

حالا برای این‌که ماتریس $A^۵$ را بسازیم، طرفین تساوی به دست آمده را در ماتریس A ضرب می‌کنیم:

$$A^۵ = ۴۰A^۲ - ۳۹A = ۴۰(۴A - ۳I) - ۳۹A$$

$$\Rightarrow A^۵ = ۱۶۰A - ۱۲۰I - ۳۹A = ۱۲۱A - ۱۲۰I \quad (*)$$

با توجه به فرض $A^۵ = mA + nI$ و مقایسهٔ آن با تساوی (*) داریم:

$$\begin{cases} m = ۱۲۱ \\ n = -۱۲۰ \end{cases} \Rightarrow m + n = ۱$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

ایران توشه — توشه‌ات برای موفقیت

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(درنا کربلایی)*

در عبارت مورد نظر سوال از سمت چپ از ماتریس A و از سمت راست از ماتریس B فاکتور می‌گیریم:

$$A\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ ۴ & -۱\end{bmatrix}B+۳A\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ -\frac{۴}{۳} & \frac{۵}{۳}\end{bmatrix}B$$

$$=A(\begin{bmatrix}-۲ & ۳\\ ۴ & -۱\end{bmatrix}+۳\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ -\frac{۴}{۳} & \frac{۵}{۳}\end{bmatrix})B=A\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۰ & ۴\end{bmatrix}B$$

$$=A(۴I)B=۴AB=۴\begin{bmatrix}-۱ & -۲\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۴ & -۸\\ ۴ & ۸\end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس حاصل برابر است با: $-۴+۸=۴$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

فرض کنید $B=\begin{bmatrix}۰ & -۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}$، داریم:

$$B^۲=B\times B=\begin{bmatrix}۰ & -۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰ & -۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ ۰ & -۱\end{bmatrix}=-I$$

$$\Rightarrow\begin{cases}B^۳=B^۲\times B=(-I)\times B=-B\\ B^۴=(B^۲)^۲=(-I)^۲=I\end{cases}$$

پس می‌توان گفت برای هر $k\in\mathbb{N}$ داریم:

$$B^n=\begin{cases}B & ,\ n=۴k+۱\\ -I & ,\ n=۴k+۲\\ -B & ,\ n=۴k+۳\\ I & ,\ n=۴k+۴\end{cases}$$

$$\Rightarrow B^{۴k+۱}+B^{۴k+۲}+B^{۴k+۳}+B^{۴k+۴}$$

$$=B+(-I)+(-B)+I=\bar{O}$$

از طرفی برای هر $n\in\mathbb{N}$ داریم $A_n=BA_{n-۱}$، پس:

$$A_۲=BA_۱\Rightarrow A_۳=BA_۲=B(BA_۱)=B^۲A_۱\ ,\ ...$$

$$\Rightarrow A_{۱۴۰۵}=B^{۱۴۰۴}A_۱$$

$$\Rightarrow S=A_۱+A_۲+A_۳+....+A_{۱۴۰۵}$$

$$=A_۱+BA_۱+B^۲A_۱+...+B^{۱۴۰۴}A_۱$$

$$=A_۱(I+(B+B^۲+B^۳+B^۴)+(B^۵+B^۶+B^۷+B^۸)+...$$

$$+(B^{۱۴۰۱}+B^{۱۴۰۲}+B^{۱۴۰۳}+B^{۱۴۰۴}))$$

$$=A_۱(I+\bar{O}+\bar{O}+...+\bar{O})=A_۱=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس S برابر است با: $۱+۲+(-۱)+۳=۵$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ماتریس مربعی A وارون‌پذیر نیست هرگاه $|A|=۰$ باشد، بنابراین داریم:

$$|A|=۰\Rightarrow ۲a(a-۱)-(۱-a)(a^۲+۱)=۰$$

$$\Rightarrow ۲a(a-۱)+(a-۱)(a^۲+۱)=۰$$

$$\Rightarrow (a-۱)(۲a+a^۲+۱)=۰\Rightarrow (a-۱)(a+۱)^۲=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a-۱=۰\Rightarrow a=۱\\ (a+۱)^۲=۰\Rightarrow a=-۱\end{cases}$$

پس به ازای دو مقدار حقیقی a، ماتریس A وارون‌پذیر نیست.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(مشابه سوال ۸ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

تساوی فرض سوال را در ماتریس A ضرب می‌کنیم:

$$A+A^{-۱}=\bar{O}\Rightarrow A^۲+I=\bar{O}\Rightarrow A^۲=-I$$

بنابراین ماتریس‌های به فرم $A^{۲k}$، به ازای kهای فرد برابر $-I$ و به ازای kهای زوج برابر I می‌شوند و چون ماتریس همانی (I) نوعی ماتریس اسکالر محسوب می‌شود، این ماتریس‌ها اسکالر هستند. در بین گزینه‌ها، تنها ماتریس $A^{۱۴۰۴}$ به فرم $A^{۲k}$ می‌باشد.

توجه: ماتریس‌های $A^{۱۴۰۵}$ و $A^{۱۴۰۹}$ برابر A و ماتریس $A^{۱۴۰۷}$ برابر $-A$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

برای اینکه ماتریس A وارون‌پذیر باشد، باید $|A| \neq ۰$ باشد، پس:

$$a \times b - ۳ \times ۱ \neq ۰ \Rightarrow ab \neq ۳$$

طرفین معادلهٔ $A^{-۱} = A - ۳I$ را در ماتریس A ضرب می‌کنیم:

$$AA^{-۱} = A(A-۳I) \Rightarrow I = A^۲ - ۳A$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a & ۱ \\ ۳ & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & ۱ \\ ۳ & b \end{bmatrix} - ۳\begin{bmatrix} a & ۱ \\ ۳ & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a^۲ - ۳a + ۳ & a + b - ۳ \\ ۳a + ۳b - ۹ & b^۲ - ۳b + ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

حالا با برابر قرار دادن درایه‌های متناظر دو ماتریس، خواستهٔ سوال را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a^۲ - ۳a + ۳ = ۱ \Rightarrow a^۲ - ۳a + ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ a = ۲ \end{cases} \\ a + b - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \Rightarrow b = ۲ \\ a = ۲ \Rightarrow b = ۱ \end{cases} \Rightarrow a^۲ + b^۲ = ۵ \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** (علی پسندیده)

ابتدا ماتریس $A + ۲I$ را به دست می‌آوریم:

$$(A+۲I)^{-۱} = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + ۲I = \frac{۱}{-۱+۲}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}$$

حالا ماتریس A را محاسبه کرده و سپس خواستهٔ سوال را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} - ۲I = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ ۲ & -۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۲A - ۳I = \begin{bmatrix} -۲ & -۲ \\ ۴ & -۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۵ & -۲ \\ ۴ & -۹ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (۲A-۳I)^{-۱} = \frac{۱}{۴۵+۸}\begin{bmatrix} -۹ & ۲ \\ -۴ & -۵ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = \frac{۱}{۵۳}(-۹-۵) = -\frac{۱۴}{۵۳}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله حسنی)

طبق فرض مسئله داریم:

$$A^۳ + ۲A^۲ - A = ۳I \Rightarrow A(A^۲ + ۲A - I) = ۳I$$

$$\xrightarrow{\times \frac{۱}{۳}} \frac{۱}{۳}A(A^۲ + ۲A - I) = I$$

بنابراین وارون ماتریس $A^۲ + ۲A - I$ برابر $\frac{۱}{۳}A$ است؛ پس $C = \frac{۱}{۳}A$.

$$A^۳ + ۲A^۲ - A = ۳I \Rightarrow A^۳ + ۲A^۲ - A - ۲I = I$$

$$\Rightarrow A^۲(A+۲I) - I(A+۲I) = I$$

$$\Rightarrow (A^۲ - I)(A+۲I) = I$$

بنابراین وارون ماتریس $A^۲ - I$ برابر $A + ۲I$ است؛ پس $B = A + ۲I$.

در نتیجه خواستهٔ سوال برابر است با:

$$B - ۳C = A + ۲I - ۳(\frac{۱}{۳}A) = A + ۲I - A = ۲I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

می‌دانیم دو n ضلعی منتظم همواره متشابه‌اند، پس این پنج ضلعی‌ها متشابه می‌باشند. اگر نسبت تشابه این پنج‌ضلعی‌ها برابر k باشد، آنگاه نسبت محیط آن‌ها برابر k و نسبت مساحت آن‌ها برابر k^2 است، بنابراین داریم:

$$\frac{S'}{S}=(\frac{P'}{P})^2 \Rightarrow \frac{S'}{S}=(1/5)^2=\frac{9}{4} \Rightarrow S'=\frac{9}{4}S$$

اختلاف مساحت این پنج‌ضلعی‌ها برابر ۶۰ است، در نتیجه:

$$S'-S=60 \Rightarrow \frac{9}{4}S-S=60 \Rightarrow \frac{5}{4}S=60 \Rightarrow S=48$$

$$\Rightarrow S'=S+60=48+60=108$$

بنابراین مجموع مساحت‌ها برابر است با: $S+S'=48+108=156$

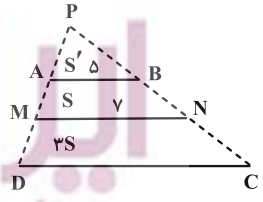
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

فرض می‌کنیم امتداد ساق‌های ذوزنقه در P متقاطع‌اند، در نتیجه داریم:

$$\overset{\Delta}{PAB} \sim \overset{\Delta}{PMN} \Rightarrow \frac{S'}{S+S'}=(\frac{5}{7})^2=\frac{25}{49}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{S'}{S}=\frac{25}{24} \Rightarrow S'=\frac{25}{24}S$$



همچنین داریم: $\overset{\Delta}{PMN} \sim \overset{\Delta}{PDC} \Rightarrow \frac{S+S'}{4S+S'}=(\frac{7}{DC})^2$

$$\Rightarrow \frac{S+\frac{25}{24}S}{4S+\frac{25}{24}S}=(\frac{7}{DC})^2 \Rightarrow \frac{49}{121}=(\frac{7}{DC})^2 \Rightarrow DC=11$$

توجه: طبق فرض سوال، مساحت ذوزنقهٔ $MABN$، $\frac{1}{4}$ مساحت ذوزنقهٔ اصلی است.

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۴۳- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

دو مثلث ABC و DMC متشابه‌اند. زیرا داریم:

$$\left.\begin{matrix}A\hat{B}C=D\hat{M}C\\ \hat{C}=\hat{C}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{(zz)} \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{DMC}$$

با فرض $AM=MC=x$، نسبت اضلاع متناظر را برای دو مثلث می‌نویسیم.

$$\frac{AC}{CD}=\frac{BC}{MC} \Rightarrow \frac{2x}{4}=\frac{12}{x} \Rightarrow x^2=24 \Rightarrow x=2\sqrt{6}$$

BM میانهٔ نظیر ضلع AC در مثلث ABC و MN میانهٔ نظیر ضلع CD در مثلث DMC است. می‌دانیم نسبت میانه‌های متناظر در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه دو مثلث (نسبت اضلاع متناظر) است، پس داریم:

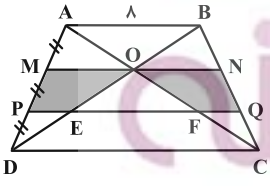
$$\frac{BM}{MN}=\frac{AC}{DC} \Rightarrow \frac{BM}{MN}=\frac{4\sqrt{6}}{4}=\sqrt{6}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(اسحاق اسفندیار)*

تعمیم قضیهٔ تالس را در مثلث DAB می‌نویسیم:

$$\begin{cases}PE \parallel AB \Rightarrow \frac{PE}{AB}=\frac{DP}{DA} \Rightarrow \frac{PE}{8}=\frac{1}{3} \Rightarrow PE=\frac{8}{3}\\ MO \parallel AB \Rightarrow \frac{MO}{AB}=\frac{DM}{DA} \Rightarrow \frac{MO}{8}=\frac{2}{3} \Rightarrow MO=\frac{16}{3}\end{cases}$$



حال اگر تعمیم قضیهٔ تالس را در مثلث ADC بنویسیم، طول قاعدهٔ بزرگ ذوزنقهٔ اصلی به دست می‌آید:

$$MO \parallel DC \Rightarrow \frac{MO}{DC}=\frac{AM}{AD} \Rightarrow DC=3\times\frac{16}{3}=16$$

از طرفی اگر ارتفاع ذوزنقه (وارد بر قاعده‌ها) را h درنظر بگیریم، آنگاه ارتفاع هر یک از ذوزنقه‌های رنگی برابر $\frac{h}{3}$ می‌شود. از طرفی می‌توان نشان داد که $OM=ON$ و $PE=FQ$ و لذا دو ذوزنقهٔ رنگی، مساحت یکسانی خواهند داشت و داریم:

ایران توشه تشنه‌ای برای موفقیت

$$\begin{cases} S_{PEOM}+S_{ONQF}=2S_{PEOM}=2[\frac{1}{2}(\frac{8}{3}+\frac{16}{3})\times\frac{h}{3}]=\frac{8h}{3} \\ S_{ABCD}=(8+16)\times\frac{1}{2}\times h=12h \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{رنگی}}}{S_{\text{ذوزنقه}}}=\frac{\frac{8h}{3}}{12h}=\frac{2}{9}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق فرض با سه برابر کردن تعداد اضلاع این n ضلعی، تعداد قطرهای آن پانزده برابر می‌شود، پس:

$$\frac{3n(3n-3)}{2}=15\times\frac{n(n-3)}{2}\Rightarrow 3n-3=5(n-3)$$

$$\Rightarrow 3n-3=5n-15\Rightarrow n=6$$

بنابراین کافی است اختلاف تعداد قطرهای ۶ ضلعی و ۱۲ ضلعی را محاسبه کنیم.

$$\frac{12\times9}{2}-\frac{6\times3}{2}=54-9=45$$

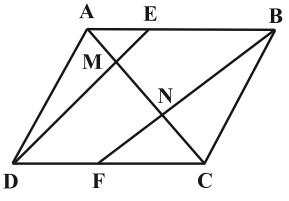
(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۴۶- **گزینهٔ «۱»** (نرگس کارگر)

مطابق فرض $\frac{EB}{AB}=\frac{3}{4}$ و $\frac{FC}{DF}=\frac{3}{2}$ است، پس داریم:

$$\frac{AE}{AB}=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}\xrightarrow{AB=CD}\frac{AE}{CD}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{FC}{DF}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{FC}{CD}=\frac{3}{5}\xrightarrow{CD=AB}\frac{FC}{AB}=\frac{3}{5}$$



با توجه به اینکه اضلاع مقابل متوازی‌الاضلاع موازی یکدیگرند، داریم:

$$AE\parallel CD\Rightarrow \overset{\Delta}{AME}\sim\overset{\Delta}{CMD}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MC}=\frac{AE}{CD}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{AM}{AC}=\frac{1}{5}$$

$$AB\parallel FC\Rightarrow \overset{\Delta}{CNF}\sim\overset{\Delta}{ANB}$$

$$\Rightarrow \frac{CN}{AN}=\frac{FC}{AB}=\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{CN}{AC}=\frac{3}{8}$$

$$\frac{MN}{AC}=\frac{AC-(AM+CN)}{AC}=1-(\frac{AM}{AC}+\frac{CN}{AC})$$

$$=1-(\frac{1}{5}+\frac{3}{8})=1-(\frac{8}{40}+\frac{15}{40})=1-\frac{23}{40}=\frac{17}{40}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** (شبنم غلامی)

از فرض مسئله درمی‌یابیم که $\hat{B}=30^\circ$ و $\hat{C}=15^\circ$ است. ابتدا از نقطهٔ C، عمود CH را بر امتداد BA رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویهٔ BHC، $B\hat{C}H=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ است. بنابراین داریم:

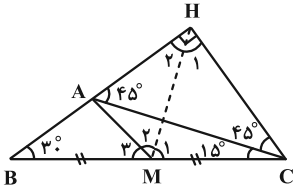
$$A\hat{C}H=60^\circ-15^\circ=45^\circ\xrightarrow{\overset{\Delta}{AHC}}C\hat{A}H=90^\circ-45^\circ=45^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{AHC}\text{ متساوی‌الساقین است}\Rightarrow AH=HC \quad (1)$$

از طرفی در مثلث BHC، HM میانهٔ وارد بر وتر است، پس $HM=CM=\frac{BC}{2}$ و در نتیجه:

$$\hat{H}_1=B\hat{C}H=60^\circ\xrightarrow{\overset{\Delta}{MHC}}\hat{M}_1=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{MHC}\text{ متساوی‌الاضلاع است}\Rightarrow MH=HC \quad (2)$$



همچنین $\hat{H}_2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$، پس داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} AH = MH$$

$$\xrightarrow{\overset{\Delta}{AMH}} \hat{M}_2 = M\hat{A}H = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

بنابراین مقدار x برابر است با:

$$x = \hat{M}_3 = 180^\circ - (\hat{M}_1 + \hat{M}_2) = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۰)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

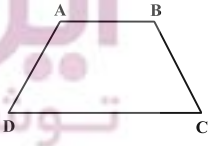
بررسی گزینه‌ها:

۱) عکس این قضیه درست است، یعنی اگر در یک ذوزنقه قطرها هم‌اندازه یکدیگر باشند، آن ذوزنقه متساوی‌الساقین است.

۲) عکس این قضیه درست است. یعنی اگر در یک ذوزنقه زاویه‌های مجاور به هر قاعده هم‌اندازه باشند، آن ذوزنقه متساوی‌الساقین است.

۳) عکس این قضیه درست است. اگر در یک ذوزنقه زاویه‌های مقابل مکمل هم باشند، آنگاه داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{طبق فرض}: \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \text{تعریف ذوزنقه}: \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}$$

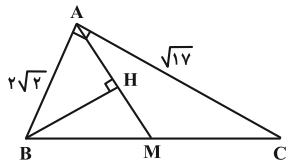


یعنی زوایای مجاور به یک قاعده هم‌اندازه‌اند و در نتیجه ذوزنقه متساوی‌الساقین است.

۴) عکس این قضیه درست نیست، یعنی اگر زاویه‌های مجاور به هر ساق مکمل یکدیگر باشند، ذوزنقه لزوماً متساوی‌الساقین نیست، زیرا این رابطه در هر ذوزنقهٔ دلخواه برقرار است.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** (نرگس کارگر)



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$BC^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{17})^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

$$S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{17}}{2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{34}}{2} = \frac{1}{2} \times BH \times \underbrace{AM}_{\frac{1}{2}BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{34}}{2} = \frac{5}{4}BH \Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{34}}{5}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۰)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

مطابق شکل از رأس A، عمود AH را بر قطر BD رسم می‌کنیم. طبق فرض $A\hat{D}B = 75^\circ$، پس $A\hat{B}D = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$. از طرفی می‌دانیم اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازهٔ یکی از زوایای حاده 15° باشد، آنگاه در این مثلث، اندازهٔ ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ اندازهٔ وتر است.

پس $AH = \frac{1}{4} \times 8 = 2$ و در نتیجه طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD داریم:

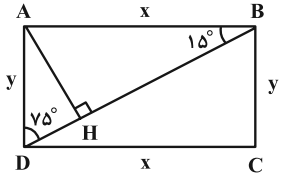
$$AH \times BD = AB \times AD \Rightarrow 2 \times 8 = xy \Rightarrow xy = 16$$

$$AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 8^2 = 64$$

حال کافی است مربع مقدار $x + y$ را محاسبه کنیم:

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 64 + 2 \times 16 = 96$$

$$\Rightarrow x + y = 4\sqrt{6}$$



(هندسه ۱- چندضلعی‌ها: صفحهٔ ۶۴)

هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ملازینل)*

تنها گزارهٔ (پ) نادرست می‌باشد.

بررسی گزاره‌ها:

الف) طبق متن کتاب درسی، این عبارت درست می‌باشد.

ب) طبق متن کتاب درسی، این عبارت درست می‌باشد.

پ) این عبارت لزوماً درست نمی‌باشد. برای مثال انتقال با برداری ناصفر، تبدیلی طولپا بوده که موقعیت و جایگاه شکل را تغییر می‌دهد.

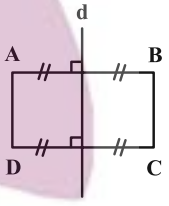
ت) از آنجا که در تبدیلات طولپا اندازهٔ اضلاع و زاویه‌ها ثابت می‌مانند، تبدیل یافتهٔ اشکال با شکل‌های اولیه هم‌نهشت بوده و در نتیجه این عبارت درست می‌باشد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

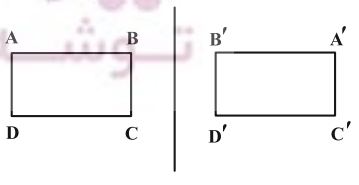
بررسی گزینه‌ها:

۱) مطابق شکل زیر اگر چهارضلعی ABCD مربع یا مستطیل بوده و محور بازتاب، عمودمنصف دو ضلع مقابل آن باشد، موقعیت شکل عوض نمی‌شود.



۲) تحت بازتاب نسبت به یک خط، جهت شکل عوض می‌شود، پس این گزینه درست است.

۳) اگر چهارضلعی ABCD مربع یا مستطیلی باشد که یکی از اضلاع آن با خط d موازی است، آنگاه تحت این بازتاب، شیب هیچ کدام از اضلاع مربع یا مستطیل تغییر نمی‌کند. پس این گزینه درست است.



۴) بازتاب تبدیلی طولپا است، پس تحت بازتاب اندازهٔ اضلاع تغییر نمی‌کند. همچنین هر تبدیل طولپا اندازهٔ زاویه‌ها را حفظ می‌کند، پس اندازهٔ زوایای چهارضلعی ABCD تحت این بازتاب تغییری نمی‌کند و در نتیجه یک شکل همنهشت و متشابه با شکل اولیه حاصل می‌شود. بنابراین گزینهٔ «۴» نادرست است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

محور بازتاب عمودمنصف پاره‌خط AB است و هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط AB نقطهٔ ثابت این تبدیل است:

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{شیب عمودمنصف} = 2 \quad (*)$$

حالا مختصات نقطهٔ وسط پاره‌خط AB را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x : \frac{2-2}{2} = 0 \\ y : \frac{1-1}{2} = 0 \end{cases}$$

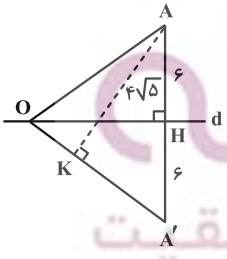
حالا با توجه به (*) و اینکه نقطهٔ (۰,۰) روی محور بازتاب قرار دارد، معادلهٔ آن به صورت $y = 2x$ درآمده و از میان نقاط گزینه‌ها، نقطهٔ (۱,۲) روی آن قرار دارد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مطابق شکل فرض کنید $OH = x$ باشد. در این صورت طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ OAH داریم:

$$OA^2 = OH^2 + AH^2 = x^2 + 36 \Rightarrow OA = OA' = \sqrt{x^2 + 36}$$



در مثلث OAA'، OH ارتفاع وارد بر ضلع AA' و AK ارتفاع وارد بر ضلع OA' است، بنابراین داریم:

$$2S = OH \times AA' = AK \times OA' \Rightarrow x \times 12 = 4\sqrt{5} \times \sqrt{x^2 + 36}$$

$$\xrightarrow{+4} 3x = \sqrt{5(x^2 + 36)} \xrightarrow{\text{توان } 2} 9x^2 = 5x^2 + 180$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 180 \Rightarrow x^2 = 45 \Rightarrow OH = x = 3\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمد غندان)*

معادلهٔ نیمساز ربع اول و سوم برابر $y = x$ و شیب این خط برابر یک است. در صورتی شیب خط d با تصویرش (در بازتاب نسبت به $y = x$) برابر است که خط d یا با $y = x$ موازی باشد یا بر آن عمود؛ یعنی $m_d = ۱$ یا $m_d = -۱$ باشد:

$$m_d = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{m - ۲/۵}{۵ - ۱/۵} = \frac{m - ۲/۵}{۳/۵}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_d = ۱ \Rightarrow \frac{m - ۲/۵}{۳/۵} = ۱ \Rightarrow m_۱ = ۶ \\ m_d = -۱ \Rightarrow \frac{m - ۲/۵}{۳/۵} = -۱ \Rightarrow m_۲ = -۱ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع مقادیر}} m_۱ + m_۲ = ۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

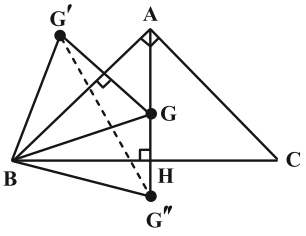
۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم طول میانهٔ وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه نصف اندازهٔ وتر است. از طرفی فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه‌ها از وسط هر ضلع، $\frac{۱}{۳}$ طول میانهٔ نظیر آن ضلع است، پس داریم:

$$GH = \frac{۱}{۳} AH = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۲} BC = \frac{۱}{۶} \times ۶ = ۱$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ BGH داریم:

$$BG^۲ = BH^۲ + GH^۲ = ۳^۲ + ۱^۲ = ۱۰ \Rightarrow BG = \sqrt{۱۰}$$



از طرفی بازتاب تبدیلی طولپاست، پس تحت بازتاب نسبت به دو ضلع AB و BC، اندازهٔ تصویر پاره‌خط BG تغییر نمی‌کند، یعنی:

$$BG' = BG'' = BG = \sqrt{۱۰}$$

می‌دانیم ترکیب دو بازتاب متوالی نسبت به دو خط متقاطع که با یکدیگر زاویهٔ θ می‌سازند، دورانی به مرکز نقطهٔ تقاطع دو خط و زاویهٔ ۲θ است، بنابراین:

$$G'\hat{B}G'' = ۲A\hat{B}C = ۲ \times ۴۵^\circ = ۹۰^\circ$$

و در نتیجه در مثلث قائم‌الزاویهٔ $BG'G''$ می‌توان نوشت:

$$G'G''^۲ = BG'^۲ + BG''^۲ = ۱۰ + ۱۰ = ۲۰ \Rightarrow G'G'' = ۲\sqrt{۵}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸ و ۴۳)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم انتقال تبدیلی طولپا است، پس اندازهٔ شعاع دایره تحت انتقال ثابت باقی می‌ماند، یعنی:

$$R = R' \Rightarrow a - ۱ = b + ۲ \Rightarrow a - b = ۳$$

دو دایره در صورتی سه مماس مشترک دارند که مماس خارج باشند، بنابراین داریم:

$$OO' = R + R' \Rightarrow ۳a - ۲b - ۱ = (a - ۱) + (b + ۲)$$

$$\Rightarrow ۲a - ۳b = ۲$$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول، مقادیر a و b را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} a - b = ۳ \\ ۲a - ۳b = ۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۷ \\ b = ۴ \end{cases}$$

بنابراین طول بردار $\vec{v}$ برابر است با:

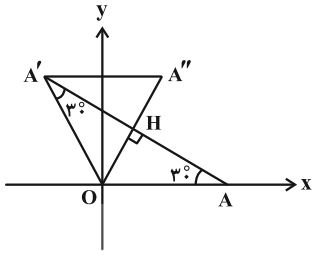
$$|\vec{v}| = OO' = ۳(۷) - ۲(۴) - ۱ = ۱۲$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

با توجه به معلومات مسئله شکل را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} O\hat{A}'H = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ \\ A'\hat{O}A'' = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow A'\hat{H}O = 90^\circ$$

$$\Rightarrow A'H = AH = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

چون $A'\hat{O}A'' = 60^\circ$ پس مثلث $A'OA''$ متساوی‌الاضلاع خواهد بود و داریم:

$$A'H = \frac{\sqrt{3}}{2}OA' = 3\sqrt{2} \Rightarrow A'A'' = OA' = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۵۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ملازینل)*

از آنجا که تبدیل انتقال، شیب خطوط را حفظ می‌کند، دو خط تحت تبدیل انتقال موازی بوده و شیب برابر دارند، پس:

$$\begin{cases} d_1 : y = 4x + 3 \\ d_2 : ay = 8x + 3a \xrightarrow{\times\frac{1}{a}} y = \frac{8}{a}x + 3 \end{cases} \xrightarrow{m_1 = m_2} 4 = \frac{8}{a} \Rightarrow a = 2$$

از آنجا که معادلهٔ خطوط d_1 و d_2 یکسان هستند، نتیجه می‌گیریم که خط d_1 تحت این انتقال روی خودش تصویر شده است. بنابراین بردار انتقال در راستای خط d_1 بوده و لذا با آن موازی است، در نتیجه شیب خط AA' باید برابر ۴ باشد. با بررسی گزینه‌ها داریم:

۱) $A'(1,1) \Rightarrow m_{AA'} = \frac{7-1}{3-1} = 3$

۲) $A'(2,5) \Rightarrow m_{AA'} = \frac{7-5}{3-2} = 2$

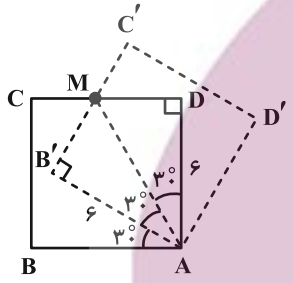
۳) $A'(4,8) \Rightarrow m_{AA'} = \frac{7-8}{3-4} = 1$

۴) $A'(5,15) \Rightarrow m_{AA'} = \frac{7-15}{3-5} = 4$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق شکل مربع ABCD را حول رأس A به اندازهٔ ۳۰ درجه (در جهت حرکت عقربه‌های ساعت) دوران داده‌ایم. نقطهٔ برخورد $B'C'$ با CD را نقطهٔ M می‌نامیم.



از آنجا که دوران، تبدیلی طولپاست، می‌توان نشان داد که دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $AB'M$ و ADM با هم همنهشت هستند و هر دوی آن‌ها زاویهٔ حادهٔ ۳۰ درجه دارند. با توجه به شکل داریم:

$$\overset{\Delta}{AB'M}: \begin{cases} AB' = \frac{\sqrt{3}}{2}AM \xrightarrow{AB'=6} AM = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \\ B'M = \frac{1}{2}AM \end{cases}$$

$$\Rightarrow B'M = 2\sqrt{3}$$

در نتیجه مساحت ناحیهٔ مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{AB'MD} = 2S_{AB'M} = 2(\frac{1}{2}AB' \times B'M) = 6 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

ایران توانا — توشه‌ای برای موفقیت

ریاضیات گسسته

۶۱- **گزینهٔ «۳»** (شبنم غلامی)

می‌دانیم اگر $a \mid b$ و $a \mid c$ و اعداد m و n صحیح باشند، آنگاه $a \mid mb+nc$، پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} 3a \mid 5k+4 \xrightarrow{\times 7} 3a \mid 35k+28 \\ 3a \mid 7k+2 \xrightarrow{\times 5} 3a \mid 35k+10 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 3a \mid 18$$

$$\xrightarrow{+3} a \mid 6 \xrightarrow{a>1} a = 2,3,6$$

بنابراین حداکثر سه مقدار طبیعی بزرگ‌تر از یک برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

(مشابه نوایی تیر ۱۴۰۵)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** (سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)

نکته: اگر برای دو عدد صحیح a و b داشته باشیم $(a,b)=1$، آنگاه $(a^m,b^n)=1$ است. $(m,n \in \mathbb{N})$

با توجه به فرض داریم:

$$d=(a,15)=(b,14) \Rightarrow \begin{cases} d \mid a \\ d \mid 15 \\ d \mid b \\ d \mid 14 \end{cases} \Rightarrow d=1$$

از $(a,15)=1$ نتیجه می‌گیریم $(a,3)=1$ و $(a,5)=1$ و همچنین از $(b,14)=1$ نتیجه می‌گیریم $(b,7)=(b,2)=1$. طبق نکتهٔ مذکور مشخص است که $(b^2,7)=1$ و $(b,2^2)=1$. تنها گزینهٔ (۲) ممکن است درست نباشد که به ازای $a=2$ خواهیم داشت $(a^2,10)=2$.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** (روح‌اله حسنی)

بنا بر قضیهٔ تقسیم، خارج قسمت q و باقی‌ماندهٔ r به‌طور یکتا وجود دارند به‌طوری که: $a=249q+r \quad , \quad 0 \le r < 249$

از طرفی بنابر فرض $r=5q^2+1$، بنابراین:

$$0 \le 5q^2+1 < 249 \Rightarrow 5q^2 < 248$$

$$\Rightarrow q^2 < \frac{248}{5} = 49/6 \Rightarrow q^2 \le 49 \Rightarrow q \le 7$$

بنابراین بیشترین مقدار q برابر ۷ است، پس بیشترین مقدار a برابر است با:

$$a=249q+r=249\times 7+5\times 7^2+1=1989$$

مجموع ارقام عدد ۱۹۸۹ برابر می‌شود با ۲۷.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** (شبنم غلامی)

شرط صحیح بودن مقدار هر یک از دو کسر $\frac{4m-2}{m+1}$ و $\frac{n^2+4}{n+1}$ آن است که مخرج هر کدام از این کسرها، صورت کسر را عاد کند، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} m+1 \mid 4m-2 \\ m+1 \mid 4(m+1) \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} m+1 \mid 6 \Rightarrow \max(m)=5$$

$$\left.\begin{array}{l} n+1 \mid n^2+4 \\ n+1 \mid (n+1)(n-1) \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} n+1 \mid 5 \Rightarrow \max(n)=4$$

بنابراین بیشترین مقدار $m+n$، برابر $9=4+5$ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** (علیرضا شریف‌طبیی)

$$\begin{cases} 102=bq+12 \ , \ b>12 \Rightarrow 90=bq \Rightarrow b \mid 90 \\ 74=bq'+14 \ , \ b>14 \Rightarrow 60=bq' \Rightarrow b \mid 60 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b \mid (60,90) \Rightarrow b \mid 30 \xrightarrow{b>14} b = \overbrace{1,2,3,5,6,10}^{\text{غ ق ق}},15,30$$

در نتیجه b می‌تواند دو مقدار مختلف داشته باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

بنابر صورت مسئله باید $10 \mid (a,50)$ باشد. چون $50 = 2\times5^2$ و $10 = 2\times5$، تنها در صورتی رابطهٔ $10 \nmid (a,50)$ برقرار است که a دارای دو عامل ۵ باشد، یعنی $a = 25k$ باشد، بنابراین:

$$100 \le 25k < 1000 \xrightarrow{+25} 4 \le k < 40$$

پس تعداد چنین اعدادی برابر است با $40 - 4 = 36$.

بنابراین از ۹۰۰ عدد سه رقمی فقط ۳۶ عدد شرایط مسئله را ندارند. پس تعداد اعداد خواسته شده برابر است با: $900 - 36 = 864$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی دیراری)*

طبق فرض $a = 7q + 4$ است. از طرفی q می‌تواند مقادیر $\{2,3,5,\ldots\}$ (مجموعهٔ اعداد اول) را اختیار کند. اگر $q > 3$ باشد، طبق قضیهٔ کتاب درسی، عدد اول q به صورت $6k+1$ یا $6k+5$ می‌تواند باشد، پس داریم:

$$q = 2 \Rightarrow a = 7(2) + 4 = 18 \xrightarrow{\text{باقیمانده بر ۴۲}} 18$$

$$q = 3 \Rightarrow a = 7(3) + 4 = 25 \xrightarrow{\text{باقیمانده بر ۴۲}} 25$$

$$q = 6k+1 \Rightarrow a = 7(6k+1) + 4 = 42k + 11 \xrightarrow{\text{باقیمانده بر ۴۲}} 11$$

$$q = 6k+5 \Rightarrow a = 7(6k+5) + 4 = 42k + 39 \xrightarrow{\text{باقیمانده بر ۴۲}} 39$$

مجموع باقیمانده‌ها برابر می‌شود با: $18 + 25 + 11 + 39 = 93$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم رقم یکان هر عدد، معادل باقی‌ماندهٔ تقسیم آن عدد بر ۱۰ است. از طرفی به ازای $n \ge 5$ ، $n! \overset{10}{\equiv} 0$، پس می‌توان نوشت:

$$A \overset{10}{\equiv} 1! + 1\times2! + 2\times3! + 3\times4!$$

$$\overset{10}{\equiv} 1 + 1\times2 + 2\times6 + 3\times24 \overset{10}{\equiv} 87 \overset{10}{\equiv} 7$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(مشابه نهایی دی ۱۴۰۲)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

$$7^3 = 343 \overset{19}{\equiv} 1 \xrightarrow{\text{توان ۶۷}} 7^{201} \overset{19}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times7^2} 7^{203} \overset{19}{\equiv} 49$$

$$\Rightarrow 49 + a \overset{19}{\equiv} 0 \Rightarrow a \overset{19}{\equiv} -49 + \underbrace{(3\times19)}_{57} \overset{19}{\equiv} 8$$

$$\Rightarrow a = 19k + 8 \Rightarrow 100 \le 19k + 8 \Rightarrow 5 \le k$$

کوچک‌ترین عدد طبیعی سه رقمی a برابر است با:

$$a = (19\times5) + 8 = 103 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 4$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: مشابه مثال صفحهٔ ۲۱)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

می‌دانیم: $2^4 \overset{15}{\equiv} 1 \xrightarrow{\text{توان ۵}} 2^{20} \overset{15}{\equiv} 1 \xrightarrow{\times2} 2^{21} \overset{15}{\equiv} 2 \xrightarrow{\times2} 2^{22} \overset{15}{\equiv} 4$

$$\xrightarrow{\times2} 2^{23} \overset{15}{\equiv} 8 \xrightarrow{\times2} 2^{24} \overset{15}{\equiv} 16 \overset{15}{\equiv} 1 \ , \ \ldots$$

در نتیجه داریم:

$$2^{20} + 2^{21} + \ldots + 2^{1405} \overset{15}{\equiv} \underbrace{1 + 2 + 4 + 8}_{15 \equiv 0} + \underbrace{1 + 2 + 4 + 8}_{15 \equiv 0} + \ldots + (1+2)$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + \ldots + (1+2) \overset{15}{\equiv} 3$$

توجه کنیدکه اعداد ۱۴۰۴ و ۱۴۰۵ را به ترتیب می‌توان به صورت $4k$ و $4k+1$ نوشت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

آمار و احتمال

۷۱- **گزینهٔ «۴»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} A: \text{مهارت قالیبافی} \Rightarrow P(A)=\frac{۵۵}{۱۰۰} \\ B: \text{مهارت نقاشی} \Rightarrow P(B)=\frac{۳۰}{۱۰۰} \\ A\cap B: \text{هر دو} \Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱۰}{۱۰۰} \end{cases}$$

احتمال شرطی مورد نظر برابر است با:

$$P(A'|B')=\frac{P(A'\cap B')}{P(B')}=\frac{۱-P(A\cup B)}{۱-P(B)}$$

$$=\frac{۱-(\frac{۵۵}{۱۰۰}+\frac{۳۰}{۱۰۰}-\frac{۱۰}{۱۰۰})}{۱-\frac{۳۰}{۱۰۰}}=\frac{۲۵}{۷۰}=\frac{۵}{۱۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

بنا بر تعریف احتمال شرطی داریم:

$$P(\{b,c,e\}|\{a,b,c\})=\frac{P(\{b,c,e\}\cap\{a,b,c\})}{P(\{a,b,c\})}$$

$$=\frac{P(\{b,c\})}{P(\{a,b,c\})}$$

از طرفی:

$$P(\{a,b,c\})=۱-P(\{a,b,c\}')$$

$$=۱-P(\{d,e\})=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

$$P(\{b,c\})=P(\{b,c,d,e\})-P(\{d,e\})$$

$$=\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۳}=\frac{۵}{۱۲}$$

بنابراین:

$$P(\{b,c,e\})|\{a,b,c\})=\frac{\frac{۵}{۱۲}}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۱۵}{۲۴}=\frac{۵}{۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۷۳- **گزینهٔ «۱»** *(شبنم غلامی)*

اگر مجموع اعداد رو شدهٔ سه تاس برابر ۱۵ باشد، آنگاه حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

$$\begin{cases} ۴,۵,۶ \Rightarrow ۶ \text{ حالت} \\ ۳,۶,۶ \Rightarrow ۳ \text{ حالت} \\ ۵,۵,۵ \Rightarrow ۱ \text{ حالت} \end{cases}$$

بنابراین تعداد اعضای فضای نمونهٔ کاهش یافته برابر است با:

$$n(S)=۶+۳+۱=۱۰$$

فقط در صورتی که اعداد رو شده ۴، ۵ و ۶ باشند، هیچ دو عدد یکسانی در میان تاس‌ها وجود ندارد، پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{۶}{۱۰}=\frac{۳}{۵}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی دیداری)*

پیشامدهای A و B را اینگونه تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} A: \text{نفر اول از نفر آخر بلندتر است} \\ B: \text{نفر اول بلندقدترین است} \end{cases}$$

احتمال شرطی مورد نظر برابر است با:

$$P(B'|A)=۱-P(B|A)=۱-\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=۱-\frac{\frac{۱}{۱۰}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۴}{۵}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ مشابه مثال صفحهٔ ۵۱)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

مهره‌های دوم و سوم می‌توانند سفید، آبی یا قرمز باشند و به ازای هر حالت، رنگ مهرهٔ اول باید با مهره‌های بعدی متفاوت باشد، بنابراین طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$P(A)=\underset{\text{قرمز}}{\frac{1}{9}}\times\underset{\text{قرمز}}{\frac{2}{10}}\times\underset{\text{سفیدیا آبی}}{\frac{9}{11}}+\underset{\text{آبی}}{\frac{2}{9}}\times\underset{\text{آبی}}{\frac{3}{10}}\times\underset{\text{سفیدیا قرمز}}{\frac{8}{11}}+\underset{\text{سفید}}{\frac{5}{9}}\times\underset{\text{سفید}}{\frac{6}{10}}\times\underset{\text{قرمزیا آبی}}{\frac{5}{11}}$$

$$=\frac{18+48+150}{11\times10\times9}=\frac{216}{11\times10\times9}=\frac{12}{55}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

نمودار درختی را برای این آزمایش تصادفی رسم می‌کنیم:

B_1: عدد اول $\rightarrow \frac{3}{6}$ یک سکه رو بیاید $\rightarrow \frac{\binom{2}{1}}{2^2}=\frac{2}{4}$

B_2: عدد مرکب $\rightarrow \frac{2}{6}$ یک سکه رو بیاید $\rightarrow \frac{\binom{3}{1}}{2^3}=\frac{3}{8}$

B_3: عدد ۱ $\rightarrow \frac{1}{6}$ یک سکه رو بیاید $\rightarrow \frac{\binom{4}{1}}{2^4}=\frac{4}{16}$

حالت مطلوب، شاخهٔ اول یعنی رو شدن عدد اول در پرتاب تاس است، پس در صورتی که پیشامد آنکه فقط یک سکه رو بیاید را A بنامیم، طبق قانون بیز داریم:

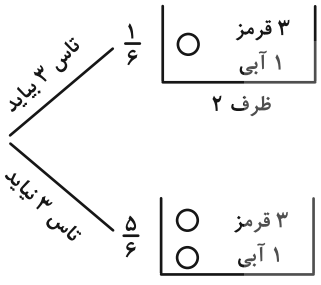
$$P(B_1\mid A)=\frac{\frac{3}{6}\times\frac{2}{4}}{\frac{3}{6}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{6}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{6}\times\frac{4}{16}}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{24}}$$

$$=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{10}{24}}=\frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

نمودار درختی مربوط به این سوال، به صورت زیر است:



احتمال را در هر شاخه بسته به اینکه مهرهٔ انتخاب شده از ظرف دوم، از ابتدا متعلق به این ظرف بوده یا از ظرف اول به آن انتقال یافته محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases}\Rightarrow \text{احتمال آبی در شاخهٔ اول}: P_1=\frac{1}{6}\times(\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\times\frac{5}{8})\\ =\frac{1}{6}\times\frac{13}{40}=\frac{13}{240}\\ \Rightarrow \text{احتمال آبی در شاخهٔ دوم}: P_2=\frac{5}{6}\times(\frac{4}{6}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\times\frac{5}{8})\\ =\frac{5}{6}\times\frac{18}{48}=\frac{5}{16}\end{cases}$$

طبق فرمول احتمال کل، احتمال مورد نظر برابر می‌شود با:

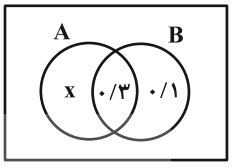
$$P_1+P_2=\frac{13}{240}+\frac{5}{16}=\frac{13+75}{240}=\frac{88}{240}=\frac{11}{30}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهدوی)*

اطلاعات فرض سوال را در نمودار ون زیر مشاهده می کنید:



دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B)\Rightarrow ۰/۳=(x+۰/۳)\times ۰/۴$$

$$\Rightarrow x+۰/۳=\frac{۳}{۴}=۰/۷۵\Rightarrow x=۰/۴۵$$

لذا داریم:

$$\frac{P(A'\cup B)}{P(A-B)}=\frac{۱-P((A'\cup B)')}{P(A-B)}=\frac{۱-P(A\cap B')}{P(A-B)}$$

$$=\frac{۱-P(A-B)}{P(A-B)}=\frac{۱-۰/۴۵}{۰/۴۵}=\frac{۰/۵۵}{۰/۴۵}=\frac{۱۱}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(نرگس کارگر)*

اگر احتمال پیروزی در انجام آزمایشی را p فرض کنیم، داریم:

$$P(\text{k بار پیروزی در n بار آزمایش})=\binom{n}{k}p^k(۱-p)^{n-k}$$

$$\begin{cases}p=\frac{۱}{۴}\\ k=۲\\ n=۵\end{cases}\Rightarrow \binom{۵}{۲}(\frac{۱}{۴})^۲(\frac{۳}{۴})^۳=\frac{۱۰\times ۲۷}{۴^۵}=\frac{۱۳۵}{۵۱۲}$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۸۰- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله مسنی)*

فرض کنیم $P(A)=a$ ، $P(B)=b$. چون A و B مستقل‌اند پس:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=ab$$

از طرفی:

$$\begin{cases}P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=b-ab\\ P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=a-ab\end{cases}$$

همچنین چون $P(B-A)$ ، $P(A\cap B)$ و $P(A-B)$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی هستند، پس:

$$(P(A\cap B))^۲=P(A-B)P(B-A)$$

$$\Rightarrow (ab)^۲=(a-ab)(b-ab)$$

$$\Rightarrow (ab)^۲=(ab)^۲-(a+b)ab+ab$$

$$\Rightarrow -(a+b)ab+ab=۰\Rightarrow ab(-(a+b)+۱)=۰$$

$$\xrightarrow{ab\neq ۰} a+b=۱$$

بنابراین:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$=a+b-P(A\cap B)=۱-P(A\cap B)$$

$$=P((A\cap B)')=P(A'\cup B')$$

(آمار و احتمال- احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک ۳

۸۱- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا سرعت هر یک از دو متحرک را به‌دست می‌آوریم. چون حرکت هر یک از آن‌ها با سرعت ثابت صورت می‌گیرد داریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{0-(-12)}{4-0} = 3\frac{m}{s} \\ v_B = \frac{0-24}{12-0} = -2\frac{m}{s} \end{cases}$$

سپس معادلهٔ مکان آن‌ها را برابر با یکدیگر قرار داده و زمان به هم رسیدن دو متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3t - 12 \\ x_B = -2t + 24 \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 3t - 12 = -2t + 24 \Rightarrow 5t = 36 \Rightarrow t = 7/2s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(برگرفته از تمرین ۱-۷ کتاب درسی)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(حسین الهی)*

چون حرکت با سرعت ثابت است، ابتدا سرعت را از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v = \frac{110-30}{12-4} \Rightarrow v = \frac{80}{8} = 10\frac{m}{s}$$

پس معادلهٔ مکان- زمان به صورت شکل زیر است:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 10t + x_0$$

با قرار دادن یکی از داده‌های مسئله در معادلهٔ مکان- زمان خودرو داریم:

$$t = 4s \ , \ x = 30m \quad , \quad x = 10t + x_0$$

$$\Rightarrow 30 = 10(4) + x_0 \Rightarrow 30 = 40 + x_0 \Rightarrow x_0 = -10m$$

پس معادلهٔ مکان- زمان خودرو برابر است با: $x = 10t - 10$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(ابوالفضل نکومنشی نژاد)*

در حرکت با سرعت ثابت داریم $x = vt + x_0$، پس:

$$\begin{cases} \text{A متحرک}: 0 = 4v_A + x_{0A} \Rightarrow x_{0A} = -4v_A \\ \text{B متحرک}: 0 = 10v_B + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = -10v_B \end{cases}$$

در $t = 7s$ دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؛ یعنی در این لحظه مکان آن‌ها برابر است، پس:

$$\left.\begin{aligned} x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{t=7s} x_A = 7v_A - 4v_A = 3v_A \\ x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{t=7s} x_B = 7v_B - 10v_B = -3v_B \end{aligned}\right\}$$

$$\xrightarrow{x_A = x_B} 3v_A = -3v_B \Rightarrow v_A = -v_B \qquad (I)$$

فاصلهٔ آن‌ها در شروع حرکت برابر اختلاف مکان این دو متحرک است، یعنی:

$$d_0 = |x_{0B} - x_{0A}| \Rightarrow d_0 = |-10v_B - (-4v_A)|$$

$$\xrightarrow[\text{از (I) داریم}]{v_B = -v_A} d_0 = |10v_A + 4v_A| = |14v_A|$$

حال باید زمانی را که در آن فاصلهٔ دو متحرک مجدداً به $14v_A$ می‌رسد، محاسبه کنیم. اگر آن زمان را t فرض کنیم، داریم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = v_A t - 4v_A \\ x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = v_B t - 10v_B \end{cases} \quad \text{یا} \quad x_B = -v_A t + 10v_A$$

که در این صورت فاصلهٔ دو متحرک در این لحظه برابر است با:

$$d = |x_A - x_B| = |v_A t - 4v_A - (-v_A t + 10v_A)|$$

$$\Rightarrow d = |2v_A t - 14v_A|$$

این فاصله را با فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک برابر قرار می‌دهیم. یعنی $d = d_0$؛ پس داریم:

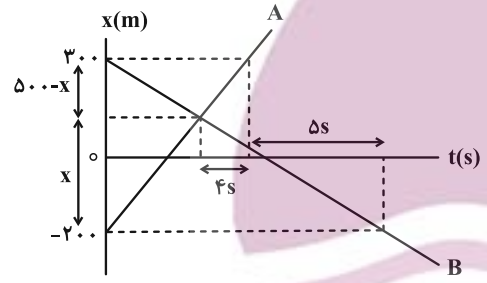
$$|2v_A t - 14v_A| = 14v_A \xrightarrow{v_A \neq 0} |2t - 14| = 14$$

$$\begin{cases} 2t - 14 = -14 \Rightarrow t = 0 & \text{لحظه شروع است} \\ 2t - 14 = 14 \Rightarrow 2t = 28 \Rightarrow t = 14s \end{cases}$$

پس در $t = 14s$ فاصلهٔ دو خودرو برای بار دوم به $14v_A$ می‌رسد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(امید مرادی‌پور)*



دو متحرک تا لحظهٔ به هم رسیدن، مدت زمان یکسانی را طی می‌کنند:

$$\Delta x = vt \Rightarrow t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \frac{x}{|v_A|} = \frac{500-x}{|v_B|}$$

$$\Rightarrow \frac{|v_A|}{|v_B|} = \frac{x}{500-x} \qquad (1)$$

متحرک A، مسافت $500-x$ را در مدت $4s$ و متحرک B مسافت x را در مدت $9s$ طی می‌کند، پس:

$$\begin{cases} |v_A| = \left|\frac{\Delta x_A}{\Delta t_A}\right| = \frac{500-x}{4} \Rightarrow 500 - x = 4|v_A| \\ |v_B| = \left|\frac{\Delta x_B}{\Delta t_B}\right| = \frac{x}{9} \Rightarrow x = 9|v_B| \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{500-x} = \frac{9}{4}\frac{|v_B|}{|v_A|} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \frac{|v_A|}{|v_B|} = \frac{9}{4}\frac{|v_B|}{|v_A|} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\xrightarrow[\text{می‌دانیم } v_B<0 \ , \ v_A>0]{\text{از علامت شیب نمودار}} \frac{v_A}{v_B} = -\frac{3}{2} \qquad (3)$$

$$\xrightarrow{\text{با جای‌گذاری رابطه(۳) در (۱) داریم}} \frac{۳}{۲}=\frac{x}{۵۰۰-x}$$

$$\Rightarrow ۱۵۰۰-۳x=۲x \Rightarrow ۵x=۱۵۰۰ \Rightarrow x=۳۰۰m$$

$$\xrightarrow{\text{مکان به یکدیگر رسیدن}} \Delta x_A = x_۲ - x_۱$$

$$\Rightarrow ۳۰۰ = x_۲ - (-۲۰۰) \Rightarrow x_۲ = ۱۰۰m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیراحمد میرسعید)*

دو متحرک یکی از نقطهٔ A با تندی v_A و دیگری از نقطهٔ B با تندی v_B به سمت هم حرکت می‌کنند و پس از ۲۱ ثانیه به هم می‌رسند. می‌توان نوشت:

$$۰/۷AB = v_A \times ۲۱ \Rightarrow v_A = \frac{۰/۷AB}{۲۱} \quad (۱)$$

$$۰/۳AB = v_B \times ۲۱ \Rightarrow v_B = \frac{۰/۳AB}{۲۱} \quad (۲)$$

دو متحرک به حرکت خود ادامه می‌دهند و ادامهٔ مسیر را می‌پیمایند؛ اکنون داریم:

$$۰/۷AB = v_B t_B \xrightarrow{\text{از (۲)}} ۰/۷AB = \frac{۰/۳AB}{۲۱} t_B$$

$$\Rightarrow t_B = ۴۹s$$

همچنین برای متحرک A داریم:

$$۰/۳AB = v_A t_A \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} ۰/۳AB = \frac{۰/۷AB}{۲۱} t_A$$

$$\Rightarrow t_A = ۹s$$

برای آنکه ۲ متحرک با هم به انتهای مسیر برسند، متحرک A باید ۴۰ ثانیه استراحت کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

چون شیب نمودار ثابت است، پس حرکت با شتاب ثابت است و در لحظهٔ $t=۴s$، سرعت متحرک برابر با صفر شده است و متحرک تغییر جهت می‌دهد. با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v=۰]{t=۴s} ۰ = ۴a + v_۰ \quad (۱)$$

از طرفی در لحظهٔ $t=۱s$، سرعت متحرک برابر $\vec{v}=(-۶\frac{m}{s})\vec{i}$ است:

$$-۶ = a + v_۰ \quad (۲)$$

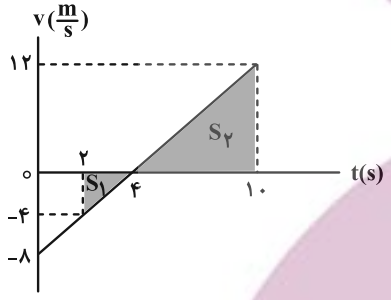
از حل همزمان معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} ۴a + v_۰ = ۰ \\ a + v_۰ = -۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۲\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = -۸\frac{m}{s} \end{cases}$$

ابتدا سرعت را در لحظه‌های $t=۲s$ و $t=۱۰s$ محاسبه می‌کنیم و سپس نمودار سرعت- زمان متحرک را کامل می‌کنیم. توجه کنید که چون مساحت زیر نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۲s$ و $t=۱۰s$ برابر با مجموع قدرمطلق جابه‌جایی‌ها بین این دو لحظه است:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۸ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=۲s} v_۲ = -۴\frac{m}{s} \\ \xrightarrow{t=۱۰s} v_{۱۰} = ۱۲\frac{m}{s} \end{cases}$$

با رسم نمودار سرعت- زمان می‌توانیم مسافت پیموده شده در بازهٔ زمانی مربوط را محاسبه کنیم:



$$\ell = S_۱ + S_۲ = \frac{۲\times۴}{۲} + \frac{۶\times۱۲}{۲} = ۴ + ۳۶ = ۴۰m$$

پس تندی متوسط در این بازه برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۴۰}{۱۰-۲} = \frac{۴۰}{۸} = ۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا نصیری)*

طبق نمودار $x_۰ = ۰$، $x_۱ = -۲m$ و $v_۱ = ۰$ (زیرا شیب مماس در آن لحظه صفر است) می‌باشد، داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow -۲ = \frac{۱}{۲}a(۱)^۲ + v_۰(۱)$$

$$\Rightarrow -۴ = a + ۲v_۰ \quad (۱)$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a(۱) + v_۰ \Rightarrow a + v_۰ = ۰ \quad (۲)$$

از حل همزمان دو معادلهٔ بالا می‌توان نتیجه گرفت:

$$v_۰ = -۴\frac{m}{s} \quad , \quad a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

سرعت متوسط در ثانیهٔ چهارم (۳ تا ۴ ثانیه) برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_۳ + v_۴}{۲} = \frac{(v_۰ + ۳a) + (v_۰ + ۴a)}{۲}$$

$$= \frac{۲v_۰ + ۷a}{۲} = v_۰ + ۳/۵a = -۴ + ۳/۵\times۴$$

$$\Rightarrow v_{av} = ۱۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۸۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا خادمی)*

ابتدا سرعت موتورسوار را به $\frac{m}{s}$ تبدیل می‌کنیم: $۱۰۸\frac{km}{h}=۳۰\frac{m}{s}$

معادلهٔ مکان- زمان موتورسوار برابر است با: $x_{\text{موتور}}=vt=۳۰t$

معادلهٔ مکان- زمان خودروی پلیس چون از حالت سکون و با شتاب ثابت حرکت می‌کند، برابر است با: $x_{\text{پلیس}}=\frac{۱}{۲}at^۲=(\frac{۱}{۲})(۴)t^۲=۲t^۲$

در لحظهٔ رسیدن به یکدیگر، مکان دو متحرک برابر است:

$$۲t^۲=۳۰t\Rightarrow ۲t(t-۱۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=۰\\ \text{یا}\\ t=۱۵s\end{cases}$$

زمان $t=۰$ مربوط به لحظهٔ شروع حرکت است، پس پاسخ $t=۱۵s$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(برگرفته از امتحان نهایی- خرداد ۱۴۰۳)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{\Delta x}{۱۰-۲}\Rightarrow \Delta x=۱۶m$$

با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان در بازهٔ زمانی(۲s تا ۸s) و معادلهٔ مکان- زمان در بازهٔ زمانی (۲s تا ۱۰s) سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱=۲s$ و شتاب متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v_۲=at+v_۱\xrightarrow[t=۸-۲=۶s]{v_۲=۰}۰=a\times۶+v_۱\Rightarrow v_۱=-۶a$$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۱t$$

$$\xrightarrow[t=۱۰-۲=۸s]{\Delta x=۱۶m\ ,\ v_۱=-۶a}۱۶=\frac{۱}{۲}a\times۸^۲+(-۶a)\times۸$$

$$\Rightarrow ۱۶=۳۲a-۴۸a\Rightarrow a=-۱\frac{m}{s^۲}$$

$$v_۱=-۶a=-۶(-۱)=۶\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توانیم سرعت اولیهٔ متحرک را به‌دست آوریم: $v_۱=at+v_۰$

$$\xrightarrow[t=۲s\ ,\ v_۱=۶\frac{m}{s}]{a=-۱\frac{m}{s^۲}}۶=-۱\times۲+v_۰\Rightarrow v_۰=۸\frac{m}{s}$$

در ادامه با استفاده از معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی، تندی متحرک را در لحظهٔ عبور از مبدأ مکان به‌دست می‌آوریم: $v^۲-v_۰^۲=۲a(x-x_۰)$

$$\xrightarrow[x_۰=۴۰m\ ,\ x=۰]{v_۰=۸\frac{m}{s}\ ,\ a=-۱\frac{m}{s^۲}}v^۲-۸^۲=۲(-۱)(۰-۴۰)$$

$$\Rightarrow v^۲-۶۴=۸۰\Rightarrow v^۲=۱۴۴\Rightarrow|v|=۱۲\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط، سرعت را در مبدأ زمان به‌دست می‌آوریم:

$$v_{(t=۴s)}=v_۰+at\Rightarrow v_{(t=۴s)}=v_۰+۸\times۴=v_۰+۳۲$$

$$\frac{v_۰+v_{(t=۴s)}}{۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\frac{v_۰+(v_۰+۳۲)}{۲}=\frac{۱۶}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲v_۰+۳۲=۸\Rightarrow v_۰=-۱۲\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت- جابه‌جایی، تندی متحرک را در مکان $x=۵۶m$ به‌دست می‌آوریم:

$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x'\xrightarrow[a=۸\frac{m}{s^۲}\ ,\ \Delta x'=۷۲m]{v_۰=-۱۲\frac{m}{s}}v^۲-۱۴۴=۲(۸)(۷۲)$$

$$\Rightarrow v^۲=۱۲۹۶\Rightarrow|v|=۳۶\frac{m}{s}$$

پس:

$$\frac{|v|}{|v_۰|}=\frac{۳۶}{۱۲}=۳$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(آرمان رجب‌خیرخومنی)*

تندی گلوله در زمان رسیدن به زمین ارتباطی به اختلاف زمانی دو گلوله ندارد. از رابطهٔ سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v^۲=۲gH\Rightarrow v=\sqrt{۲gH}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{H_۲}{H_۱}}=\sqrt{\frac{\frac{H}{۴}}{H}}=\sqrt{\frac{۱}{۴}}=\frac{۱}{۲}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(برگرفته از تمرین ۲۴ پرسش‌ها و مسئله‌های پایان فصل ۱)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

معادلهٔ جابه‌جایی جسم در سقوط آزاد و بدون سرعت اولیه را می‌نویسیم و مقدار g را در محل به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y=-\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow -۱۲۲=-\frac{۱}{۲}g\times۵^۲$$

$$\Rightarrow g=\frac{۲\times۱۲۲}{۲۵}=۹/۷۶\frac{m}{s^۲}$$

تندی برخورد سنگ به زمین برابر با اندازهٔ سرعت برخورد آن به سطح زمین است:

$$v=-gt=-۹/۷۶\times۵=-۴۸/۸\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow s=|v|=۴۸/۸\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(برگرفته از مثال ۱- ۱۶ کتاب درسی)

ایران‌توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۹۳- **گزینهٔ «۳»** (مجتبی نکوئیان)

با توجه به رابطهٔ سرعت- زمان $(v = -gt + v_0)$ و سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2})$ در سقوط آزاد داریم:

$$\text{بازهٔ زمانی ثانیهٔ چهارم}: 3 < t < 4 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3s \Rightarrow v_1 = -10(3) + 0 = -30\frac{m}{s} \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = -10(4) + 0 = -40\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av_1} = \frac{-30 - 40}{2} = -35\frac{m}{s}$$

$$\text{بازهٔ زمانی دو ثانیهٔ سوم}: 4 < t < 6 \Rightarrow \begin{cases} t_3 = 4s \Rightarrow v_3 = -10(4) + 0 = -40\frac{m}{s} \\ t_4 = 6s \Rightarrow v_4 = -10(6) + 0 = -60\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av_2} = \frac{-40 - 60}{2} = -50\frac{m}{s}$$

با توجه به اینکه در سقوط آزاد، تغییر جهت حرکت نداریم، پس می‌توان گفت که تندی متوسط برابر با اندازهٔ سرعت متوسط است. بنابراین:

$$\begin{cases} S_{av_1} = |v_{av_1}| = 35\frac{m}{s} \\ S_{av_2} = |v_{av_2}| = 50\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow S_{av_2} - S_{av_1} = 15\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** (رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)

مسافت طی شده در آخرین ثانیهٔ سقوط را به صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=n} \Delta y(n) = -\frac{1}{2}gn^2$$

$$\Delta y(t-1) = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 \xrightarrow{t=n} \Delta y(n-1) = -\frac{1}{2}g(n-1)^2$$

$$\Delta y = \Delta y(n) - \Delta y(n-1)$$

$$\Rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gn^2 - (-\frac{1}{2}g(n-1)^2) = -\frac{1}{2}g(2n-1) \qquad (I)$$

به همین روش مسافت طی شده در اولین ثانیهٔ سقوط را به صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y'(t) = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=1s} \Delta y' = -\frac{1}{2}g \times 1^2 = -\frac{1}{2}g \qquad (II)$$

از تقسیم معادلهٔ (I) به معادلهٔ (II) داریم:

$$\frac{(I)}{(II)} : \frac{\Delta y}{\Delta y'} = \frac{-\frac{1}{2}g(2n-1)}{-\frac{1}{2}g} = 2n - 1$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** (ابوالفضل نکومنشی‌نژاد)

کل زمان ۹s است، اگر زمان سقوط سنگ را t درنظر بگیریم، زمان بالا آمدن صدا از چاه $(9 - t)$ است و اگر عمق چاه را h فرض کنیم، با نوشتن رابطهٔ مکان- زمان برای سنگ داریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \Rightarrow h = 5t^2 \qquad (1)$$

صوت نیز عمق چاه را با تندی ثابت $320\frac{m}{s}$ طی می‌کند، پس داریم:

$$\Delta y = v_0 \Delta t \Rightarrow h = 320(9 - t) \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} 5t^2 = 320(9 - t) \Rightarrow t^2 = 64(9 - t)$$

$$\Rightarrow t^2 = 576 - 64t \Rightarrow t^2 + 64t - 576 = 0$$

$$\Rightarrow (t + 72)(t - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -72 & \text{غ‌ق‌ق} \\ t = 8s & \text{ق‌ق} \end{cases}$$

یعنی سنگ 8s در حال سقوط بوده است. حال عمق چاه را محاسبه می‌کنیم:

$$h = 5(8)^2 = 320m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** (محمدکاظم منشادی)

مبدأ مکان را محل رها شدن گلوله و جهت رو به بالا را مثبت می‌گیریم. برای سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، ابتدا رابطهٔ کلی مکان- زمان را می‌نویسیم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

برای کل مسیر سقوط، در لحظهٔ برخورد به زمین داریم:

$$-H = -\frac{1}{2}gT^2 \Rightarrow -H = -\frac{1}{2}(10)(6^2) \Rightarrow H = 180m$$

در لحظهٔ مورد نظر، فاصلهٔ باقی مانده تا زمین برابر $\frac{۵}{۹}$ ارتفاع اولیه است؛ پس گلوله $\frac{۴}{۹}$ فاصله را طی کرده است:

$$d = \frac{۴}{۹}H = \frac{۴}{۹}(۱۸۰) = ۸۰m$$

اکنون از همان رابطهٔ مکان- زمان برای مقدار جابه‌جایی رو به پایین استفاده می‌کنیم:

$$-۸۰ = -\frac{۱}{۲}(۱۰)t^۲ \Rightarrow t^۲ = ۱۶ \Rightarrow t = ۴s$$

برای تندی گلوله، رابطهٔ سرعت- زمان سقوط آزاد را می‌نویسیم؛ پس داریم:

$$v = -gt \Rightarrow v = -(۱۰)(۴) = -۴۰\frac{m}{s} \Rightarrow |v| = ۴۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(مهران اسماعیلی)*

اگر گلولهٔ اول پس از زمان $t_۱$ و پیمودن مسافت $h_۱ = h$ به زمین برسد، گلولهٔ دوم پس از زمان $t_۲$ مسافت $h_۲ = \frac{h}{۴}$ را می‌پیماید. بنابراین با فرض اینکه جهت پایین مثبت است، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} h_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \\ h_۲ = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{h_۱}{h_۲} = \frac{t_۱^۲}{t_۲^۲} \xrightarrow[h_۲=\frac{h}{۴}]{h_۱=h} \frac{h}{\frac{h}{۴}} = \frac{t_۱^۲}{t_۲^۲} \Rightarrow t_۱ = ۲t_۲$$

با توجه به اینکه در لحظهٔ رسیدن گلولهٔ اول به زمین، دو گلوله حداکثر فاصله را از یکدیگر دارند، پس:

$$h_۱ - h_۲ = ۱۳۵m \Rightarrow \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ - \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ = ۱۳۵$$

$$\xrightarrow{g=۱۰\frac{m}{s^۲}} t_۱^۲ - t_۲^۲ = ۲۷ \xrightarrow{t_۱=۲t_۲} (۲t_۲)^۲ - t_۲^۲ = ۲۷$$

$$\Rightarrow t_۲^۲ = ۹ \Rightarrow t_۲ = ۳s$$

$$t_۱ = ۲t_۲ = ۲\times۳ = ۶s$$

اکنون اختلاف زمانی دو گلوله را به‌دست می‌آوریم:

$$t_۱ - t_۲ = ۶ - ۳ = ۳s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد خاجی)*

با توجه به رابطهٔ $v^۲ = -۲g\Delta y$، مقدار جابه‌جایی به صورت $\Delta y = -\frac{v^۲}{۲g}$ به‌دست می‌آید. در نتیجه مقدار جابه‌جایی با مجذور تندی رابطهٔ مستقیم دارد. گلولهٔ A هنگامی که به ارتفاع h می‌رسد، دارای تندی است و جابه‌جایی آن در بازه‌های زمانی مساوی، در حال افزایش است؛ اما در همین لحظه، گلولهٔ B رها می‌شود و چون تندی آن کمتر از تندی گلولهٔ A است، پس فاصلهٔ بین دو گلوله مدام در حال افزایش می‌باشد. دقت شود که در شرایط خلأ، تندی و جابه‌جایی مستقل از جرم می‌باشند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن سنگ درنظر می‌گیریم. ابتدا برای سنگ اول، مدت زمان لازم را برای جابه‌جایی $۵m$ محاسبه می‌کنیم:

$$y_۱ = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ \xrightarrow[y_۱=-۵m]{y_۰=۰ ,\ g=۱۰\frac{m}{s^۲}} -۵ = -\frac{۱}{۲}\times۱۰t^۲$$

$$\Rightarrow t^۲ = ۱ \Rightarrow t = ۱s$$

بنابراین ۲s پس از رها شدن سنگ دوم، سنگ اول ۳s حرکت کرده است، پس جابه‌جایی سنگ اول را پس از ۳s و جابه‌جایی سنگ دوم را پس از ۲s محاسبه کرده و اختلاف آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$y_۱' = -\frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{t_۱=۳s} y_۱' = -\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۹ = -۴۵m$$

$$y_۲ = -\frac{۱}{۲}gt_۲^۲ \xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲}]{t_۲=۲s} y_۲ = -\frac{۱}{۲}\times۱۰\times۴ = -۲۰m$$

$$\Delta y = y_۱' - y_۲ = -۴۵ - (-۲۰) = -۲۵m \Rightarrow |\Delta y| = ۲۵m$$

بنابراین فاصلهٔ دو سنگ در این لحظه برابر با $۲۵m$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

گلوله از حال سکون رها می‌شود، پس:

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow ۰/۱۹۶ = \frac{۱}{۲}(۹/۸)t^۲ \Rightarrow ۰/۱۹۶ = ۴/۹t^۲$$

$$\Rightarrow t^۲ = \frac{۰/۱۹۶}{۴/۹} = ۰/۰۴ \Rightarrow t = ۰/۲s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحهٔ ۲۴)

(برگرفته از تمرین ۱- ۱۲ کتاب درسی)

فیزیک ۱

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(حسین الهی)*

طبق گفتهٔ سوال تندی خودرو بـه انـدازه $36\frac{km}{h} + 3/6 = 10\frac{m}{s}$ تغییـر کرده است و با استفاده از تغییرات انرژی جنبشی داده شده، داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times (\frac{v_2}{v_1})^2 \xrightarrow{m_1=m_2} \frac{K_2}{K_1} = (\frac{v_2}{v_1})^2$$

$$\xrightarrow[v_2=v_1-10]{K_2=0/64K_1} 0/64 = (\frac{v_1-10}{v_1})^2 \Rightarrow 0/8 = \frac{v_1-10}{v_1}$$

$$\Rightarrow 0/2v_1 = 10 \Rightarrow v_1 = 50\frac{m}{s}\ ,\ v_2 = 50-10 = 40\frac{m}{s}$$

سپس مقدار کاهش انرژی جنبشی در اثر این تغییر سرعت را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}(1500)(40^2 - 50^2) = -675000J$$

طبق صورت سوال سوختن هر لیتر سوخت $30MJ$ انرژی آزاد می‌کند. پـس با کاهش $675000J$ انرژی جنبشی، به انـدازهٔ $\frac{675\times10^3}{30\times10^6} = 22/5mL$ در مصرف سوخت صرفه‌جویی می‌شود.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدکاظم منشاری)*

انرژی جنبشی به جهت حرکت وابسته نیست و فقط بـه جـرم و تنـدی جسـم بستگی دارد. ابتدا رابطهٔ انرژی جنبشی را می‌نویسیم: $K = \frac{1}{2}mv^2$

اکنون برای هر دو جسم، داده‌ها را در این رابطه قرار می‌دهیم:

$$K_A = \frac{1}{2}(3m)(2v)^2 = 6mv^2$$

$$K_B = \frac{1}{2}(2m)(3v)^2 = 9mv^2$$

در نتیجه نسبت انرژی‌های جنبشی برابر است با: $\frac{K_A}{K_B} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحهٔ ۵۴)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

گام اول: در ۵ متر اول، اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برابر با $10N$ اسـت، پـس کـار ایـن نیرو در این جابه‌جایی برابر است با:

$$W_1 = F_1d_1\cos\theta \xrightarrow[\theta=0^\circ]{F_1=10N\ ,\ d_1=5m} W_1 = 10\times5\times\underbrace{\cos0^\circ}_{1} = 50J$$

و در ۱۰ متر بعدی (یعنی از $5m$ تا $15m$) اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برابـر بـا $20N$ شده است. پس داریم:

$$W_2 = F_2d_2\cos\theta \xrightarrow[d_2=15-5=10m]{F_2=20N\ ,\ \theta=0^\circ} W_2 = 20\times10\times\underbrace{\cos0^\circ}_{1} = 200J$$

گام دوم: کار نیروی $\vec{F}$ در کل $15m$ جابه جایی برابر است با:

$$W = W_1 + W_2 = 50 + 200 = 250J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحهٔ ۵۸)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود علیپور)*

کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است. یعنی:

$$W_{mg} = -(U_2 - U_1) = -\Delta U \quad \text{یا} \quad \Delta U = -W_{mg}$$

پس داریم:

$$\frac{\Delta U_{AC}}{W_{mg_{AB}}} = \frac{mg\Delta h_{AC}}{-mg\Delta h_{AB}} = \frac{20}{-(-4)} = \frac{20}{4} = 5$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۱۰۵- **گزینهٔ «۱»** *(ابوالفضل نکومنشی‌نژاد)*

گام اول: اگر سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی $(h=0)$ درنظر بگیریم، ارتفاع اولیه در کف گودال $h_1=-1/2\,m$ و ارتفاع نهایی، در بالای آن $h_2=1/8\,m$ است. تغییر ارتفاع کل جسم در این جابه‌جایی برابر است با:

$$\Delta h=h_2-h_1=1/8-(-1/2)=3\,m$$

بنابراین کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg}=-\Delta U=-mg\Delta h=-0/3\times10\times3=-9\,J$$

گام دوم: به کمک قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، کار انجام شده توسط شخص را محاسبه می‌کنیم:

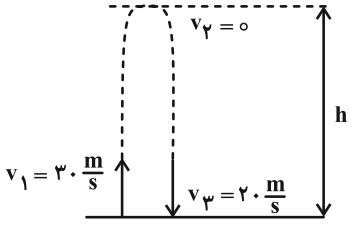
$$W_t=\Delta K=K_2-K_1\Rightarrow W_{\text{شخص}}+W_{\text{وزن}}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

با توجه به اینکه سنگ‌ریزه از حال سکون $(v_1=0)$ تا تندی $v_2=10\frac{m}{s}$ شتاب گرفته است، پس داریم:

$$W_{\text{شخص}}+(-9)=\frac{1}{2}(0/3)(10^2-0^2)\Rightarrow W_{\text{شخص}}=24\,J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۸)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی نکوئیان)*



طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی برای مسیر رفت و برگشت داریم:

مسیر رفت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_{mg}+W_f=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$

$$\Rightarrow -mgh+W_f=\frac{1}{2}m(0-900)=-450m$$

$$\Rightarrow W_f=mgh-450m=20h-900 \qquad (1)$$

مسیر برگشت: $W_t=\Delta K\Rightarrow W'_{mg}+W_f=\frac{1}{2}m(v_3^2-v_2^2)$

$$\Rightarrow mgh+W_f=\frac{1}{2}m(400-0)=200m$$

$$\Rightarrow W_f=200m-mgh=400-20h \qquad (2)$$

از برابر قرار دادن دو معادلهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$20h-900=400-20h\Rightarrow h=\frac{65}{2}\,m$$

$$|W_{mg}|=mgh=(2)(10)(\frac{65}{2})=650J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۰۷- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی درنظر می‌گیریم، با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطهٔ A و B، تندی جسم در نقطهٔ B به‌دست می‌آید:

$$E_A=E_B\Rightarrow \cancel{K_A^{0}}+U_A=K_B+U_B\Rightarrow U_A=K_B+U_B$$

$$\Rightarrow \cancel{m}gh_A=\frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2+\cancel{m}gh_B\Rightarrow gh_A=\frac{1}{2}v_B^2+gh_B$$

$$\Rightarrow 10\times5/8=\frac{1}{2}v_B^2+10\times4\Rightarrow 18=\frac{1}{2}v_B^2\Rightarrow v_B=6\frac{m}{s}$$

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی بین دو نقطهٔ A و C، تندی جسم در نقطهٔ C به‌دست می‌آید:

$$E_A = E_C \Rightarrow \cancel{K_A^{\circ}} + U_A = K_C + U_C \Rightarrow U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow \cancel{m}gh_A = \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 + \cancel{m}gh_C \Rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

$$\Rightarrow 10\times 5/8 = \frac{1}{2}v_C^2 + 10\times 2/6$$

$$\Rightarrow 58 - 26 = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 64 \Rightarrow v_C = 8\frac{m}{s}$$

در پایان، اختلاف v_B و v_C را محاسبه می‌کنیم:

$$v_C - v_B = 8 - 6 = 2\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحهٔ ۶۹)

(برگرفته از پرسش ۱۸ صفحهٔ ۸۱ کتاب فیزیک ۱)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا نصیری)*

چون مقاومت هوا ناچیز است، انرژی مکانیکی وسیله ثابت می‌ماند:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

وسیله در لحظهٔ رها شدن، چون همراه آسانسور در حال حرکت بوده است، سرعت اولیهٔ آن همان سرعت آسانسور است، پس: $v_1 = 2\frac{m}{s}$

در لحظهٔ سقوط وسیله داریم: $E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_1$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{200}{1000}\times 2^2 + \frac{200}{1000}\times 10\times 31 = 62/4\,J$$

در هنگام رسیدن وسیله به زمین، داریم:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}\times\frac{200}{1000}\times v^2 = 0/1v^2$$

پس: $E_1 = E_2 \Rightarrow 62/4 = 0/1v^2 \Rightarrow v^2 = 624 \Rightarrow v \simeq 25\frac{m}{s}$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** *(احمد مرادی‌پور)*

با توجه به شکل، ارتفاع نقاط A و B برابر است با:

$$h_A = 8m \quad , \quad h_B = \text{قطر دایره} = 2\times \text{شعاع} = 2\times 2 = 4m$$

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_f$$

$$\xrightarrow[\Delta U = mg\Delta h]{v_A = v_B \Rightarrow \Delta K = 0} \frac{5}{10}\times 10\times(4-8) = W_f \Rightarrow W_f = -20J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد خانی)*

ابتدا طبق تعریف چگالی، جرم مواد نفتی منتقل شده در هر ثانیه را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 860\times 1 = 860\,kg$$

سپس طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = 0]{\text{تندی ثابت}} W_{mg} + W_{\text{پمپ}} = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -W_{mg} \xrightarrow{W_{mg} = -\Delta U} W_{\text{پمپ}} = \Delta U = mg\Delta h$$

$$W_{\text{پمپ}} = 860\times 10\times(2700 - 2050) = 5/59\times 10^6\,J$$

اکنون با استفاده از بازده و توان متوسط خروجی، می‌توان توان متوسط ورودی را محاسبه کرد:

$$P_{av\,\text{خروجی}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{5/59\times 10^6}{1} = 5/59\times 10^6\,W$$

طبق تعریف بازده داریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{av\,\text{خروجی}}}{P_{av\,\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{av\,\text{ورودی}} = \frac{P_{av\,\text{خروجی}}}{\text{بازده}}$$

$$= \frac{5/59\times 10^6}{\frac{28}{100}} \simeq 20\times 10^6\,W$$

$$\xrightarrow{1hP = 750W} P_{av\,\text{ورودی}} = \frac{20\times 10^6}{750} \simeq 27000\,hp$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

فیزیک ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(آرمان رجب‌فیرفومنی)*

ابتدا مقدار بار الکتریکی شارش شده در مدار را از رابطهٔ $|\Delta q| = ne$ محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta q| = ne = ۵\times۱۰^{۱۸}\times ۱/۶\times۱۰^{-۱۹} = ۸\times۱۰^{-۱}C$$

برای محاسبهٔ مقدار کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی داریم:

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{|\Delta q|} \Rightarrow \Delta W = \varepsilon |\Delta q| = ۱۵\times۸\times۱۰^{-۱} = ۱۲J$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیراحمد میرسعید)*

می‌دانیم ولتاژ خروجی باتری با ولتاژ استفاده شده توسط مقاومت‌های خارجی مدار برابر است و همچنین وقتی مقاومت درونی باتری برابر با R باشد، می‌توان نوشت:

$$r = R \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{۲R+R} = \frac{\varepsilon}{۳R}$$

$$V_{\text{دو سر باتری}} = I(۲R) = \frac{\varepsilon}{۳R}\times(۲R) \Rightarrow V_۱ = \frac{۲\varepsilon}{۳}$$

وقتی مقاومت درونی باتری برابر با صفر باشد، می‌توان نوشت:

$$r = ۰ \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{۲R+۰} = \frac{\varepsilon}{۲R}$$

$$V_{\text{دو سر باتری}} = I(۲R) = \frac{\varepsilon}{۲R}\times(۲R) \Rightarrow V_۲ = \varepsilon$$

پس ولتاژ دو سر باتری از $\frac{۲\varepsilon}{۳}$ به ε تغییر می‌کند.

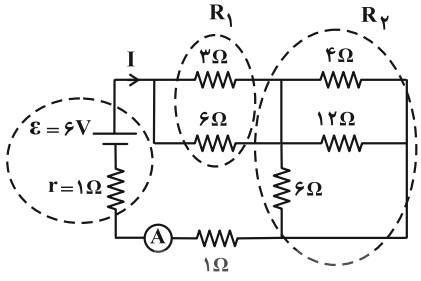
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

با افزایش مقدار مقاومت الکتریکی R، بنابر رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{r+R_{eq}} \Rightarrow I \downarrow$، جریان مدار کم می‌شود و همچنین توان مصرفی مقاومت R با توان خروجی باتری برابر است که با کم شدن جریان مدار، توان خروجی باتری، می‌تواند زیاد یا کم شود. توان تلف شده در مقاومت درونی برابر $P_{\text{تلف شده}} = rI^۲ \downarrow$ است که با کم شدن جریان، توان هم کم می‌شود. اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر با $V = \varepsilon - Ir \uparrow$ است که واضح است با کم شدن جریان، اختلاف پتانسیل دو سر باتری زیاد می‌شود و گزینهٔ (۴) درست است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*



الف) در حالت باز بودن کلید:

$$R_۱ = \frac{۳\times۶}{۳+۶} = ۲\Omega$$

$$\frac{۱}{R_۲} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۶} \Rightarrow R_۲ = ۲\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + ۱ \Rightarrow R_{eq} = ۲+۲+۱ = ۵\Omega$$

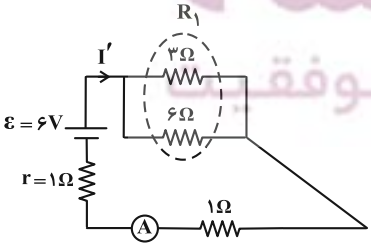
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{۶}{۵+۱} = ۱A$$

ب) در حالت بسته بودن کلید؛ با بستن کلید مقاومت‌های ۴Ω، ۱۲Ω و ۶Ω اتصال کوتاه شده و حذف می‌شوند؛

$$R_۱ = ۲\Omega$$

$$R'_{eq} = R_۱ + ۱ \Rightarrow R'_{eq} = ۲+۱ = ۳\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r} = \frac{۶}{۳+۱} = \frac{۶}{۴} = ۱/۵A$$



$$\Delta I = I' - I = ۱/۵ - ۱ = ۰/۵A$$

یعنی جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد $۰/۵A$ افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۱۵- **گزینهٔ «۴»** (محمدرضا خادمی)

هنگامی که مقدار مقاومت متغیر R_3، صفر است، یعنی آن بخش از مدار که R_3 در آن است، همانند یک سیم رسانا و بدون مقاومت است که باعث اتصال کوتاه در مقاومت R_2 خواهد شد و تنها مقاومت R_1 در مدار خواهد ماند:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\Rightarrow 6=\frac{12}{R_1}\Rightarrow R_1=2\Omega$$

هنگامی که جریان الکتریکی در مدار $2A$ است، مقدار مقاومت R_3 به سمت بی‌نهایت میل کرده است و اصلاً جریانی از آن نمی‌گذرد، یعنی دو مقاومت R_1 و R_2 سری خواهند شد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_1+R_2}\Rightarrow 2=\frac{12}{2+R_2}\Rightarrow R_2=4\Omega$$

و اکنون به ازای جریان $I=4A$، مقدار مقاومت R_3 را می‌خواهیم محاسبه کنیم و می‌دانیم دو مقاومت R_2 و R_3 با هم موازی هستند و حاصل آن‌ها با مقاومت R_1 سری خواهد بود:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow 4=\frac{12}{R_{eq}+0}\Rightarrow R_{eq}=3\Omega$$

$$R_{eq}=R_1+R_{2,3}\xrightarrow[R_1=2\Omega]{R_{eq}=3\Omega}R_{2,3}=1\Omega$$

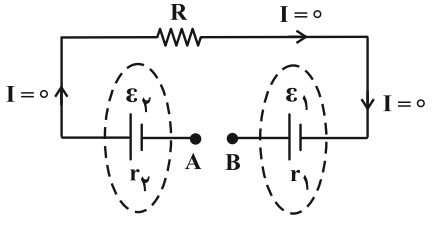
$$\Rightarrow\frac{1}{R_{2,3}}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$

$$\Rightarrow 1=\frac{1}{4}+\frac{1}{R_3}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{1}{R_3}\Rightarrow R_3=\frac{4}{3}\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** (آرمان رجب‌خیرخومنی)

ولت‌سنج مانند یک کلید باز اجازه عبور جریان را نمی‌دهد. بنابراین مدار را می‌توانیم به صورت زیر ببینیم:



$$V_A+\varepsilon_2-r_2I-RI+\varepsilon_1-r_1I=V_B$$

$$V_A+12-0-0+6-0=V_B\Rightarrow V_B-V_A=12+6=18V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۱۱۷- **گزینهٔ «۳»** (حسین الهی)

با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ می‌توان مقاومت الکتریکی وسیله را محاسبه کرد:

$$R=\frac{V^2}{P}=\frac{220^2}{200}=242\Omega$$

اگر آن را به اختلاف پتانسیل ۱۱۰ولت وصل کنیم، توان آن برابر است با:

$$P=\frac{V^2}{R}=\frac{110^2}{242}=50W=0/05kW$$

$$\Rightarrow U=P\times t=0/05\times 10=0/5kW.h$$

که گزینهٔ (۳) صحیح می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $I=\frac{V}{R}=\frac{121}{242}=0/5A$

۲) $P=\frac{V^2}{R}=\frac{55\times 55}{242}=12/5W$

۴) $P=\frac{V^2}{R}=\frac{121\times 121}{242}=60/5W$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** (محمدکاظم منشادی)

ابتدا توان مصرفی مجموعه در حالت متوالی را از انرژی و زمان داده شده به دست می‌آوریم:

$$P=\frac{U}{\Delta t}$$

$$P_{\text{متوالی}}=\frac{7/2\times 10^3 J}{5\times 60s}=24W$$

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

اکنون مقاومت معادل دو حالت را مقایسه می‌کنیم. برای مقاومت‌های متوالی، داریم:

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ \Rightarrow R_{eq} = R + R = ۲R$$

برای مقاومت‌های موازی نیز داریم: $\frac{۱}{R'_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} \Rightarrow R'_{eq} = \frac{R}{۲}$

چون ولتاژ منبع در دو حالت یکسان است، از رابطهٔ توان مصرفی مقاومت‌ها استفاده می‌کنیم:

$$P_{\text{موازی}} = \frac{V^۲}{R'}$$

$$\frac{P_{\text{موازی}}}{P_{\text{متوالی}}} = \frac{R_{\text{متوالی}}}{R_{\text{موازی}}} = \frac{۲R}{\frac{R}{۲}} = ۴ \Rightarrow P_{\text{موازی}} = ۴(۲۴) = ۹۶W$$

در پایان، رابطهٔ انرژی مصرفی را نوشته و زمان حالت دوم را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$U = P\Delta t$$

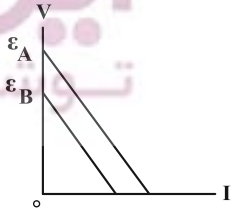
$$U_{\text{موازی}} = (۹۶W)(۲\times ۶۰s) = ۱۱۵۲۰J = ۱۱/۵۲kJ$$

پس انرژی مصرفی مجموعه در حالت موازی برابر $۱۱/۵۲kJ$ است؛ بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد خاجی)*

با توجه به موازی بودن نمودارهای زیر داریم: $r_A = r_B$



$$(P_{max})_A = ۲(P_{max})_B \xrightarrow{P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}} \frac{\varepsilon_A^۲}{۴r_A} = ۲\times\frac{\varepsilon_B^۲}{۴r_B}$$

$$\xrightarrow{r_A=r_B} \varepsilon_A^۲ = ۲\varepsilon_B^۲ \Rightarrow \varepsilon_A = \sqrt{۲}\varepsilon_B$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۷۰)

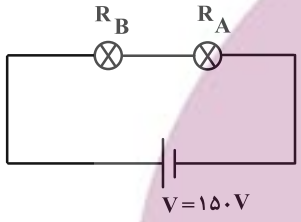
۱۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

با توجه به رابطهٔ توان مصرفی $\left(P = \frac{V^۲}{R}\right)$ برای دو لامپ A و B داریم:

$$\frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^۲ \times \frac{R_A}{R_B} \xrightarrow[V_A=V_B=۲۰۰V]{P_B=۱۲۰W\ ,\ P_A=۲۴۰W} \frac{۱}{۲} = \frac{R_A}{R_B}$$

اگر دو لامپ را به صورت متوالی به یکدیگر وصل کنیم، نسبت ولتاژ دو سر آن‌ها، برابر با نسبت مقاومت آن‌ها خواهد بود. پس:

$$\begin{cases} \frac{V'_B}{V'_A} = \frac{R_B}{R_A} = ۲ \\ V'_B + V'_A = ۱۵۰V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V'_B = ۱۰۰V \\ V'_A = ۵۰V \end{cases}$$



با توجه به ثابت بودن مقاومت هر لامپ می‌توان نوشت:

$$\frac{P'_A}{P_A} = \left(\frac{V'_A}{V_A}\right)^۲ \xrightarrow[P_A=۲۴۰W]{V'_A=۵۰V\ ,\ V_A=۲۰۰V} \frac{P'_A}{۲۴۰} = \frac{۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow P'_A = ۱۵W$$

$$\frac{P'_B}{P_B} = \left(\frac{V'_B}{V_B}\right)^۲ \xrightarrow[P_B=۱۲۰W]{V'_B=۱۰۰V\ ,\ V_B=۲۰۰V} \frac{P'_B}{۱۲۰} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow P'_B = ۳۰W$$

بنابراین توان مصرفی مجموعه برابر است با:

$$P'_T = P'_A + P'_B = ۱۵ + ۳۰ = ۴۵W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۳

۱۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی محبوب)*

آمونیاک یک باز ضعیف بوده و با حل شدن در آب یونش پیدا می‌کند و رسانایی الکتریکی محلول را زیاد می‌کند ولی انحلال اتانول، شکر و گلوکز به شکل مولکولی است و به دلیل عدم تولید یون رسانایی آب بدون تغییر باقی می‌ماند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(برگرفته از خود را بیازمایید صفحهٔ ۱۷)

۱۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(احسان روستایی)*

در حجم و دمای برابر محلول دارای غلظت یون بیشتر، رسانایی الکتریکی بیشتری دارد. با توجه به اطلاعات داده شده، غلظت یون‌های حاصل از هر محلول را تعیین می‌کنیم:

الف) $Ba(OH)_2 : ۰/۰۰۳\times۳=۰/۰۰۹ mol.L^{-1}$

ب) $HCl : ۰/۲\times۲=۰/۴ mol.L^{-1}$

پ) $NaCl : ۰/۰۰۴\times۲=۰/۰۰۸ mol.L^{-1}$

ت) $KOH : ۰/۰۰۲\times۲=۰/۰۰۴ mol.L^{-1}$

با توجه به اعداد به دست آمده، گزینهٔ (۲) درست است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(برگرفته از کتاب درسی)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

درجهٔ یونش محلول اسیدهای ضعیف با غلظت محلول رابطهٔ عکس (نمودار B) و با دمای محلول رابطهٔ مستقیم دارد. نمودار حاصل‌ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با حجم محلول مشابه نمودار A است و حاصل‌ضرب غلظت این یون‌ها با افزایش دما روند صعودی دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷ و ۳۴)

۱۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) رسانایی الکتریکی محلول دو اسید HA و HX به غلظت یون‌های حاصل از یونش این دو اسید وابسته است. از آنجا که اطلاعی از غلظت اولیه و حل شده در آب دو اسید نداریم، نمی‌توان رسانایی الکتریکی محلول آن‌ها را مقایسه کرد.

۲) غلظت مولکول‌های یونیده نشده اسید برابر است با $M-M\alpha$ که M غلظت اولیهٔ اسید و α درجهٔ یونش است. بنابراین مقایسهٔ این مورد نیز به غلظت اولیهٔ اسید وابسته است و اظهارنظر قطعی در این مورد نمی‌توان کرد.

۳) pH محلول به غلظت یون هیدرونیوم در محلول وابسته است. از آنجا که اطلاعی از غلظت اولیهٔ دو اسید نداریم بنابراین اظهارنظر قطعی در ارتباط با غلظت یون هیدرونیوم و در نتیجه pH محلول نمی‌توان کرد.

۴) ثابت یونش اسیدها، بیانگر قدرت اسیدی است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۵)

(برگرفته از خود را بیازمایید صفحهٔ ۲۴)

۱۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خواجوی‌مجد)*

غلظت یون هیدرونیوم در این محلول برابر است با:

$$[H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۱/۳}=۱۰^{-۲}\times۱۰^{۰/۷}=۵\times۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱}$$

$$K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]_{\text{تعادلی}}}\Rightarrow ۵\times۱۰^{-۲}=\frac{۵\times۱۰^{-۲}\times۵\times۱۰^{-۲}}{[HA]_{\text{تعادلی}}}$$

$$\Rightarrow [HA]_{\text{تعادلی}}=۰/۰۵ mol.L^{-۱}$$

$$[HA]_{\text{اولیه}}=۰/۰۵+۰/۰۵=۰/۱ mol.L^{-۱}$$

$$۰/۱ mol.L^{-۱}\times۰/۲۵ L\times\frac{۱۲۰ g\ HA}{۱ mol\ HA}=۳ g\ HA$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۱۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

غلظت مولکول‌های یونیده نشدهٔ اسید برابر است با $(M-M\alpha)$ که M غلظت مولی اولیهٔ اسید و α درجهٔ یونش اسید است. از آنجا که غلظت مولی اولیهٔ اسیدها برابر است، اسیدی که قوی‌تر است درجهٔ یونش بیشتری خواهد داشت و حاصل $(M-M\alpha)$ برای آن کمتر است و بالعکس. مطابق با اطلاعات کتاب درسی، از بین اسیدهای داده شده، HNO_2 و HCN به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار ثابت یونش اسیدی را دارند. بنابراین کمترین مقدار و بیشترین مقدار عبارت $(M-M\alpha)$ به ترتیب مربوط به دو اسید HNO_2 و HCN است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹، ۲۲ و ۲۳)

۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی محبوب)*

با توجه به این‌که در دمای یکسان اسید HX به مقدار بیشتری نسبت به اسید HA یونش می‌یابد، پس قدرت اسیدی بیشتری دارد و ثابت یونش آن بزرگ‌تر است (درستی گزینهٔ ۴). همچنین با توجه به نمودار مشخص است که اسید HX یک اسید قوی و HA یک اسید ضعیف است. در حالی که هیدروسیانیک اسید و نیترواسید هر دو جزو اسیدهای ضعیف محسوب می‌شوند (رد گزینهٔ ۳). درنهایت با توجه به این‌که اطلاعاتی دربارهٔ غلظت اولیه دو اسید نداریم، نمی‌توانیم با قطعیت دربارهٔ رسانایی الکتریکی و pH محلول این دو اسید اظهارنظر کنیم (رد گزینه‌های ۱ و ۲).

نکته: در صورتی که غلظت اولیهٔ دو اسید برابر باشد، به علت یونش بیشتر اسید HX در آب، غلظت یون‌ها در محلول آن بیشتر است و رسانایی الکتریکی بیشتری دارد و pH آن کوچک‌تر است و تفاوت بیشتری با pH آب خالص دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۸)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحهٔ ۱۸ و کنکور تجربی ۱۴۰۵)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

pH آب خالص در دمای اتاق ۷ است اگر ۶/۳ کاهش یابد pH محلول به ۰/۷ می‌رسد.

$$[H^+]=10^{-pH}=10^{-0/7}=10^{0/3}\times10^{-1}=2\times10^{-1}\,mol.L^{-1}$$

$$N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)$$

$$?\,g\,N_2O_5=0/5\,L\ \text{محلول}\times\frac{0/2\,mol\,H^+}{1\,L\ \text{محلول}}\times\frac{1\,mol\,N_2O_5}{2\,mol\,H^+}$$

$$\times\frac{108\,g\,N_2O_5}{1\,mol\,N_2O_5}=5/4\,g\,N_2O_5$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ و ۲۴ تا ۲۶)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

ابتدا شمار مول کلسیم هیدروکسید را به دست می‌آوریم:

$$925\times10^{-3}\,g\,Ca(OH)_2\times\frac{1\,mol\,Ca(OH)_2}{74\,g\,Ca(OH)_2}$$

$$=12/5\times10^{-3}\,mol\,Ca(OH)_2$$

از انحلال هر مول کلسیم هیدروکسید در آب، یک مول یون کلسیم و دو مول یون هیدروکسید به دست می‌آید.

$$\text{غلظت } OH^- = \frac{12/5\times10^{-3}\times2\,mol\,OH^-}{250\times10^{-3}\,L}=0/1\,mol.L^{-1}$$

از آنجا که $[H^+]\times[OH^-]=10^{-14}$ است، غلظت یون هیدرونیوم $[H^+]$ را محاسبه می‌کنیم:

$$[OH^-]\times[H^+]=10^{-14}$$

$$\xrightarrow{[OH^-]=0/1}[H^+]=10^{-13}\,mol.L^{-1}$$

در ادامه pH محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$pH=-\log[H^+]\xrightarrow{[H^+]=10^{-13}\,mol.L^{-1}}pH=13$$

برای قسمت دوم سوال داریم:

$$12/5\times10^{-3}\,mol\,Ca(OH)_2\times\frac{1\,mol\,CaF_2}{1\,mol\,Ca(OH)_2}$$

$$\times\frac{78\,g\,CaF_2}{1\,mol\,CaF_2}=975\times10^{-3}\,g=975\,mg\,CaF_2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷، ۳۰ و ۳۲)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

معادلهٔ خنثی شدن کامل اسید و باز به صورت یک طرفه است. (این عبارت در کنکور تجربی ۱۴۰۴ مطرح شد.)

$$H^+(aq)+OH^-(aq)\rightarrow H_2O(l)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست؛ از واکنش محلول هیدروکلریک اسید با سدیم هیدروکسید، آب و نمک محلول در آب سدیم کلرید تشکیل می‌شود.

۳) درست؛ گسترهٔ تغییرات pH در محلول‌های آبی $(25^\circ C)$ بین ۰ تا ۱۴ است. همان‌طور که می‌دانید هر چه غلظت یون هیدروکسید بیشتر شود، pH محلول بزرگ‌تر خواهد شد.

۴) درست

$$pH_{AOH}=pH_{DOH}+1\xrightarrow{pH=-\log[H^+]}-\log[H^+]_{AOH}$$

$$=-\log[H^+]_{DOH}+1\Rightarrow\log[H^+]_{DOH}-\log[H^+]_{AOH}=1$$

$$\Rightarrow\log\frac{[H^+]_{DOH}}{[H^+]_{AOH}}=1\Rightarrow[H^+]_{DOH}=10[H^+]_{AOH}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷، ۳۰ و ۳۱)

شیمی ۱

۱۳۱- گزینهٔ «۱» *(یاسر راش)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) با افزایش ارتفاع، جرم هوای بالای سر ما کمتر می‌شود و در نتیجه تعداد مولکول‌های هوا در واحد حجم کاهش می‌یابد. این کاهش تراکم مولکولی منجر به کاهش فشار هوا می‌شود.

۲) طبق متن کتاب درسی درست است.

۳) میانگین دمای سطح زمین ۱۴ درجهٔ سلسیوس است که در مقیاس دمای مطلق برابر ۲۸۷ کلوین است. $T = ۲۷۳ + \theta = ۲۷۳ + ۱۴ = ۲۸۷\,K$

۴) غلظت هلیم در میدان‌های گاز طبیعی به مراتب بیشتر از درصد بسیار ناچیز آن در هواکره است؛ از این‌رو، استخراج و جداسازی آن از گاز طبیعی از نظر اقتصادی و فنی کاملاً مقرون به صرفه بوده و به عنوان منبع اصلی تولید صنعتی هلیم به شمار می‌رود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

۱۳۲- گزینهٔ «۴» *(ندا حسین‌پورمقدم)*

با توجه به حاشیهٔ صفحهٔ ۵۱ کتاب درسی گزینهٔ چهارم درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) گاز آرگون، سومین گاز فراوان در هواکره است.

۲) حدود ۷۵ درصد از جرم هواکره در لایهٔ تروپوسفر قرار دارد.

۳) میانگین رطوبت هوا متغیر و در حدود یک درصد است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۱۳۳- گزینهٔ «۲» *(یاسر راش)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) اگرچه جرم مولکولی در خواص ماده نقش دارد، اما در تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع جداسازی براساس اختلاف در نقاط جوش گازها صورت می‌گیرد.

۲) در کتاب درسی ذکر شده که یکی از مهم‌ترین کاربردهای هلیم (به دلیل نقطهٔ جوش بسیار پایین و توانایی ایجاد سرمای شدید)، خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری پزشکی مانند MRI است.

۳) از سه گازی که بیشترین درصد فراوانی را در لایهٔ تروپوسفر دارند تنها $N_۲$ و $O_۲$ دو اتمی هستند.

۴) در فرایند تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع، ابتدا دما تا $-۲۰۰^\circ C$ کاهش یافته و سپس با افزایش دما، به ترتیب گاز نیتروژن، گاز آرگون و سپس گاز اکسیژن به صورت گاز جداسازی می‌شوند:

$N_۲ > Ar > O_۲$: ترتیب جداسازی

در حالی که ترتیب فراوانی این سه گاز در هواکره به صورت زیر است:

$N_۲ > O_۲ > Ar$: ترتیب فراوانی

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۳۴- گزینهٔ «۴» *(یاسر راش)*

نقطهٔ جوش نیتروژن $(-۱۹۶^\circ C)$ پایین‌تر از اکسیژن $(-۱۸۳^\circ C)$ و آرگون $(-۱۸۶^\circ C)$ است؛ بنابراین در لحظات ابتدایی قرارگیری در دمای اتاق، ابتدا گاز نیتروژن با سرعت بالا تبخیر شده و دهانهٔ لوله را پر می‌کند که به دلیل رخ ندادن واکنش سوختن به خاطر نبود $O_۲$ در محل انجام واکنش، سبب خاموش شدن آنی شعله می‌شود. با گذشت زمان و خروج بخش عمدهٔ نیتروژن و آرگون، نوبت به تبخیر اکسیژن مایع می‌رسد که افزایش غلظت آن در دهانهٔ لوله موجب افزایش شدت سوختن و شعله‌ورتر شدن کبریت نیمه افروخته دیگر می‌گردد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۱۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(پیمان خوابوی‌مهر)*

با افزایش ۳۸ کیلومتری ارتفاع در استراتوسفر، دمای هوا $57^\circ C$ افزایش یافته است یعنی به ازای هر کیلومتر، $1/5^\circ C$ افزایش دما داریم؛

(دمای انجماد آب، صفر درجهٔ سلسیوس است.)

$$T_h = 1/5h + T_\circ \Rightarrow \circ = 1/5h + (-51) \Rightarrow h = 34\,km$$

از آنجا که ارتفاع نسبت به سطح زمین خواسته شده داریم؛

$$34 + 12 = 46\,km$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱۳۶- **گزینهٔ «۴»** *(احسان روستایی)*

بررسی نادرستی گزینه‌ها؛

۱) نادرست؛ از گاز آرگون (Ar) در ساخت لامپ رشته‌ای استفاده می‌شود.

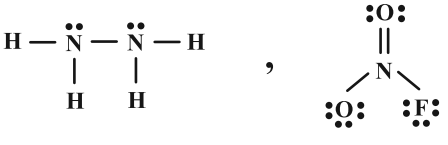
۲) نادرست؛ گاز هلیم در هوای مایع $(-200^\circ C)$ وجود ندارد.

۳) نادرست؛ گاز آرگون در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع به دست می‌آید.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۱۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

ساختار لوویس درست موارد (الف) و (پ) به صورت زیر است؛



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۱۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها؛

۲) نادرست؛ CaO یک اکسید بازی است و انحلال آن در آب باعث افزایش pH می‌شود.

۳) نادرست؛ برای کنترل میزان اسیدی بودن آب دریاچه از کلسیم اکسید استفاده می‌شود.

۴) نادرست؛ در ساختار لوویس CO یک پیوند سه‌گانه وجود دارد.

$$:C \equiv O:$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

۱۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

موازنهٔ واکنش گزینهٔ (۱)؛

$$4C_3H_5(NO_3)_3 \rightarrow 12CO_2 + 10\underline{H_2O} + 6N_2 + O_2$$

موازنهٔ واکنش گزینهٔ (۲)؛

$$2CH_4 + 2NH_3 + 3O_2 \rightarrow 2HCN + 6\underline{H_2O}$$

موازنهٔ واکنش گزینهٔ (۳)؛

$$2Cr + 6H_2SO_4 \rightarrow Cr_2(SO_4)_3 + 3SO_2 + \underline{6H_2O}$$

موازنهٔ واکنش گزینهٔ (۴)؛

$$4C_2H_5NH_2 + 15O_2 \rightarrow 8CO_2 + \underline{14H_2O} + 2N_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(یاسر راش)*

هنگام عبور پرتوهای خورشیدی از هواکره، بخشی از آن‌ها توسط هواکره بازتابیده و بخشی جذب می‌شوند و بخش دیگری به سطح زمین می‌رسد. با این حال، بخش عمدهٔ پرتوهای خورشیدی به وسیلهٔ خود زمین جذب می‌شوند و سبب گرم شدن سطح آن می‌گردند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

شیمی ۲

۱۴۱- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

مطابق متن حاشیهٔ صفحهٔ ۵۸ کتاب درسی گزینهٔ (۲) درست است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحهٔ ۵۸)

۱۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(احسان روستایی)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ با توجه به برابر بودن مجموع انرژی جنبشی ذرات می‌توان نتیجه گرفت که انرژی گرمایی برابر است.

ب) درست؛ با توجه به این‌که ظرف A با وجود مقدار مادهٔ کمتر، مجموع انرژی جنبشی برابر با ظرف B دارد پس می‌توان نتیجه گرفت، محتویات ظرف A، دما و میانگین جنبش مولکولی بیشتری نسبت به ظرف B دارد.

پ) نادرست؛ در قسمت (ب) توضیح داده شده است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

۱۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(یاسر راش)*

باید مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای آب و آلومینیم را به اندازهٔ $25^\circ C$ به دست آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{H_2O} Q_1 = 150\times 4/2\times 25 = 15750J = 15/75kJ \\ \xrightarrow{Al} Q_2 = 200\times 0/9\times 25 = 4500J = 4/5kJ \end{cases}$$

$$\Rightarrow 15/75 + 4/5 =$$ مجموعاً $20/25kJ$ انرژی لازم است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

الماس و گرافیت دگرشکل‌هایی از کربن هستند بنابراین تفاوت ساختار آن‌ها (که می‌دانیم در شیمی تفاوت ساختار تعیین کننده تفاوت رفتار است.) به تفاوت در شیوهٔ اتصال اتم‌های کربن آن‌ها برمی‌گردد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) گرافیت پایدارتر از الماس است، زیرا از سوختن یک مول از آن گرمای کمتری آزاد شده است.

۲) واکنش تبدیل گرافیت به الماس گرماگیر است:

$$C(s\ ,\ \text{گرافیت}) + 1/9kJ \rightarrow C(s\ ,\ \text{الماس})$$

۳) مطابق محاسبهٔ زیر، بر اثر سوختن $0/36$ گرم گرافیت به تقریب $11/8$ کیلوژول انرژی آزاد می‌شود:

$$0/36g\ C \times \frac{1mol\,C}{12g\,C} \times \frac{393/5kJ}{1mol\,C} \simeq 11/8kJ$$

(واکنش سوختن گرماده است.)

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد کنکرانی)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$N_2O_3 + 3H_2 \rightarrow N_2 + 3H_2O$$

تفاوت جرم فراورده‌های تولیدی به ازای ضرایب معادلهٔ واکنش:

$$(3\times 18) - 28 = 26g$$

مقدار ΔH واکنش را حساب می‌کنیم:

روش اول:

$$?kJ = 26g \text{ تفاوت جرم فراورده‌ها} \times \frac{330/6kJ}{10/4g \text{ تفاوت جرم فراورده‌ها}}$$

$$= 826/5kJ \xrightarrow{\text{گرما آزاد می‌شود}} \Delta H = -826/5kJ$$

روش دوم:

$$\frac{\text{تفاوت جرم}}{(\text{جرم مولی} \times \text{ضریب})} = \frac{Q}{|\Delta H|} = \frac{10/4}{(3\times 18) - (18)}$$

$$= \frac{330/6}{|\Delta H|} \Rightarrow |\Delta H| = 826/5kJ \Rightarrow \Delta H = -826/5kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) در هر واکنش شیمیایی به دلیل تفاوت در استحکام و آرایش پیوندهای فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها، انرژی پتانسیل سامانه دگرگون می‌شود و این تفاوت سطح انرژی اغلب به صورت مبادلهٔ گرما با محیط پیرامون، پدیدار می‌شود و محتوای انرژی مواد تغییر می‌کند.

۲) آنتالپی پیوند به مقدار انرژی لازم برای گسستن یک مول از پیوند اشتراکی معین در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی مجزا اشاره دارد.

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

۳) انرژی آزاد شده در واکنش‌های گرماده می‌تواند افزون بر انتقال انرژی گرمایی، به شکل‌های دیگری از انرژی (مثل نور و ...) نیز به محیط عرضه شود و الزامی بر انتقال تمام آن به فرم گرما وجود ندارد.

۴) تغییر حالت‌های فیزیکی مانند ذوب یا تبخیر با تغییر در برهم‌کنش‌های بین مولکولی و فاصلهٔ ذرات همراه‌اند؛ بنابراین محتوای انرژی (آنتالپی) ماده در فازهای گوناگون یکسان نبوده و هر دگرگونی فیزیکی مستلزم داد و ستد گرما است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۸)

۱۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی محبوب)*

در متان چهار پیوند $C-H$ و در آمونیاک ۳ پیوند $N-H$ داریم و برای بیان آنتالپی پیوند در این پیوندهای اشتراکی باید از میانگین آنتالپی پیوند استفاده کنیم (رد گزینه‌های ۲ و ۴). همچنین پتاسیم برمید یک ترکیب یونی است و مولکول ندارد و پیوند بین کاتیون پتاسیم و آنیون برمید در این ترکیب اشتراکی نیست و از نوع یونی است (رد گزینهٔ ۱)، پس تنها در ترکیب کربن مونوکسید برای پیوند اشتراکی $C\equiv O$ نباید واژه میانگین آنتالپی پیوند را استفاده کرد و تنها واژهٔ آنتالپی پیوند را به کار برد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(برگرفته از کنکور ۱۴۰۳ تجربی)

۱۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

با توجه به واکنش (I) آنتالپی پیوند $O-H$ برابر $\frac{۹۲۶}{۲}$ یعنی ۴۶۳ کیلوژول بر مول است. مجموع آنتالپی پیوندهای $C_۲H_۲$ برابر ۱۶۶۹ کیلوژول بر مول است.

$$۲C_۲H_۲ + ۵O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + ۲H_۲O$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\begin{array}{c}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{واکنش‌دهنده‌ها}\end{array}\right] - \left[\begin{array}{c}\text{مجموع آنتالپی پیوند}\\ \text{فراورده‌ها}\end{array}\right]$$

$$\Delta H = [۲(۱۶۶۹) + ۵(۴۹۵)] - [۴(۲)(۷۹۹) + ۲(۲)(۴۶۳)]$$

$$\Delta H = -۲۴۳۱\,kJ$$

$$?\,kJ = ۵/۶\,L\,C_۲H_۲ \times \frac{۱\,mol\,C_۲H_۲}{۲۲/۴\,L\,C_۲H_۲} \times \frac{۲۴۳۱\,kJ}{۲\,mol\,C_۲H_۲}$$

$$\simeq -۳۰۴\,kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۱۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) در ساختار ترکیب (II) گروه‌های عاملی هیدروکسیل و کتونی یافت می‌شوند و در ترکیب (I) گروه‌های عاملی هیدروکسیل، کتونی و اتری یافت می‌شود. همچنین اتانول ($C_۲H_۵OH$) نیز در ساختار خود دارای گروه عاملی هیدروکسیل است.

۲) ترکیب (I) دارای حلقهٔ بنزنی است و آروماتیک محسوب می‌شود. در ساختار آن مجموعاً ۹ اتم کربن وجود دارد که ۴ اتم کربن آن به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند بنابراین حدود ۴۵ درصد اتم‌های کربن آن دارای چنین ویژگی‌ای هستند.

۳) در ساختار ترکیب (II) یک گروه $CH_۲$ و یک گروه CH وجود دارد و این ترکیب به دلیل وجود پیوند سیرنشدهٔ $C=C$ در ساختار خود می‌تواند با هالوژنی مثل برم واکنش دهد.

۴) فرمول شیمیایی ترکیب (II)، $C_۹H_{۱۰}O_۳$ می‌باشد که آلکان هم کربن با آن $C_۹H_{۲۰}$ است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(مجید جلیل‌ناغونی)*

اگر گرمای واکنش (II) برابر A باشد، واکنش (I)، (II) و (III) را به ترتیب ضربدر ۱، ۲ و ۲ می‌کنیم. همچنین واکنش‌های (I) و (II) معکوس شده و گرمای واکنش این دو واکنش تغییر علامت می‌دهد.

$$\text{I) } ۲N_۲O_۵(g) \rightarrow ۲N_۲(g) + ۵O_۲(g) \qquad \Delta H = ۲۲\,kJ$$
$$\text{II) } ۴NO(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow ۴NO_۲(g) \qquad \Delta H = -۲A\,kJ$$
$$\text{III) } ۲N_۲(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow ۴NO(g) \qquad \Delta H = ۳۶۰\,kj$$
$$۲N_۲O_۵(g) \rightarrow ۴NO_۲(g) + O_۲(g) \qquad \Delta H = ۱۴۶\,kJ$$

بنابراین جمع گرمای واکنش‌های (I)، (II) و (III) باید برابر ۱۴۶ kJ شود.

$$۲۲ - ۲A + ۳۶۰ = ۱۴۶ \Rightarrow A = ۱۱۸\,kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

☑ دفترچهٔ پاسخ

عمومی دوازدهم

رشتهٔ ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۱۵ آبان ماه ۱۴۰۵

طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، نازنین‌فاطمه حاجیلو، سعید جعفری، ابوالفضل عباس‌زاده، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	یاسین ساعدی، آرمین ساعدپناه، امیرعلی فردین، حمیدرضا قائدامینی، معصومه ملکی، مجید همایی
دین و زندگی	محسن بیاتی، فردین سماقی، مرتضی محسنی‌کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحت‌اله استیری، آرمین رحمانی، عقیل محمدی‌روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	مسئول درس مستندسازی
فارسی	نازنین‌فاطمه حاجیلو	نازنین‌فاطمه حاجیلو	محسن اصغری مرتضی منشاری	—	فریبا رئوفی، محسن جمشیدی، مهشید سعیدی، مائده ملکی
عربی، زبان قرآن	فرهاد صالحی	فرهاد صالحی	—	آترین صبا	لیلا ایزدی، مهدی یعقوبیان وجیهه نجفی
دین و زندگی	بهنام رسولی	بهنام رسولی	امیرمهدی افشار	محمدفرحان فخاریان	سجاد حقیقی‌پور، سیدمجتبی رضازاده
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	محسن رحمانی، فاطمه نقدی	—	سپهر اشتیاقی

مدیران گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رئوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

فارسی ۳

۲۰۱- گزینهٔ «۱» *(حسین پرهیزگار- سبزوار)*

در بیت اول «غرامت» به معنی «تاوان» و در بیت دوم «وجه» به معنی «ذات، وجود» است.

(واژگان، واژه‌نامه)

۲۰۲- گزینهٔ «۱» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

گزینهٔ «۱»: «صواب» باتوجه به معنا، شکل درست است. (صواب: درست / ثواب: پاداش دینی)

بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۲»: «مهر» درست است. (مهر: محبت و عشق)

گزینهٔ «۳»: «بهر» درست است. (بهر: برایِ، به خاطرِ / بحر: دریا)

گزینهٔ «۴»: «فراغت» درست است. (فراغت: آسودگی، گشاده‌فکری / فراق: دوری)

(املا، صفحه‌های ۲۰، ۲۱، ۲۶ و ۲۷)

۲۰۳- گزینهٔ «۲» *(سعید جعفری)*

الف) هشیار مردم (مردم هشیار)، مست را حد زند: مفعولی

ب) داروغه را گوییم (به داروغه گوییم): حرف اضافه

پ) خود را وارهان: مفعولی

ت) والی را سرای (سرای والی): اضافهٔ گسسته یا همان فک اضافه

(دستور، صفحهٔ ۱۹)

۲۰۴- گزینهٔ «۴» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «ای هم‌وطنان»، نشانهٔ ندا + مناداست، بنابراین حذف فعل به قرینهٔ معنایی داریم. (ای هموطنان، [با شما هستم]؛ فکری در ره آزادی خویش بنمایید.)

گزینهٔ «۲»: آن ننگ تن [است] و کم از کفن است: حذف فعل به قرینهٔ لفظی

گزینهٔ «۳»: «ای طایر قدس» نشانهٔ ندا + مناداست، بنابراین حذف فعل به قرینهٔ معنایی داریم. (ای طایر قدس، [با تو هستم]؛ همّت (دعا) را بدرقهٔ راهم کن.)

(دستور، صفحه‌های ۱۹، ۲۶ و ۲۸)

۲۰۵- گزینهٔ «۳» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

اشاره به داستان حضرت سلیمان دارد. او انگشتری داشت که هنگام در دست داشتن آن، توانایی فرمان راندن بر تمام جهان را می‌یافت. برای مدتی این انگشتر به دست اهریمن می‌افتد و در آن مدت ادارهٔ جهان نیز با او می‌شود.

نکتهٔ مهم درسی: وجود واژهٔ «فرهاد» در گزینهٔ «۲»، به معنی تلمیح داشتن بیت به داستان شیرین و فرهاد نیست، زیرا خود این بیت از مثنوی خسرو و شیرین است که داستان شیرین و فرهاد در آن آمده است، بنابراین همان اصل داستان است نه اینکه به آن اشاره داشته باشد و تلمیح محسوب شود.

(آرایه، صفحه‌های ۱۹، ۲۰ و ۲۶)

۲۰۶- گزینهٔ «۱» *(حسن افتاده - تبریز)*

مورد (الف): «درهم و دینار» مجاز از پول

مورد (ب): «ملک آشنایی» اضافهٔ تشبیهی

مورد (ب): «مدام» ایهام: هر دو معنای ۱) همیشگی و ۲) شراب، در بیت صدق می‌کنند.

مورد (ت): پارادوکس (تناقض) در تخت مصر بودن و جای در بیت‌الحزن داشتن

مورد (ث): «ثابت قدم» کنایه از استوار بودن

(آرایه، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱، ۲۷ و ۲۸)

۲۰۷- گزینهٔ «۳» *(سعید جعفری)*

در بیت (الف) سراینده محتسب را به ریشخند می‌گیرد که پیوسته خواهان باده‌نوشی و خوشی همیشگی است.

در بیت (ب) نیز مست به خنده می‌گوید که پیراهنم را رها کن. یقهٔ من افسار اسب نیست.

در بیت (ت) مست به محتسب با لحنی گزنده و شوخ می‌گوید پیراهنم که می‌خواهی به غرامت ببری، پوسیده است و چیزی جز نقشی از نخ نیست.

(قلمرو ادبی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۲۰۸- گزینهٔ «۲» *(حسن افتاده - تبریز)*

در عصر مشروطه (شروع آن تقریباً از اواخر دوران قاجار بود) با توجه به دگرگونی‌های سیاسی و اجتماعی، غزل اجتماعی رواج یافت.

(قلمرو فکری، صفحه‌های ۲۶، ۲۸ و ۲۹)

۲۰۹- گزینهٔ «۴» *(محسن خدایی - شیراز)*

مفهوم درست گزینهٔ «۴»: برتری عقل (باطن) بر پوشش و ظاهر افراد

بررسی گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: مأمور گفت: «خانهٔ حاکم نزدیک است، به آنجا برویم». مست گفت: «از کجا می‌دانی که او در میخانه نیست؟!».

گزینهٔ «۲»: مأمور گفت: «پولی بده تا خود را از دستم رها کنی (رشوه بده)». مست گفت: «در کار شرع، نباید رشوه کرد».

گزینهٔ «۳»: مأمور گفت: «برای تاوان کاری که کرده‌ای، لباست را از تو می‌گیرم». مست گفت: «لباسم پاره و پوسیده است و چیزی از آن باقی نمانده است».

(مفهوم، صفحهٔ ۱۹)

۲۱۰- گزینهٔ «۴» *(ابوالفضل عباس‌زاده)*

الف) لازمهٔ وصال یار: تواضع و فروتنی

ب) مفهوم مشترک بیت نخست صورت سؤال و گزینهٔ «۴»: توکل به خداوند و غرق شدن در عشق به او، مانع آسیب‌پذیری می‌شود.

(مفهوم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینهٔ «۲» *(حمیدرضا قائدامینی)*

«لا عِلْمَ لَنا»: هیچ دانشی نداریم، هیچ دانشی برای ما نیست (رد گزینه‌های «۳ و ۴») / «عَلَّمتَنا»: به ما یاد داده‌ای، به ما آموخته‌ای (رد سایر گزینه‌ها)

نکات مهم درسی:

در تست‌های ترجمه، به ضمیرهای منفصل و متصل بسیار دقّت کنید.

در ترجمهٔ افعال، به صیغه و نوع فعل دقّت کنید.

(ترجمه)

۲۱۲- گزینهٔ «۲» *(حمیدرضا قائدامینی)*

«لا طاقَةَ لَنا بِهِ»: هیچ توانی نسبت به آن نداریم (رد گزینه‌های «۱ و ۳») / «لا تُحمِّلنا»: بر ما تحمیل نکن (رد گزینه‌های «۳ و ۴»)

نکتهٔ مهم درسی:

در تست‌های ترجمه، به تفاوت معنای فعل مضارع منفی و فعل نهی دقّت کنید.

در ترجمهٔ «لای» نفی جنس، معمولاً از کلمهٔ «هیچ» استفاده می‌کنیم.

(ترجمه)

۲۱۳- گزینهٔ «۴» *(یاسین ساعدی)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «فقذفوه»: پس آن را انداختند

گزینهٔ «۲»: «کُنتم لا تعلمون»: نمی‌دانستید

گزینهٔ «۳»: «لیتَ ... یعلمون»: ای کاش ... بدانند

(ترجمهٔ فعل)

۲۱۴- گزینهٔ «۲» *(معصومه ملکی)*

«الانشراح» و «الفرح» هر دو به معنای «شادمانی و گشاده‌رویی» هستند و «قِلّة (کمی)» و «کثرة (فراوانی)» با یکدیگر متضادند.

ترجمهٔ گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: راه = خوشبختی / تاریکی ≠ روشنی

گزینهٔ «۳»: دوست = دوست / چشم ≠ دست

گزینهٔ «۴»: سلامتی = لاغر / خوبی ≠ بدی

(واژگان)

۲۱۵- گزینهٔ «۲» *(امیرعلی فردین)*

معنی صحیح کلمهٔ «سوی»: به جز است.

(واژگان)

۲۱۶- گزینهٔ «۳» *(امیرعلی فردین)*

«لا» در گزینهٔ «۳» در عبارت «لا کَنزَ»، «لا»ی نفی جنس می‌باشد «لا+ اسم» ولی در گزینه‌های دیگر «لا» به همراه فعل آمده است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «لا یَسبون: دشنام نمی‌دهند فعل نفی» / گزینهٔ «۲»: «لا یَعلمون: نمی‌دانند = نفی)» / گزینهٔ «۴»: «لا یَرحَمُ = رحم نمی‌کند = نفی» در این گزینه هر دو «لا»ی نفی می‌باشند.

ترجمهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: و کسانی را که به غیر از خدا فرامی‌خوانند دشنام ندهید.

گزینهٔ «۲»: آیا کسانی که می‌دانند و کسانی که نمی‌دانند برابرند؟

گزینهٔ «۳»: هیچ گنجی بی‌نیازتر از قناعت نیست.

گزینهٔ «۴»: خدا رحم نمی‌کند به کسی که به مردم رحم نمی‌کند. (رحم نکند)

(قواعد)

۲۱۷- گزینهٔ «۲» *(مهیر همایی)*

در گزینهٔ «۲»، «لا»، حرف نفی جنس و «جَهادَ»: اسم لای نفی جنس می‌باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «لا»: نهی

گزینهٔ «۳»: «لا»: نفی

گزینهٔ «۴»: «لا»: نهی

(قواعد)

۲۱۸- گزینهٔ «۳» *(معصومه ملکی)*

ترجمهٔ عبارت گزینهٔ «۳»: «می‌دانم که هیچ سودی در دروغ نیست.»

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «لا» نفی جنس می‌باشد.

ترجمهٔ عبارت: «هیچ پیشرفتی به راحتی به دست نمی‌آید.»

گزینهٔ «۲»: «لا» نفی فعل مضارع است.

ترجمهٔ عبارت: «ضعیف همیشه مغلوب نمی‌شود.»

گزینهٔ «۴»: «لا» نفی فعل مضارع است.

ترجمهٔ عبارت: «بهتر از کسب علم را نمی‌بینم.»

(قواعد)

۲۱۹- گزینهٔ «۳» *(حمیدرضا قائدامینی)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

«لا تَمتَنِعوا»: خودداری نکنید (رد گزینهٔ «۱») / «لا یَکتُبْ»: نباید بنویسد (رد گزینهٔ «۲») / «اِجلِسْ»: بنشین (رد گزینهٔ «۴»).

نکتهٔ مهم درسی:

در تست‌های ترجمه، به تفاوت میان فعل مضارع منفی و فعل نهی دقّت کنید («لا تَمتَنِعونَ»: خودداری نمی‌کنید، «لا تَمتَنِعوا»: خودداری نکنید) به تفاوت ترجمهٔ فعل امر مخاطب و فعل امر به غایب و متکلّم بسیار دقّت کنید.

(ترجمه)

۲۲۰- گزینهٔ «۳» *(آرمین ساعدپناه)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «الأنبیاء» جمع است نه مفرد!

گزینهٔ «۲»: «الصّراط» معرفه به «ال» است نه معرفه به اضافه!

گزینهٔ «۴»: «المستقیم» صفت است نه مضاف‌الیه!

(تحلیل صرفی و اعراب)

دین و زندگی (۳)

۲۲۱- گزینهٔ «۲» *(فردین سماقی)*

بر اساس توحید در خالقیت، موجودات همه مخلوق خداوند هستند و خداوند در کار آفرینش شریک و همتایی ندارد.

(درس ۲، صفحهٔ ۱۹)

۲۲۲- گزینهٔ «۳» *(فردین سماقی)*

بر اساس توحید در ربوبیت، خداوند جهان را اداره می‌کند و آن را به سوی مقصدی که برایش معین فرموده، هدایت می‌نماید و به پیش می‌برد.

(درس ۲، صفحهٔ ۲۰)

۲۲۳- گزینهٔ «۱» *(محسن بیاتی)*

«تصور چندخدایی برای جهان» صحیح نیست چون به معنای آن است که هر کدام از آن‌ها محدود و ناقص هستند و به تنهایی نمی‌توانند کل جهان را خلق کنند؛ پس چنین خدایان ناقصی خود، نیازمند هستند و خدای واحد آفرینندهٔ کل جهان است. عبارت قرآنی «قل الله خالق کل شیء و هو الواحد القهار» به همین نکته اشاره دارد.

(درس ۲، صفحه‌های ۲۱ و ۲۳)

۲۲۴- گزینهٔ «۳» *(محسن بیاتی)*

حضرت علی (ع) می‌فرمایند: خدای من! مرا این عزت بس که بندهٔ تو باشم و این افتخار بس که تو پروردگار منی.

پروردگاری خداوند با توحید در ربوبیت ارتباط مفهومی دارد.

(درس ۲، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

۲۲۵- گزینهٔ «۳» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

هرکسی که در زندگی خود از فرمان‌های خدا اطاعت کند، گام در مسیر توحید عملی گذاشته است. چنین فردی می‌کوشد تمایلات درونی، تصمیم‌ها و فعالیت‌های خود را در جهت خواست و رضایت الهی قرار دهد؛ مثلاً در انتخاب همسر، شغل، دوست، در چگونگی تحصیل، تفریح، ورزش و حتی در انتخاب نوع پوشش و به طور کلی در تمام برنامه‌های روزانهٔ خود خدا را در نظر می‌گیرد و تلاش می‌کند از دایرهٔ فرمان‌های او خارج نشود.

(درس ۳، صفحهٔ ۳۲)

۲۲۶- گزینهٔ «۳» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

افکار و اعتقادات هر فرد مهم‌ترین عامل در تعیین هدف‌ها و رفتارهای اوست، مثلاً اگر کسی پذیرفت و ایمان پیدا کرد که سعادت بشر در کسب ثروت است و انسان فقط با لذات مادی خوشبخت می‌شود، به‌طور طبیعی، زندگی خود را صرف رسیدن به همین هدف می‌کند. بازتاب توحید در زندگی، توحید عملی است یعنی وقتی انسان خدا را به عنوان خالق جهان پذیرفته است و ایمان دارد که او پروردگار هستی است، رفتاری متناسب با این اعتقاد خواهد داشت و جهت زندگی خود را به سوی خدا قرار خواهد داد.

(درس ۳، صفحهٔ ۳۱)

۲۲۷- گزینهٔ «۲» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

در بعد فردی توحید عملی می‌خوانیم، انسان موحّد، چون زندگی خود را بر اساس رضایت خداوند تنظیم کرده و پیرو فرمان‌های اوست، شخصیتی ثابت و پایدار دارد و برخوردار از آرامش روحی است.

(درس ۳، صفحهٔ ۳۳)

۲۲۸- گزینهٔ «۱» *(میثم هاشمی)*

مهم‌ترین رکن یک جامعه، حکومت آن است.

سایر موارد صحیح هستند.

(درس ۳، صفحهٔ ۳۵)

۲۲۹- گزینهٔ «۲» *(میثم هاشمی)*

آیهٔ «یا أیها الذین آمنوا لا تتخذوا عدوی و عدوکم أولیاء تلقون إلیهم بالمودة و قد کفروا بما جاءکم من الحق: ای کسانی که ایمان آورده‌اید دشمن من و دشمن خودتان را دوست نگیرید [به گونه‌ای] که با آنان مهربانی کنید. حال آنکه آنان به دین حقی که برای شما آمده است، کفر ورزیده‌اند.» با گزینهٔ «۲» مفهوم مشترک دارد.

(درس ۱، صفحهٔ ۳۵)

۲۳۰- گزینهٔ «۱» *(میثم هاشمی)*

«منَ الناس من یعبدُ الله علی حرفٍ فإن أصابه خیرٌ اطمانَّ به و إن أصابته فتنة انقلب علی وجهه خسر الدنیا و الآخرة ذلک هو الخسران المبین: از مردم کسی هست که خدا را بر یک جانب و کناره‌ای [تنها به زبان و هنگام وسعت و آسودگی] عبادت و بندگی می‌کند، پس اگر خیری به او رسد، دلش به آن آرام می‌گیرد و اگر بلایی به او رسد، از خدا رویگردان می‌شود، او در دنیا و آخرت [هر دو]، زیان می‌بیند. این همان زیان آشکار است.»

سرنوشت این گروه را زیان دیدن هم در دنیا و هم در آخرت است.

(درس ۳، صفحهٔ ۳۴)

ایران توشه — توشه‌ای برای موفقیت

زبان انگلیسی ۳

۲۳۱- گزینهٔ «۱» *(رحمت‌اله استیری)*

نکتهٔ مهم درسی:

نقش "he" برای فعل "see" مفعولی است، پس نیاز به ساختار مجهول داریم (رد گزینه‌های «۲ و ۳»). از سوی دیگر، ساختار "I don't think" جمله را منفی می‌کند، پس "tag" در انتهای جمله باید مثبت باشد (رد گزینه‌های «۲ و ۴»). در ضمن، جمله بعد از "since" نباید برای ساخت "tag" ملاک قرار بگیرد (رد گزینه‌های «۲ و ۳»).

(گرامر)

۲۳۲- گزینهٔ «۱» *(رحمت‌اله استیری)*

نکتهٔ مهم درسی:

فاعل اصلی این جمله "the youngest of his three children" (کوچک‌ترین فرزند از میان سه فرزندش) است که مشخصاً مفرد است (رد گزینهٔ «۲»). از سوی دیگر، نقش این فاعل برای فعل "remember" به معنای «به یاد آوردن» مفعولی است. در نتیجه، نیاز به ساختار مجهول داریم (رد گزینه‌های «۳ و ۴»).

(گرامر)

۲۳۳- گزینهٔ «۳» *(رحمت‌اله استیری)*

نکتهٔ مهم درسی:

نقش "few people" برای فعل "regard" به معنای «به حساب آوردن» فاعلی است، پس نیاز به ساختار معلوم داریم (رد گزینه‌های «۲ و ۴»). از سوی دیگر، کلمهٔ "few" باعث می‌شود که جمله منفی شود. در نتیجه، "tag" در انتهای جمله باید مثبت شود (رد گزینه‌های «۱ و ۲»).

(گرامر)

۲۳۴- گزینهٔ «۳» *(آرمین رحمانی)*

ترجمهٔ جمله: «بلاتکلیفی وضعیت همه را عصبی کرده بود زیرا هیچ کس دقیقاً نمی‌دانست چه اتفاقی خواهد افتاد.»

۱) احساس ۲) توافق

۳) بلاتکلیفی ۴) الهام

(واژگان)

۲۳۵- گزینهٔ «۱» *(رحمت‌اله استیری)*

ترجمهٔ جمله: «مصاحبه‌کننده از سؤالات ساده‌ای برای استخراج اطلاعات در مورد تجربیات قبلی و مهارت‌های داوطلب استفاده کرد.»

۱) استخراج کردن ۲) تأیید کردن

۳) مکث کردن ۴) پاسخ دادن

(واژگان)

۲۳۶- گزینهٔ «۲» *(رحمت‌اله استیری)*

ترجمهٔ جمله: «بسیاری از دانش‌آموزان سخت کار می‌کنند زیرا معتقدند که یک آموزش خوب می‌تواند به آن‌ها در دستیابی به اهداف آینده‌شان کمک کند.»

۱) راه‌حل ۲) آموزش

۳) ترکیب ۴) مجموعه

(واژگان)

ترجمهٔ متن درک مطلب:

احترام احساس یا رفتاری مثبت است که نسبت به شخص یا چیزی که مهم تلقی می‌شود یا ارزش و جایگاه بالایی دارد، نشان داده می‌شود. احترام بیانگر نوعی تحسین نسبت به ویژگی‌های خوب یا ارزشمند است. همچنین، احترام فرایندی است که در آن با نشان دادن مراقبت، توجه و در نظر گرفتن نیازها یا احساسات فرد، او را گرامی می‌داریم.

برخی افراد ممکن است با کمک به دیگران یا ایفای نقش‌های مهم اجتماعی، احترام دیگران را به دست آورند. در بسیاری از فرهنگ‌ها، افراد شایستهٔ احترام دانسته می‌شوند، مگر اینکه خلاف آن را ثابت کنند. رفتارهای نشان‌دهندهٔ احترام می‌توانند شامل کلمات و عبارت‌های ساده‌ای مانند «متشکرم» در کشورهای غربی یا «ناماسته» در شبه قارهٔ هند باشند. همچنین، نشانه‌های فیزیکی ساده‌ای مانند کمی خم‌شدن، لبخندزدن، تماس مستقیم چشمی یا یک دست‌دادن ساده نیز می‌توانند نشان دهندهٔ احترام باشند؛ بااین‌حال، این رفتارها ممکن است بسته به بافت فرهنگی، برداشت‌ها و معانی کاملاً متفاوتی داشته باشند.

در فرهنگ‌های اسلامی، روش‌های گوناگونی برای نشان‌دادن احترام به دیگران وجود دارد. برای مثال، بوسیدن دست پدر و مادر، پدربزرگ و مادربزرگ و معلمان توصیه شده است. همچنین در سخنان منسوب به پیامبر اسلام حضرت محمد (ص) نقل شده است که اگر افراد با لبخند به چهرهٔ والدین خود نگاه کنند، خداوند قطعاً در برابر این کار به آنان موفقیت و شادی پاداش خواهد داد. البته، نشان‌دادن احترام تنها به دین اسلام محدود نمی‌شود.

۲۳۷- گزینهٔ «۳» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «از متن می‌توان فهمید که ...»

«ما به نیازها و احساسات کسانی که به آن‌ها احترام می‌گذاریم، اهمیت می‌دهیم.»

(درک مطلب)

۲۳۸- گزینهٔ «۱» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «کلمه "interpretations" که در پاراگراف ۲ زیر آن خط کشیده شده است، از لحاظ معنایی به ... نزدیک‌ترین است.»

«"meanings" (معانی)»

(درک مطلب)

۲۳۹- گزینهٔ «۱» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «طبق متن، کدام یک از موارد زیر درست است؟»

«شما دیگران را شایستهٔ احترام می‌دانید تا زمانی که نشان دهند که شایستهٔ آن نیستند.»

(درک مطلب)

۲۴۰- گزینهٔ «۴» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «متن احتمالاً با بحثی در مورد ... ادامه پیدا می‌کند.»

«روش‌های نشان دادن احترام در برخی مذاهب دیگر»

(درک مطلب)

ایران توشه

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۱۵ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
ویراستاران مستندسازی	بیتا مرادی، پریا اقبالی
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حامد کریمی، حمید گنجی، رامتین شمشکی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

متن صورت سؤال با تضادگذاری میان ویروس‌ها به شکل عوامل خارجیِ بیگانه و سرطان به شکل خطاهای داخلیِ ژنتیکی، دقیقاً در حال تبیین این موضوع است که چرا رویکرد سنّتی واکسیناسیون برای سرطان ناکارآمد است. عبارت «بزرگ‌ترین مانع ساخت واکسن است» در انتهای متن، تأکید نهایی بر مقایسهٔ دشواری‌های این دو حوزه است. گزینه‌های دیگر یا تنها به بخش کوچکی از متن اشاره دارند (مانند خودایمنی که صرفاً یک پیامد است) یا به‌کل از حیطهٔ بحث متن خارج هستند.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

متن به‌صراحت بیان می‌کند که تفاوت‌های ظاهری (طول مو) ریشه در نیازهای بقا و تکامل (شکار، مدیریت حرارتی، نمایش باروری) دارد؛ بنابراین ظاهر کنونی ما «به‌طور کامل بی‌نسبت» با تاریخ تکامل نیست، بلکه بازتابی از آن است.

دیگر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: متن بیان می‌کند کوتاهی مو برای «کاهش» انگل‌ها بوده است، نه اینکه انگل‌ها در موی کوتاه رشد بهتری دارند.

گزینهٔ «۲»: متن ادّعایی دربارهٔ ناتوانی در مشاهدهٔ ویژگی‌های ژنتیکی یا تغییر ظاهر ندارد.

گزینهٔ «۴»: متن درباره مدیریت گرمای بدن برای مردان صحبت کرده است، نه زنان.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

متن با معرفی انواع منابع (چوبی و بازیافتی)، روش‌های مختلف (جداسازی الیاف، افزودن مواد معدنی، آهارزنی) و کارکردهای متنوع (کتاب عمومی، کتاب نفیس/تصویری)، نشان می‌دهد که فرآیند تولید کاغذ تنوّع بالایی دارد و به یک روش یا محصول واحد محدود نیست.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

متن صراحتاً در جمله‌ی پایانی بیان می‌کند که تفاوت در درصد رطوبت بافت، مستقیماً بر دو عامل «میزان غلظت کالری در واحد وزن» و «طعم» آن‌ها اثر می‌گذارد. گزینهٔ «۲» با مفاد متن در تضاد است و گزینه‌های «۳» و «۴» ادعاهایی مطرح کرده‌اند که در متنِ ارائه‌شده هیچ مبنای منطقی یا توصیفی ندارند.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۲» *(حامد کریمی)*

متن بر نبودِ «آینهٔ زنده»، یعنی منبع مستقیم و زنده و همچنین ماهیت «فرضی» بودن زبان بازسازی‌شده استوار است. عبارت «ما تنها سایه‌هایی را از یک حقیقتِ ازدست‌رفته در اختیار داریم»، دقیق‌ترین استعاره برای توصیف وضعیتی است که در آن زبان اصلی وجود ندارد و ما تنها از طریق «بازسازی» که نوعی بازنمایی غیرمستقیم است، به آن می‌رسیم.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۱» *(حامد کریمی)*

عبارت «در واقع، تبلیغات به‌جای پاسخ به نیازهای واقعی، ...» نیازمند یک نتیجه‌گیری است که بر اساس مقدّمات قبلی، یعنی سوگیری شناختی و اختلال در تصمیم‌گیری ساخته شده باشد. گزینهٔ «۱» نیز مستقیماً به «سوگیری‌های شناختی» که در واقع همان نقص‌ها یا «نقاط ضعف سیستم پردازش اطلاعات مغز» هستند، اشاره می‌کند.

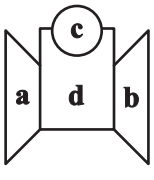
(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۲» *(حامد کریمی)*

ساختار متن از «توصیف اثرات مثبت» کاهش گازهای گلخانه‌ای، بهبود کیفیت هوا و کاهش فشار بر زیستگاه‌ها شروع شده و با واژهٔ ربط «با این حال» به یک چرخش منطقی می‌رسد. پس از «با این حال»، متن حتماً باید یک جنبهٔ منفی، محدودکننده یا متفاوت را بیان کند که گزینهٔ «۲» با استفاده از کلمهٔ «گذار» دقیقاً همان چرخش معنایی را ایجاد می‌کند؛ یعنی می‌گوید این بهبودها دائمی نبودند و با بازگشت فعالیت‌ها، اثرات مثبت از بین رفته‌اند.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۴» *(حمید کنعی)*



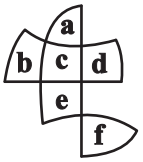
در الگوی صورت سؤال $a \times b = c + d$ است؛ یعنی داریم:

$$۶ \times ۸ = ۳۰ + ? = ۴۸ \Rightarrow ? = ۱۸$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

ایران توشه
توشه ایرانی برای موفقیت

۲۵۹- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

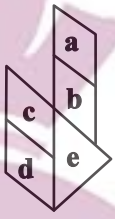


در الگوی صورت سؤال، $a+b+d=c+e+f$ است؛ یعنی داریم:

$$۲+?+۸=۲+۵+۱۰\Rightarrow ?=۷$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

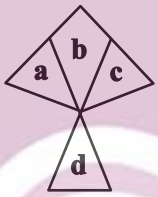


در الگوی صورت سؤال، $(a-b)+(c-d)=e$ است؛ یعنی داریم:

$$(۱۱-۴)+(۸-۲)=?\Rightarrow ?=۷+۶=۱۳$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۴» *(حمید کنبی)*



در الگوی صورت سؤال، بزرگترین شمارندهٔ مشترک (ب.م.م) a، c و d در b نوشته می‌شود، یعنی داریم:

$$۳۲=۴\times۸\quad ,\quad ۵۶=۷\times۸$$

$$۲۴=۳\times۸\Rightarrow ?=۸$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۴» *(فرزاد شیرممدلی)*

اگر قیمت خرید را x و قسمت فروش را y درنظر بگیریم، طبق سؤال مقدار سود برابر با $۰/۲y$ است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$y=x+۰/۲y\Rightarrow ۰/۸y=x\Rightarrow y=\frac{۱۰}{۸}x=\frac{۱۲۵}{۱۰۰}x$$

اگر فروشنده کالا را به قیمت ۱۰۰ واحد خریده باشد، قیمت فروش ۱۲۵ بوده (دقت کنید ۲۵٪ فروش سود است) و قیمت ۵ درصد از خرید یعنی ۵ واحد کم کرده، یعنی ۱۲۰ واحد فروخته است. پس قیمت فروش نسبت به خرید، $\frac{۱۲۰}{۱۰۰}$ بوده است. یعنی سود بیست درصدی.

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرممدلی)*

کارگرها قرار بوده کار باقی‌مانده را در سه روز هشت ساعته، یعنی $۳\times۸=۲۴$ ساعت تمام کنند. تعداد کارگرها $\frac{۶}{۸}$ شده است، پس باید هر کارگر $\frac{۸}{۶}$ سابق کار کند، یعنی $\frac{۸}{۶}\times۲۴=۳۲$ ساعت کار در مجموع. چون ۳ روز داریم، هر کارگر لازم است $\frac{۳۲}{۳}\simeq ۱۰/۶۷$ ساعت کار کند.

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرممدلی)*

اگر هر کیلوگرم انجیر ○ واحد پولی باشد، هر کیلوگرم گردو $\frac{۳}{۲}$○ و هرکیلوگرم هلو $\frac{۹}{۲}$○ قیمت داشته است. پس داریم:

$$(\frac{۳}{۲}+۲\times\frac{۹}{۲}+۳)\times○=۱۰۸\Rightarrow ○=\frac{۱۰۸}{\frac{۲۷}{۲}}=۸$$

پس هر کیلوگرم انجیر ۸، هر کیلوگرم گردو ۱۲ و هر کیلوگرم هلو ۳۶ واحد پولی ارزش داشته است.

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرممدلی)*

دو کیلوگرم هلو، پنج هلو است و هر کیلوگرم طبق پاسخ قبلی ۳۶ واحد پولی. پس قیمت هر هلو به‌طور میانگین برابر است با:

$$\frac{۷۲}{۵}=۱۴/۴$$

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

در الگوی صورت سؤال در هر ردیف داریم:

رنگی = رنگی + رنگی

سفید = سفید + رنگی

رنگی = سفید + سفید

(الگوهای تصویری غیرخطی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

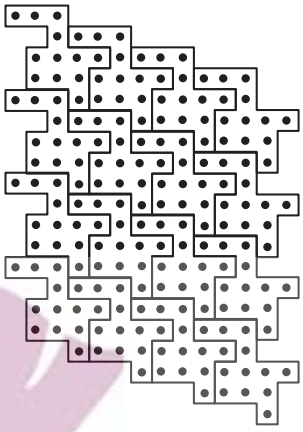
بخش‌های مشترک شکل‌های ردیف‌های اول و دوم در هر ستون، در ردیف سوم رسم شده است.

(الگوهای تصویری غیرخطی، هوش غیرکلامی)

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۲۶۸- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

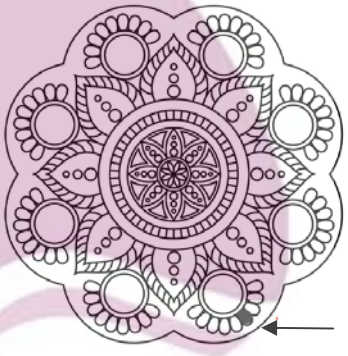
شکل مدّنظر:



(الگوهای تصویری غیرلفظی، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۳» *(رامتین شمشکی)*

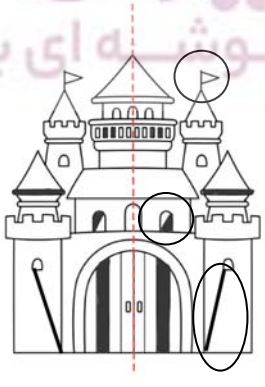
آن بخش شکل صورت سؤال که نیاز به تصحیح دارد:



(قرینه‌یابی و دوران، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۳» *(رامتین شمشکی)*

آن بخش‌های شکل سمت راست که نسبت به سمت چپ تقارن ندارد:



(قرینه‌یابی و دوران، هوش غیرکلامی)

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت