



آزمون ۳۰ آبان ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	دانیال آرکیش-شاهین پروازی-احمد حسن زاده فرد-روح اله حسنی-امیر مهدی حقیقت پور-افشین خاصه خان-سینا خیر خواه-محمد زنگنه-حمید علیزاده-کیان کریمی خراسانی-محمد کریمی-مهسان گودرزی-حامد معنوی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-رضا توکلی-روح اله حسنی-افشین خاصه خان-مصطفی دیداری-سوکند روشنی-ایمان ساریخانی-علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-عزیزاله علی اصغری-احمد رضا فلاح-نرگس کارگر-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس-محمد ناری ایبانه
فیزیک	محمد احمدی-مهران اسماعیلی-حسین الهی-ریحانه آزادیان-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-محمد رضا خادمی-مسعود خندان-رحمت اله خیراله زاده سماکوش-مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-امیر احمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری-محمد رضا نصیری-ابوالفضل نکومنی نژاد
شیمی	هدی بهاری پور-امیر علی بیات-علیرضا بیانی-محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-ندا حسین پورمقدم-پیمان خواجوی مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-مینا سیدحسینی-حسین شاهسواری-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنونی-مجتبی محبوب-مهرشاد میرزامحمدی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	دانیال ابراهیمی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب مریم زارعی مهرداد ملوندی یاسین کشاورزی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرت کمپور زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیر علی بیات
ویراستاری رتبه های برتر	سینا صالحی امید بهزاد پور امیر حسین کردباغ	آرین غلامی محمد پارسا سبزه‌ای	آرین غلامی محمد پارسا سبزه‌ای	سینا صالحی امیر رضا مرادی	کامیار حقیقت دوست فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدتیا-احسان میرزینلی-فرشته کمبرانی-سجاد سلیمی			کیان مکی ابراهیم نوری	پریا اقبالی پارسا باتقوا

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

(مفهم زکنه)

$$\sin 2x - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x$$
 داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \Rightarrow x = 0, 2\pi \\ 2x = (2k+1)\pi - x \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

مجموع جوابها در بازه $[0, 2\pi]$ برابر می شود با:

$$0 + 2\pi + \frac{\pi}{3} + \pi + \frac{5\pi}{3} = 5\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۳۴)

۲- گزینه «۲»

(مهمان کوردوزی)

می دانیم جواب کلی معادله $\cos \alpha = -1$ برابر با $\alpha = (2k+1)\pi$ است.

$$\pi \sin x = (2k+1)\pi \Rightarrow \sin x = 2k+1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$
 پس داریم:

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2k+1 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq k \leq 0 \Rightarrow k = -1, 0$$

با توجه به مقادیر k سینوس می تواند ± 1 باشد، پس داریم:

$$\sin x = -1 \xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin x = 1 \xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} \text{بدون جواب}$$

بنابراین معادله در بازه مذکور، فقط یک جواب دارد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۱)

۳- گزینه «۴»

(مهمان کوردوزی)

باید صورت معادله صفر باشد به شرطی که مخرج مخالف صفر شود.

$$\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ جوابها برابر می شوند با:

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{5\pi}{4}$ حاصل $\cos(x + \frac{\pi}{4})$ برابر $\cos \frac{\pi}{2}$

و $\cos \frac{3\pi}{2}$ می شود که هر دو صفر هستند پس فقط $\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ قابل قبولند

که این دو زاویه هم روی دایره مثلثاتی روبه روی هم قرار دارند

(اختلافشان π است) پس جواب کلی به صورت $k\pi + \frac{3\pi}{4}$ یا $k\pi + \frac{7\pi}{4}$

است که معادل آن در گزینه ها $k\pi - \frac{\pi}{4}$ می باشد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۳۵ تا ۴۱)

۴- گزینه «۱»

(امیر حسن زاده فرد)

با تغییر متغیر $t = \sin x$ معادله را حل می کنیم:

$$9t^2 - 9t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 180}}{18} = \frac{9 \pm 15}{18}$$

$$\begin{cases} t = \sin x = 5 & \text{غ ق} \\ t = \sin x = -\frac{2}{3} = -\frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

بنابراین در بازه $(0, 2\pi)$ ، تنها دو مقدار $\frac{7\pi}{6}$ ، $\frac{11\pi}{6}$ قابل قبول است که

اختلاف آن دو $\frac{2\pi}{3}$ می شود.

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۴۰)

۵- گزینه «۳»

(غلامرضا نیازی)

با توجه به صورت سوال داریم:

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$\frac{\sin x \neq -1}{\cos x \neq -1} \rightarrow \cos x(1 + \cos x) = \sin x(1 + \sin x)$$

$$\Rightarrow \cos x + \cos^2 x = \sin x + \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \sin x - \cos x$$

$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = \sin x - \cos x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \cos x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ \cos x + \sin x = -1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow x = \pi \text{ غ ق ق } (\cos \pi = -1) \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ غ ق ق } (\sin \frac{3\pi}{2} = -1) \end{cases}$$

پس معادله دارای دو جواب قابل قبول $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ در این بازه است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۱)

۶- گزینه «۳»

(پوئانش نیکنام)

ابتدا معادله را ساده تر می‌کنیم:

$$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = \cos x \Rightarrow 1 + \sin x = \cos x - \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0 \quad (1)$$

سپس از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\sin x - \cos x = t \xrightarrow{\text{توان } 2} 1 - 2 \sin x \cos x = t^2$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1 - t^2}{2}$$

$$\xrightarrow{(1)} t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ یا } t = 3 \text{ (ق ق)}$$

$$\sin x - \cos x = -1 \xrightarrow{\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})}$$

$$\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = -1 \Rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \xrightarrow{[-\pi, 2\pi]} x = -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{4} = (2k+1)\pi - \frac{5\pi}{4} \xrightarrow{[-\pi, 2\pi]} x = 0, 2\pi \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های مورد نظر برابر می‌شود با 3π .

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۱)

(ممیر علیزاده)

۷- گزینه «۲»

با توجه به شکل داریم:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\cot \beta = \tan 3\alpha = \tan(\alpha + 2\alpha)$$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan 2\alpha}{1 - \tan \alpha \tan 2\alpha} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}} = \frac{\frac{11}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{11}{2} = 5.5$$

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۴۳)

(موسان کوروزی)

۸- گزینه «۳»

ابتدا $\tan(30^\circ - x)$ را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$(30^\circ - x) + (x + 15^\circ) = 45^\circ \Rightarrow \tan[(30^\circ - x) + (x + 15^\circ)] = \tan 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(30^\circ - x) + \tan(x + 15^\circ)}{1 - \tan(30^\circ - x) \tan(x + 15^\circ)} = 1$$

$$\Rightarrow -11 < 4k < 9 \Rightarrow -\frac{11}{4} < k < \frac{9}{4}$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -2, -1, 0, 1, 2 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{20}, -\frac{3\pi}{20}, \frac{\pi}{20}, \frac{\pi}{4}, \frac{9\pi}{20}$$

به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ ، $\tan 2x$ تعریف نمی شود پس این جواب قابل قبول نیست.

بنابراین مجموع ریشه های قابل قبول معادله در بازه مذکور برابر است با:

$$\left(-\frac{7\pi}{20}\right) + \left(-\frac{3\pi}{20}\right) + \frac{\pi}{20} + \frac{9\pi}{20} = 0$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۴۱ تا ۴۴)

(شاهین پروازی)

۱۰- گزینه «۲»

برای پیدا کردن نقطه برخورد نمودار دو تابع f و g ، معادله $f(x) = g(x)$

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = |\tan x| \Rightarrow \frac{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x}{\sin 2x = 2\sin x \cos x} \Rightarrow \frac{2\sin^2 x}{2\sin x \cos x} = |\tan x| \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = |\tan x| \quad (*)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \\ \tan x = -\tan \frac{x}{2} = \tan\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow x = k\pi - \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} \begin{cases} x = 0, 2\pi \\ x = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi \end{cases}$$

دقت کنید که با توجه به دامنه توابع f و g باید $\sin x \neq 0$ و $\cos x \neq 0$

و همچنین به دلیل رابطه (*) باید $\tan \frac{x}{2} > 0$ باشد. پس تنها جواب قابل

قبول $x = \frac{2\pi}{3}$ است و داریم:

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۴۱ و ۴۲)

طبق فرض مسئله $\tan(x + 15^\circ) = \frac{3}{4}$ می باشد، پس:

$$\Rightarrow \frac{\tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4}}{1 - \tan(30^\circ - x) \times \frac{3}{4}} = 1$$

$$\Rightarrow \tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{4} \tan(30^\circ - x)$$

$$\Rightarrow \tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4} \tan(30^\circ - x) = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4} \tan(30^\circ - x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \tan(30^\circ - x) = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \cot(30^\circ - x) = 7$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه های ۴۲ و ۴۳)

(روح اله حسینی)

۹- گزینه «۴»

می دانیم $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ ؛ طبق فرض داریم:

$$(\tan 3x + 1)(\tan 2x + 1) = 2$$

$$\tan 3x \cdot \tan 2x + \tan 3x + \tan 2x + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \tan 3x + \tan 2x = 1 - \tan 3x \tan 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\tan 3x + \tan 2x}{1 - \tan 3x \tan 2x} = 1 \Rightarrow \tan(3x + 2x) = 1$$

$$\Rightarrow \tan \Delta x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{\Delta} + \frac{\pi}{20} = \frac{(4k+1)\pi}{20}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

چون $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ پس:

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{(4k+1)\pi}{20} < \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\times \frac{20}{\pi}} -10 < 4k+1 < 10$$

ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۴»

(سینا فیرفواه)

طبق تعریف، تابع همانی $f(x) = x$ و تابع ثابت $g(x) = c$ را در نظر می گیریم:

$$g(fx) + 2f(1-x) = 4 - 3x \Rightarrow c + 2(1-x) = 4 - 3x$$

$$\Rightarrow c + 2 - 2x = 4 - 3x \Rightarrow c = 1 \Rightarrow \begin{cases} g(1) = c = 1 \\ f(-2) = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f(-2)}{g(1)} = -\frac{2}{1} = -2$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

۱۲- گزینه «۳»

(فامر معنوی)

توجه کنید که $1-k$ ریشه مخرج است. پس:

$$2(1-k) - a = 0 \Rightarrow a = 2(1-k) \Rightarrow f(x) = \frac{12 + 2kx}{2x - 2(1-k)}$$

به ازای $1-k \neq x$ ، نمودار تابع f منطبق بر نمودار تابع ثابت $y = k$ است. پس:

$$\frac{12 + 2kx}{2x - 2(1-k)} = k \Rightarrow 6 + kx = kx - k(1-k)$$

$$\Rightarrow -k + k^2 = 6 \Rightarrow k^2 - k - 6 = 0 \Rightarrow (k-3)(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=3 & \text{غ ق ق} \\ k=-2 \Rightarrow a=2(1-k)=2(1+2) \Rightarrow a=6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+k=6-2=4$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

۱۳- گزینه «۴»

(دانیال آرکیش)

ابتدا نمودار تابع را یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می دهیم:

$$y_{\text{جدید}} = |x| - 2 + 1 = |x| - 1$$

حال نمودار تابع جدید را ۴ واحد به طرف x های منفی منتقل می کنیم، یعنی

$$y_{\text{جدید}} = |x+4| - 1 \quad \text{به جای } x, (x+4) \text{ قرار می دهیم:}$$

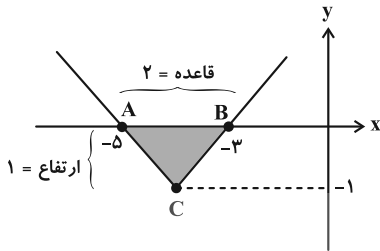
برای به دست آوردن مساحت مورد نظر، نمودار تابع $y = |x+4| - 1$ را

$$x = -4 \Rightarrow y = |-4+4| - 1 = -1$$

رسم می کنیم.

$$y=0 \Rightarrow |x+4| - 1 = 0 \Rightarrow |x+4| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+4=1 \Rightarrow x=-3 \\ x+4=-1 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$



$$\Delta_{ABC} \text{ مساحت} = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۱۴- گزینه «۲»

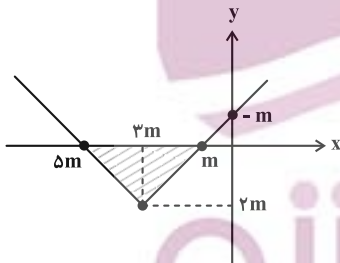
(فامر معنوی)

$$f(x) = 0 \Rightarrow |x-3m| + 2m = 0$$

توجه کنید که:

$$\Rightarrow |x-3m| = -2m \xrightarrow{m < 0} \begin{cases} x-3m = -2m \Rightarrow x = m \\ x-3m = 2m \Rightarrow x = 5m \end{cases}$$

$$f(0) = |-3m| + 2m = -m, \quad f(3m) = 2m$$



$$S_{\text{هاشورخوده}} = \frac{(-4m)(-2m)}{2} = 4m^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{36} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{6} & \text{غ ق ق} \\ m = -\frac{1}{6} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$m = -\frac{1}{6} \Rightarrow f(x) = |x + \frac{1}{2}| - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(\frac{1}{3}) = |\frac{1}{3} + \frac{1}{2}| - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

- فاقد حرف «ش» در این حالت، باید از هر سه حرف «ت»، «ب» و «ز» استفاده کنیم که تعدادشان $6 = 3!$ است.
جواب نهایی $42 = 6 + 36$ است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(غلامرضا نیازی)

۱۹- گزینه «۴»

$W = \text{مهرة سفید}$ $b = \text{مهرة سیاه}$

(هر سه سفید کنار هم باشند) = متمم حالات مطلوب

= تعداد حالات قرار گرفتن مهره‌ها به‌طوری که ۳ مهره سفید کنار هم باشند

$3! \times 6 = b, b, b, b, b, w$

$8!$ = کل حالات قرار گرفتن مهره‌ها کنار هم

$6! \times 6 - 6! \times 3! = 8! - 6! \times 3! = 6! \times 6$ = حالات مطلوب

$36000 = 50 \times (6!) = 50 \times 720 = 36000$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(سینا غیرفواد)

۲۰- گزینه «۱»

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: دقیقاً ۲ نفر بین دو برادر باشد:

حالت ۲۴ $\Rightarrow A \underline{4} \underline{3} B \underline{2} \underline{1}$
حالت ۲۴ $\Rightarrow A \underline{4} \underline{3} B \underline{2} \underline{1}$
حالت ۲۴ $\Rightarrow A \underline{4} \underline{3} B \underline{2} \underline{1}$

حالت دوم:

دو برادر کنار هم باشند - کل حالات = دو برادر کنار هم نباشند

AB -----
 $4 \times 5! - (5! \times 2!) = 4 \times 5! - 2 \times 5! = 6 \times 5!$

$\frac{\text{حالت اول}}{\text{حالت دوم}} = \frac{144}{4 \times 120} = \frac{3}{10}$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱۵- گزینه «۱» (غلامرضا نیازی)

$\{1, 2, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4, 5\}$, ... , $\{6, 7, 8, 9\}$ انتخاب‌های ۴ رقم متوالی

$\Rightarrow$ انتخاب ۶

$4! =$ جایگشت ۴ رقم = تعداد اعداد ۴ رقمی با هر دسته

$144 = 6 \times 24 = 6 \times 4! =$ حالات مطلوب $\Rightarrow$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۶- گزینه «۲» (امیر حسن زاده فرد)

راه‌حل اول:

حالت $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 \Rightarrow$ حالت اول که رقم سمت راست صفر باشد

حالت $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36 \Rightarrow$ حالت دوم که رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد

$60 = 36 + 24 \Rightarrow$ (تعداد کل اعداد چهار رقمی زوج)

راه‌حل دوم: از تعداد کل اعداد ۴ رقمی با ارقام غیر تکراری، اعداد فرد را کم کنیم:

$96 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 =$ تعداد کل اعداد ۴ رقمی
 $36 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 =$ تعداد کل اعداد ۴ رقمی فرد
 $60 = 96 - 36 \Rightarrow$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۷- گزینه «۴» (غلامرضا نیازی)

کل تعداد کلمات ۶ حرفی که در آن (ج) و (م) کنار هم باشند:

$5! \times 2! =$ ی، ر، و، ه، ج، م

کل تعداد کلمات ۶ حرفی که در آن (ج) و (م) کنار هم و (ر) و (ی) نیز کنار هم باشند:

$4! \times 2! \times 2! =$ ی، ر، و، ه، ج، م

در نتیجه طبق اصل متمم، تعداد حالات مطلوب برابر می‌شود با:

$144 = 5! \times 2! - 4! \times 2! \times 2! = 240 - 96 = 144$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۸- گزینه «۱» (کیان کریمی‌فراسانی)

دو حالت داریم:

- شامل حروف «ش»: در این حالت یکی از حروف «ب» یا «ز» و همچنین یکی از

حروف «ا» یا «د» یا «ه» را نیاز داریم که تعدادشان $36 = 3! \times 3 \times 2$ است.

(مفسر کریمی)

۲۴- گزینه «۳»

A را می‌توان به صورت زیر، نیز نوشت:

$$A = \frac{\cos(2\pi - \frac{\pi}{12}) + \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12})}{\sin(2\pi + \frac{\pi}{12}) + \cos(\pi + \frac{\pi}{12})} = \frac{\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}$$

توجه داشته باشید که مقدار A منفی است. حال داریم:

$$A^2 = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12} + 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}{\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12} - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}$$

$$= \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3 \xrightarrow{A < 0} A = -\sqrt{3}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۲)

(فامر معنوی)

۲۵- گزینه «۴»

$$\cot 10^\circ = \cot(90^\circ + 10^\circ) = -\tan 10^\circ \quad \text{توجه کنید که:}$$

$$\cot 28^\circ = \cot(270^\circ + 10^\circ) = -\tan 10^\circ$$

$$\tan 19^\circ = \tan(180^\circ + 10^\circ) = \tan 10^\circ$$

$$\tan 8^\circ = \tan(90^\circ - 10^\circ) = \cot 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\cot 10^\circ + \cot 28^\circ}{\tan 19^\circ - \tan 8^\circ} = \frac{-\tan 10^\circ - \tan 10^\circ}{\tan 10^\circ - \cot 10^\circ}$$

$$= \frac{-2 \tan 10^\circ}{\tan 10^\circ - \cot 10^\circ} \xrightarrow{\times (\sin 10^\circ \cos 10^\circ)} \frac{-2 \sin^2 10^\circ}{\sin^2 10^\circ - \cos^2 10^\circ}$$

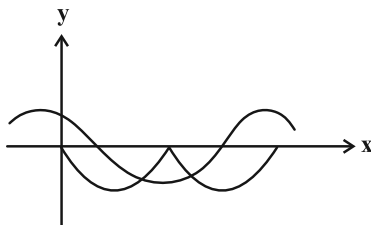
$$= \frac{-2 \sin^2 10^\circ}{2 \sin^2 10^\circ - 1} = \frac{-2m^2}{2m^2 - 1} = \frac{2m^2}{1 - 2m^2}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(افشین فاضله‌فان)

۲۶- گزینه «۲»

نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



نمودار توابع f و g در $[0, 2\pi]$ همدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه ۱۰۹)

حسابان ۱

۲۱- گزینه «۲»

(موسان کوردزی)

می‌دانیم که $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و انتهای کمان مربوط به زاویه θ در ربع دوم

است پس $\theta = 120^\circ$ است. حال آن را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3} = \frac{a\pi}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a+b=5$$

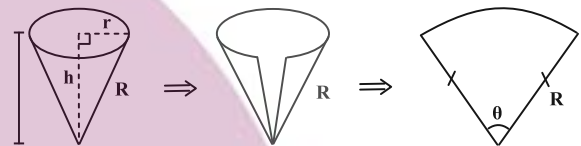
(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

(روح‌اله حسینی)

۲۲- گزینه «۱»

اگر ارتفاع مخروط h و شعاع قاعده آن r باشد، طول شعاع قطاع حاصل از شکل گسترده مخروط، برابر با اندازه وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که طول

$$R = \sqrt{r^2 + h^2} \quad \text{اضلاع زاویه قائم h و r است. بنابراین:}$$



طول کمان این قطاع برابر محیط قاعده مخروط $2\pi r$ است. همچنین اگر θ (برحسب رادیان) زاویه مرکزی این قطاع باشد، آن‌گاه:

$$\theta = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi r}{\sqrt{r^2 + h^2}}$$

$$\theta = 216^\circ = \frac{6\pi}{5} \text{ rad} \Rightarrow \frac{6\pi}{5} = \frac{2\pi \times 12}{\sqrt{12^2 + h^2}} \Rightarrow \sqrt{h^2 + 144} = 20$$

$$\Rightarrow h^2 + 144 = 400 \Rightarrow h^2 = 256 \Rightarrow h = 16$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 12^2 \times 16 = 768\pi$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه ۹۶)

(امیرمعدی شقیقت‌پور)

۲۳- گزینه «۱»

می‌دانیم طول کمان از رابطه $\ell = r\theta$ به دست می‌آید که در آن r شعاع و θ زاویه برحسب رادیان است. پس:

$$\frac{36^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{36^\circ \times \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$\ell = r\theta = 6220 \times \frac{\pi}{5} = 1244\pi \text{ (km)}$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه ۹۷)

از طرفی:

$$\sin x - \cos x = \frac{5}{4} \rightarrow \text{به توان ۲}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow -2 \sin x \cos x = \frac{9}{16} \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{9}{32}$$

$$\frac{1 + \frac{9}{32}}{-\frac{5}{4}} = -\frac{41}{40}$$

در نتیجه حاصل عبارت مورد نظر برابر می‌شود با:

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(نیما مهندس)

۳۰- گزینه «۳»

نکته: سه جمله متوالی a , b و c از یک دنباله حسابی در رابطه $2b = a + c$ صدق می‌کنند.

گام اول: با توجه به نکته بالا می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{\cos x} = \frac{1}{\cos(x-y)} + \frac{1}{\cos(x+y)} = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{\cos(x-y) \cdot \cos(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\cos x} = \frac{2 \cos x \cos y}{\cos^2 x \cos^2 y - \sin^2 x \sin^2 y}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot \cos y = \cos^2 x \cdot \cos^2 y - (1 - \cos^2 x) \sin^2 y$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot \cos y = \cos^2 x \cdot (\cos^2 y + \sin^2 y) - \sin^2 y$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot (1 - \cos y) = \frac{\sin^2 y}{2 \sin^2(\frac{y}{2})} - \frac{\sin^2 y}{2 \sin^2(\frac{y}{2})} \cos^2(\frac{y}{2})$$

$$\frac{\sin \frac{y}{2} \neq 0}{y \neq 2k\pi} \rightarrow \cos^2 x = 2 \cos^2(\frac{y}{2})$$

$$\text{گام دوم: چون } \frac{1}{\cos^2 \frac{y}{2}} = 1 + \tan^2 \frac{y}{2} \text{ است، داریم:}$$

$$\cos^2 x (1 + \tan^2 \frac{y}{2}) = 2 \cos^2(\frac{y}{2}) \times \frac{1}{\cos^2(\frac{y}{2})} = 2$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(اسمر حسن زاده نر)

۲۷- گزینه «۴»

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 3 \sin \alpha \cos \beta - 3 \cos \alpha \sin \beta$$

$$4 \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta \Rightarrow 2 \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cot \beta = 2 \cot \alpha$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه ۱۱۱)

(مهمبر کریمی)

۲۸- گزینه «۳»

عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(\tan 15^\circ - \cot 15^\circ)(\tan 15^\circ + \cot 15^\circ)$$

$$= -2 \cot 30^\circ \times \frac{2}{\sin 30^\circ} = -2\sqrt{3} \times 4 = -8\sqrt{3}$$

توجه: طبق روابط مثلثاتی 2α داریم:

$$1) \tan \alpha - \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= -\frac{\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = -2 \cot 2\alpha$$

$$2) \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(سینا خیرخواه)

۲۹- گزینه «۴»

$$\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\cos^2 x} = \frac{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \frac{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \frac{1 - \sin x \cos x}{\cos x - \sin x}$$

هندسه ۳

۳۱- گزینه «۴»

(معمد ناری ایبانه)

حاصل دترمینان را برحسب سطر اول به دست می آوریم:

$$\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = x(4-3) - (x+1)(2-0) + (x+2)(1-0) \\ = x - 2x - 2 + x + 2 = 0$$

حاصل دترمینان همواره برابر صفر است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

(مشابه مثال صفحه ۲۸ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۲»

(عباس الهی)

دترمینان را برحسب سطر اول به دست می آوریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & -x & -y \\ x+1 & 0 & -z \\ y+1 & z & 0 \end{vmatrix} = (1) \times \begin{vmatrix} 0 & -z \\ z & 0 \end{vmatrix} \\ - (-x) \times \begin{vmatrix} x+1 & -z \\ y+1 & 0 \end{vmatrix} + (-y) \times \begin{vmatrix} x+1 & 0 \\ y+1 & z \end{vmatrix} \\ = z^2 + x(z)(y+1) + (-y)(z)(x+1) \\ = z^2 + xyz + xz - xyz - yz = 0 \\ \Rightarrow z^2 + xz - yz = 0 \xrightarrow{+z} x + z = y$$

توجه: چون طبق فرض $xyz \neq 0$ پس $z \neq 0$ می باشد و به این دلیل طرفین

را بر z تقسیم کرده ایم.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۳۳- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

دترمینان ماتریس A را به دست می آوریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & |A| & 1 \\ 3 & |A| & 1 \end{vmatrix} = 4|A|^2 - 3 \Rightarrow 4|A|^2 - |A| - 3 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad (\text{غ ق ق طبق فرض})$$

طبق $|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$ می توان نوشت:

$$|2A| = 2^2 |A| = 4 |A| = 4$$

دترمینان ماتریس B را برحسب سطر اول می یابیم:

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times (0 - (-1)) - (-1)(3 - 4) + 2(-1 - 0) \\ = 1 - 1 - 2 = -2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

(مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

۳۴- گزینه «۱»

(روح اله حسینی)

ابتدا ماتریس $A - xI$ را تشکیل می دهیم:

$$A - xI = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} - x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-x & 0 & -3 \\ 0 & -2-x & 1 \\ -1 & 0 & -1-x \end{bmatrix}$$

دترمینان ماتریس $A - xI$ را برحسب ستون دوم به دست می آوریم:

$$|A - xI| = (-2-x) \begin{vmatrix} 1-x & -3 \\ -1 & -1-x \end{vmatrix} = -(x+2)((x+1)(x-1)-3) \\ = -(x+2)(x^2-1-3) = -(x+2)(x^2-4) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x^2-4=0 \Rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

پس $x = \pm 2$ ریشه های متمایز معادله هستند.

بنابراین حاصل ضرب ریشه های متمایز این معادله برابر است با:

$$(-2) \times 2 = -4$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۳۵- گزینه «۲»

(ایمان ساریشان)

ابتدا دترمینان دو ماتریس A و B را توسط روش ساروس می یابیم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = (0+0+0) - (-\frac{4}{3}+0+0) = \frac{4}{3}$$

$$\text{از طرفی } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{، بنابراین:}$$

$$|C| = |A^{-1}| |B| = \sqrt{2} |B| = (\sqrt{2})^2 |B| = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۹ تا ۳۱)

۳۸- گزینه «۱» (اسحاق اسفندیار)

دترمینان مورد نظر را به صورت زیر تبدیل می کنیم:

$$\begin{aligned} |4I - 2A^{-1}| &= |4A^{-1}A - 2A^{-1}| = |2A^{-1}(2A - I)| \\ &= 2^3 |A^{-1}| |2A - I| = 8 \times \frac{1}{|A|} |2A - I| = 8 \left(\frac{1}{2}\right) (10) = 40 \end{aligned}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۹ تا ۳۱)

۳۹- گزینه «۳» (هومن عقیلی)

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

طبق فرض داریم:

$$A - I = \begin{bmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = (k-1)^3$$

$$|A| = |A - I| + 19 \Rightarrow k^3 = (k-1)^3 + 19$$

$$\Rightarrow k^3 = k^3 - 3k^2 + 3k - 1 + 19 \Rightarrow 3k^2 - 3k - 18 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - k - 6 = 0 \Rightarrow (k-3)(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow k = 3, k = -2 \Rightarrow |A| = k^3 = 27 \text{ یا } -8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

۴۰- گزینه «۴» (روح اله حسینی)

می دانیم اگر A ماتریس مربعی و I ماتریس همانی از همان مرتبه باشد آن گاه $AI = IA = A$ ، بنابراین:

$$(A + I)(A + 2I) = \bar{O} \Rightarrow A^2 + A + 2A + 2I = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^2 + 3A + 2I = \bar{O} \Rightarrow A^2 + 2I = -3A$$

بنابراین:

$$|A^2 + 2I| = |-3A| = (-3)^3 |A| = (-3)^3 (-2)$$

$$= (-27) \times (-2) = 54$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۹ تا ۳۱)

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow |B| = (-4 + 0 + 0) - (0 + 0 + 0) = -4$$

می دانیم اگر $A_{3 \times 3}$ و $k \in \mathbb{R}$ در آن صورت $|kA| = k^3 |A|$ ، پس:

$$||B| |A + A|| = |-4A + A| = |-3A| = (-3)^3 |A|$$

$$= -27 \times \frac{4}{3} = -36$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۹ تا ۳۱)

(مشابه کار در کلاس (۳) صفحه ۳۰ کتاب درسی)

۳۶- گزینه «۱» (هومن عقیلی)

برای ماتریس $A_{2 \times 2}$ طبق فرض داریم:

$$A + \frac{1}{|A|} A = 2I \Rightarrow |A + \frac{1}{|A|} A| = |2I|$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{|A|}\right) |A| = |2I| \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{|A|}\right)^2 |A| = 2^2 \frac{|I|}{1}$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{|A|} + \frac{2}{|A|^2}\right) |A| = 4$$

$$\Rightarrow \frac{|A|^2 + 1 + 2|A|}{|A|} = 4 \Rightarrow |A|^2 - 2|A| + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 1)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 1$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۹ تا ۳۱)

۳۷- گزینه «۲» (روح اله حسینی)

$$\begin{cases} \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

می دانیم:

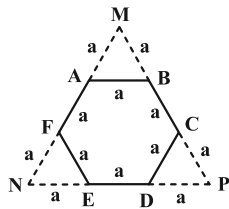
$$|A| = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos x - \sin x \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

پس:

$$= \sin\left(x + \frac{\pi}{4} - x\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$|B| = \cos x \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \sin x \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$$

$$= \cos\left(x + \frac{\pi}{6} - x\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$12\sqrt{3} = \frac{3a \times \sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 8$$

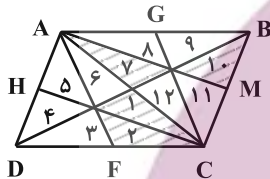
$$\text{مساحت شش ضلعی منتظم} = \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} = \frac{3}{2} \times 8^2 \times \sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

(هنر سه - ۱- پندریضی ها: صفحه ۶۵)

(عباس الهی)

۴۴- گزینه «۴»

در متوازی الاضلاع ABCD، هر دو مثلث ABC و ADC هم نهشت اند. پس دارای مساحت یکسان می باشند. در شکل زیر میانه های اضلاع دو مثلث ABC و ADC رسم شده اند که هر کدام از این دو مثلث به ۶ مثلث هم مساحت تقسیم شده اند. پس:



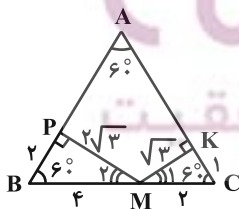
$$\frac{S_{\text{هاشورخورده}}}{S_{ABCD}} = \frac{\text{مثلث ۴}}{\text{مثلث ۱۲}} = \frac{1}{3}$$

(هنر سه - ۱- پندریضی ها: صفحه ۶۷)

(نرکس کارگر)

۴۵- گزینه «۴»

از آنجا که $AB = AC$ و $\hat{A} = 60^\circ$ ، پس این مثلث متساوی الاضلاع است. می دانیم مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی قاعده مثلث متساوی الساقین تا ساق ها برابر ارتفاع وارد بر ساق است. پس:



$$MK + MP = 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad (\text{ارتفاع وارد بر ساق})$$

$$\Rightarrow a = 6 \quad (\text{ضلع مثلث})$$

$$BM = 4, \quad CM = 2$$

در نتیجه:

$$\Delta KMC : \hat{M}_1 = 30^\circ \Rightarrow KC = 1, \quad MK = \sqrt{3} \Rightarrow S_{MKC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Delta BMP : \hat{M}_2 = 30^\circ \Rightarrow BP = 2, \quad MP = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{MPB} = 2\sqrt{3}$$

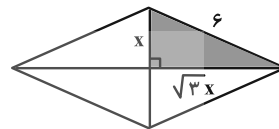
هندسه ۱

۴۱- گزینه «۲»

(نرکس کارگر)

نسبت اندازه های دو قطر برابر $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ است، پس اندازه قطرهای

کوچک و بزرگ را به ترتیب $2x$ و $2\sqrt{3}x$ در نظر می گیریم. قضیه فیثاغورس را در مثلث رنگی می نویسیم:



$$x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 36 \Rightarrow 4x^2 = 36 \Rightarrow x = 3$$

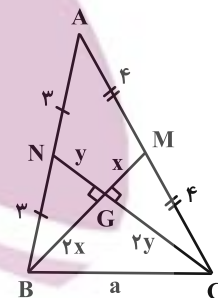
$$\text{در نتیجه: } S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

(هنر سه - ۱- پندریضی ها: صفحه ۶۵)

(هومن عقیلی)

۴۲- گزینه «۳»

دو میانه BM و CN در مرکز ثقل G هم رسند و داریم:



$$GM = \frac{1}{2} BG = x, \quad GN = \frac{1}{2} GC = y$$

در مثلث های قائم الزاویه GMC و GNB قضیه فیثاغورس را می نویسیم:

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16 \\ y^2 + 4x^2 = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \Delta(x^2 + y^2) = 25 \Rightarrow x^2 + y^2 = 5$$

حال قضیه فیثاغورس را در مثلث قائم الزاویه BGC می نویسیم:

$$4x^2 + 4y^2 = a^2 \Rightarrow a^2 = 4 \times 5 = 20 \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

(هنر سه - ۱- پندریضی ها: صفحه ۶۷)

(امیررضا فلاح)

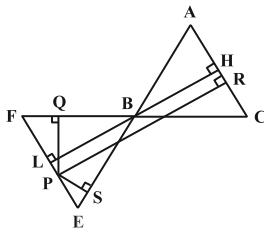
۴۳- گزینه «۳»

طول ضلع شش ضلعی منتظم را a در نظر می گیریم. هر یک از مثلث های کناری، از نوع متساوی الاضلاع به ضلع a می باشند. پس مثلث MNP یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع 3a می باشد:

(نیما مهندس)

۴۸- گزینه «۳»

از رأس B به قاعده‌های دو مثلث عمود می‌کنیم. مثلث BEF متساوی‌الاضلاع (و در نتیجه متساوی‌الساقین) است. پس داریم:



(ارتفاع مثلث) $PS + PQ = BL$

چون چهارضلعی HLPR مستطیل است، $PR = LH$ می‌شود و از آنجا که $LH = BH + BL$ و این که مجموع فاصله هر نقطه روی قاعده از دو ساق برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، خواهیم داشت:

$$\frac{PR - (PQ + PS)}{AC} = \frac{BH}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه ۶۸)

(ایمان ساریفانی)

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا توسط فرمول پیک مساحت چندضلعی اول را می‌یابیم:

$$S = \frac{22}{2} + 10 - 1 = 20$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'} = k^2 \xrightarrow{k=2} \frac{20}{S'} = 4 \Rightarrow S' = 5$$

$$S' = \frac{b}{2} + i - 1 = 5 \xrightarrow{i=4} \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow b = 4$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

(عباس الهی)

۵۰- گزینه «۳»

به کمک رابطه پیک داریم:

$$S = i + \frac{b}{2} - 1$$

$$S' = i' + \frac{b'}{2} - 1$$

$$\Rightarrow S - S' = (i + \frac{b}{2} - 1) - (i' + \frac{b'}{2} - 1)$$

$$= (i - i') + \frac{1}{2}(b - b') \Rightarrow 13/5 = (i - i') + \frac{1}{2}(12 - 7)$$

$$\Rightarrow 13/5 = (i - i') + 2/5 \Rightarrow i - i' = 11$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

داریم:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$S_{APMK} = S_{ABC} - (S_{MKC} + S_{MPB})$$

$$= 9\sqrt{3} - (\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3}) = \frac{13}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{APMK}} = \frac{9\sqrt{3}}{\frac{13}{2}\sqrt{3}} = \frac{18}{13}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

(افشین فاضله‌فان)

۴۶- گزینه «۴»

در مثلث متساوی‌الاضلاع، مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث از سه ضلع، برابر طول ارتفاع است. اگر فرض کنیم $PN = m$ ، آنگاه در صورتی که ارتفاع مثلث ABC باشد، داریم:

$$PQ = 2m, PM = 3m \Rightarrow PN + PQ + PM = AH = 6m$$

$$a \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6m \Rightarrow a = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}}m = 4\sqrt{3}m$$

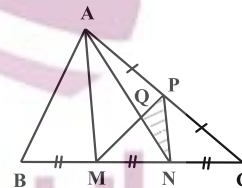
$$\xrightarrow{\text{محیط}=3a} 3a = 12\sqrt{3}m \Rightarrow \frac{3a}{PN} = \frac{12\sqrt{3}m}{m} = 12\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

(روح‌اله غسنی)

۴۷- گزینه «۳»

در مثلث AMC، AN و MP دو میانه وارد بر MC و AC هستند. بنابراین Q محل برخورد میانه‌ها است. بنابراین:



$$\frac{S_{PQN}}{S_{PMN}} = \frac{PQ}{PM} = \frac{1}{3}, \frac{S_{PMN}}{S_{PNC}} = \frac{MN}{NC} = 1$$

همچنین چون $\frac{NC}{MN} = 1 = \frac{PC}{AP}$ ، $PN \parallel AM$ بنا به عکس قضیه تالس

$$\frac{S_{PNC}}{S_{AMC}} = (\frac{PC}{AC})^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{پس } \Delta PNC \sim \Delta AMC \text{ و در نتیجه: } \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} = \frac{MC}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_{PQN}}{S_{ABC}} = \frac{S_{PQN}}{S_{PMN}} \times \frac{S_{PMN}}{S_{PNC}} \times \frac{S_{PNC}}{S_{AMC}} \times \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{18}$$

بنابراین مساحت مثلث ABC، ۱۸ برابر مساحت مثلث PQN است.

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۵ و ۷۳)

هندسه ۲

۵۱- گزینه «۲»

(ایمان ساریفانی)

بررسی موارد:

الف) درست؛ چون در تبدیل همانی، تصویر هر نقطه خود آن نقطه است، پس طول پاره خط حفظ می شود.

ب) نادرست؛ در حالتی که $k = \pm 1$ باشد تجانس طولی است.

ج) درست؛ در انتقال غیرهمانی، نقطه جابه جا می شود پس نقطه ثابت تبدیل نداریم.

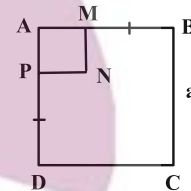
د) نادرست؛ تنها در حالتی که $k = 1$ باشد تجانس همانی است.

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۸)

۵۲- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

مطابق شکل، طول ضلع مربع حاصل، $\frac{1}{3}$ طول ضلع مربع اولیه است و داریم:



$$S_{ABCD} - S_{AMNP} = 32$$

$$= a^2 - \frac{1}{9}a^2 = \frac{8}{9}a^2 = 32 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه محیط مربع اولیه برابر می شود با:

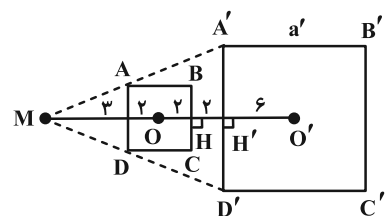
$$4 \times 6 = 24$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۵)

۵۳- گزینه «۳»

(احمد رضا فلاح)

O' را مرکز مربع متجانس یافته می گیریم. مطابق شکل داریم:

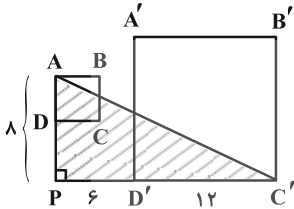


$$\frac{MO'}{MO} = k = 3 \Rightarrow \frac{MO'}{5} = 3 \Rightarrow MO' = 15$$

$$\frac{a'}{a} = 3 \Rightarrow a' = 3 \times 4 = 12$$

مطابق شکل، $HH' = 2$ است و بیشترین فاصله نقاط مربع اولیه تا نقاط روی

مربع حاصل از تجانس، همان فاصله نقاط A و C' از هم می باشد.



$$\Delta APC' \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} AC'^2 = AP^2 + PC'^2$$

$$\Rightarrow AC'^2 = 8^2 + 18^2 = 2^2(4^2 + 9^2)$$

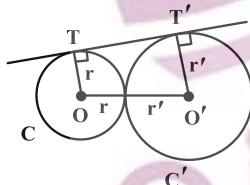
$$\Rightarrow AC' = 2\sqrt{16 + 81} = 2\sqrt{97}$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۶)

(نرگس کارگر)

۵۴- گزینه «۲»

طبق فرض و شکل زیر داریم:



$$k = \frac{r'}{r} = \frac{3}{2} \Rightarrow r' = \frac{3}{2}r$$

$$OO' = r + r' = \frac{5}{2}r = 10 \Rightarrow \begin{cases} r = 4 \\ r' = 6 \end{cases}$$

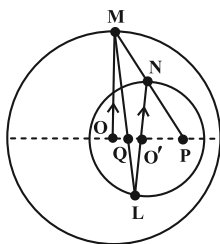
طول مماس مشترک خارجی این دو دایره مماس خارج برابر است با:

$$TT' = 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{4 \times 6} = 4\sqrt{6}$$

چهارضلعی $TOO'T'$ دوزنقه قائم الزاویه است و مساحت آن برابر می شود با:

$$S_{TOO'T'} = \frac{1}{2}(4 + 6) \times 4\sqrt{6} = 20\sqrt{6}$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها؛ صفحه های ۴۳ تا ۴۶)



$$\triangle OMP : O'N \parallel OM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{x}{x+1} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+1} = 1 \Rightarrow 2x = x+1 \Rightarrow x=1$$

$$\triangle OMQ \sim \triangle O'NQ \Rightarrow \frac{y}{1-y} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} \Rightarrow \frac{y}{1-y} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2y = 1-y \Rightarrow 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$PQ = x + y = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

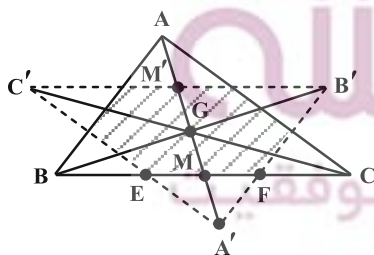
در نتیجه:

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

(مهردار ملونری)

۵۷- گزینه «۴»

چون ضریب تجانس $k = -1$ است، پس مثلث $A'B'C'$ همبشت با مثلث ABC بوده و اضلاع متناظر آنها با هم موازی است.



طبق خاصیت مرکز ثقل، داریم $AG = 2GM$ ؛ از طرفی

$$A'M = GM = \frac{1}{3}AM \text{ پس } AG = A'G = GM + A'M$$

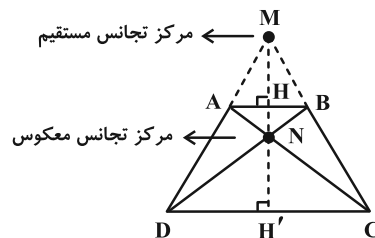
مثلث $A'EF$ متشابه با مثلث ABC بوده و نسبت تشابه آنها برابر نسبت

$$k_1 = \frac{A'M}{AM} = \frac{1}{3} \text{ میانه‌های متناظر } AM \text{ و } A'M \text{ است، یعنی:}$$

(عباس الهی)

۵۵- گزینه «۴»

ابتدا شکل متناسب با مسئله را رسم می‌کنیم:



از این که $AB \parallel CD$ ، نتیجه می‌شود مثلث‌های ABN و NDC

$$\frac{AN}{CN} = \frac{BN}{DN} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

متشابه‌اند، پس:

$$\frac{NH}{NH'} = \frac{1}{3} \quad (I) \text{ از طرفی نسبت ارتفاع‌ها نیز برابر نسبت تشابه است:}$$

همچنین مثلث‌های MAB و MDC نیز متشابه‌اند، پس:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{MH}{MH'} = \frac{1}{3} \quad (II) \text{ از طرفی نسبت ارتفاع‌ها نیز برابر نسبت تشابه است:}$$

پس با توجه به (I) اگر فرض کنیم $NH = x$ ، آنگاه $HH' = 4x$ و با

توجه به (II) اگر فرض کنیم $MH = y$ ، آنگاه $MH' = 3y$ و داریم:

$$HH' = MH' - MH = 2y$$

در نتیجه $6 = 4x = 2y$ ، پس $y = 3$ و $x = \frac{3}{2}$ و داریم:

$$MN = MH + NH = y + x = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(ترکس کارگر)

۵۶- گزینه «۳»

در شکل زیر، نقاط P و Q به ترتیب مرکزهای تجانس مستقیم و معکوس

دو دایره C و C' هستند که روی خط گذرنده از مرکزهای دو دایره قرار

دارند. دو شعاع موازی $O'N$ و OM را رسم می‌کنیم و شعاع $O'N$ از

دایره کوچک‌تر را (از طرف O') امتداد می‌دهیم تا این دایره را در نقطه L

قطع کند. فرض می‌کنیم $O'P = x$ و $O'Q = y$ ، در این

صورت $OP = x+1$ و $OQ = 1-y$ و داریم:

طول مسیر AMNB برابر است با:

$$AM + MN + NB = A'M + MN + MB'$$

$$= A'B' + \underbrace{MN}_a = 20 \Rightarrow A'B' = 20 - a$$

$$A' = (2, -6), \quad B' = (13 - a, 9)$$

$$A'B' = \sqrt{(2 - 13 + a)^2 + (-6 - 9)^2} = \sqrt{(a - 11)^2 + 225} = 20 - a$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} a^2 - 22a + 121 + 225 = 400 - 40a + a^2$$

$$\Rightarrow 18a = 54 \Rightarrow a = 3$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(اممدرضا فلاح)

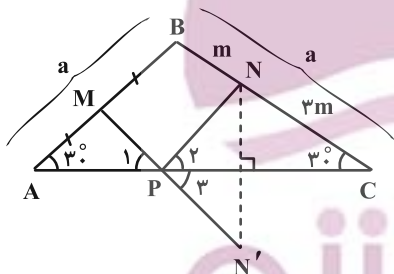
۶۰- گزینه «۲»

با توجه به این که نقاط M و N ثابت هستند، برای حداقل شدن محیط

مثلث MNP، کافی است $MP + NP$ کمترین مقدار ممکن باشد.

بازتاب نقطه N نسبت به ضلع AC را N' می‌نامیم. حال نقطه N' را

به M وصل می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه P قطع کند.



طبق روش هرون، نقطه P مطلوب سوال است و داریم $\hat{P}_1 = \hat{P}_2 = \hat{P}_3$.

مثلث AMP و PNC به حالت (ز ز) با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AM}{NC} = \frac{AP}{PC} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{3}{4}a} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AP = 2k \\ PC = 3k \end{cases}$$

$$AC = AP + PC = 10 \Rightarrow 5k = 10 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه $AP = 4$ و $PC = 6$ و اختلاف طول آن‌ها برابر ۲ می‌شود.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۲)

در نتیجه مساحت مثلث $A'EF$ برابر $k_1^2 = \frac{1}{9}$ مساحت مثلث ABC

است. به طریق مشابه، مساحت هر یک از مثلث‌های گوشه‌ای نیز $\frac{1}{9}$ مساحت

مثلث ABC می‌باشد. پس نسبت مساحت ناحیه مشترک بین دو

مثلث ABC و $A'B'C'$ به مساحت مثلث ABC برابر می‌شود با:

$$\frac{S_{A'B'C'} - 3\left(\frac{1}{9}S_{A'B'C'}\right)}{S_{ABC}} = \frac{\frac{2}{3}S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3}$$

توجه: چون دو مثلث ABC و $A'B'C'$ با هم هم‌نهشت‌اند، پس مساحت

آن‌ها یکی است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ مشابه تمرین ۴ صفحه ۵۴)

(افشین خاصه‌شان)

۵۸- گزینه «۳»

طول هر ضلع شکل را برابر a در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$\underbrace{2\left(\frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 150^\circ\right)}_{\text{مساحت اضافه‌شده}} = \Delta a \Rightarrow \frac{a^2}{2} = \Delta a$$

$$\Rightarrow a^2 = 10a \xrightarrow{a \neq 0} a = 10$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

(اسحاق اسفندیار)

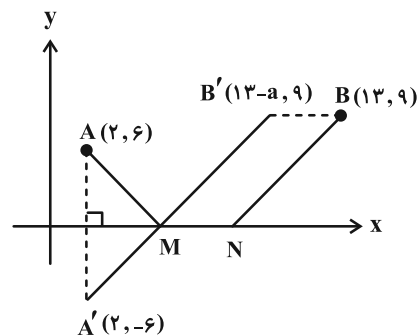
۵۹- گزینه «۳»

B را به اندازه a در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا

نقطه B' به دست آید. بازتاب نقطه A نسبت به محور طول‌ها را A'

می‌نامیم و A' را به B' وصل می‌کنیم. نقطه برخورد $A'B'$ با محور طول‌ها،

نقطه M است که به ازای آن کوتاه‌ترین مسیر AMNB حاصل می‌شود.



ریاضیات گسسته

۶۱- گزینه «۲»

(روح اله عسلی)

وقتی باقی مانده تقسیم دو عدد a و b بر m یکسان باشند، آنگاه

داریم $a \equiv b \pmod{m}$. بنابراین طبق فرض داریم:

$$5x - 1 \equiv 2x + 3 \pmod{11}, \quad 7x - 3 \equiv 4x + 1 \pmod{5}$$

$$5x - 1 \equiv 2x + 3 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 + 11 \pmod{11} = 15$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv 5 \pmod{11} \quad (3, 11) = 1$$

$$7x - 3 \equiv 4x + 1 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 4 + 5 \pmod{5} = 9$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv 3 \pmod{5} \quad (3, 5) = 1$$

$$\begin{cases} x \equiv 5 \pmod{11} \xrightarrow{\times 5} 5x \equiv 25 \pmod{55} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \xrightarrow{\times 11} 11x \equiv 33 \pmod{55} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 11x - 5x \equiv 33 - 25 \pmod{55}$$

$$\Rightarrow 6x \equiv 8 \pmod{55} \Rightarrow \begin{cases} 6x \equiv 8 \pmod{55} \\ 5x \equiv 25 \pmod{55} \end{cases} \Rightarrow 6x - 5x \equiv 8 - 25 \pmod{55}$$

$$\Rightarrow x \equiv -17 \equiv 38 \pmod{55}$$

بنابراین باقی مانده تقسیم x بر ۵۵ برابر ۳۸ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۵)

۶۲- گزینه «۲»

(مصطفی دیراری)

می دانیم $33 = 3 \times 11$ ، پس عدد داده شده بر ۳ و ۱۱ بخش پذیر است و داریم:

$$3 \mid 2a \mid b \equiv 0 \Rightarrow 3 + a + 1 + b + 1 \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv -5 \pmod{3}$$

$$2a \mid b \equiv 0 \Rightarrow 1 - b + 1 - a + 3 \equiv 0 \Rightarrow a + b \equiv 5 \pmod{11}$$

سعی می کنیم سمت راست دو رابطه هم نهستی را یکسان کنیم تا بتوانیم

پیمانه را به ک. م. م پیمانه ها تغییر دهیم:

$$\begin{cases} a + b \equiv 16 \pmod{11} \\ a + b \equiv 5 \pmod{11} \end{cases} \xrightarrow{[3, 11] = 33} a + b \equiv 16 \pmod{33} \Rightarrow a + b \in [16]_{33}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(ایمان ساریفانی)

۶۳- گزینه «۳»

عددی بر ۴۴ بخش پذیر است که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۱۱ باشد.

می دانیم عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم آخر آن مضرب ۴ باشد

$$4 \mid b \Rightarrow b = 2, 6$$

پس:

از طرفی عدد مورد نظر مضرب ۱۱ است، پس:

$$b - 7 + a - 5 + 4 \equiv 0 \Rightarrow b + a \equiv 8 \pmod{11}$$

$$\begin{cases} b=2 \Rightarrow 2 + a \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow a = 6 \\ b=6 \Rightarrow 6 + a \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{11} \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

بنابراین مقدار بزرگ تر a ، عدد ۶ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

(امیررضا فلاح)

۶۴- گزینه «۱»

طبق فرض $A \equiv 51$ است، بنابراین:

$$1) A = 7x^3 2y^9 \equiv 51 \pmod{9} \Rightarrow 9 + y + 2 + 3 + x + 7 \equiv 51 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow x \equiv 8 - 11 \equiv -3 \Rightarrow x = 11k - 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

(مشابه امتحان نهایی - شهریور ۱۴۰۲)

(رضا توکلی)

۶۶- گزینه «۳»

می‌دانیم باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۹ با باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن

عدد بر ۹ برابر است، پس برای این که پاسخ علی درست باشد، باید:

$$\overline{abcd} \equiv a+b+c+d \equiv d - c + b - a \Rightarrow a+c \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} a & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \hline c & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

پس برای a و c ده حالت داریم. از طرفی تعداد اعداد چهار رقمی که با توجه

به اشتباه علی جواب درست به دست می‌آید، به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{abcd} \Rightarrow \overline{\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} \boxed{d}} \quad \text{تعداد حالت شانس درست}$$

$$10 \times 10 \times 10$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} a & b & c & d \\ \hline \downarrow \times & \downarrow \times & \downarrow \times & \downarrow \times \\ 9 & 10 & 10 & 10 \end{array} \quad \text{تعداد کل حالات}$$

$$\text{و احتمال مطلوب برابر } \frac{10 \times 10 \times 10}{9 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{9} \text{ می‌باشد.}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(علیرضا شریف‌ظیفی)

۶۷- گزینه «۳»

اگر فرض کنیم روز یکشنبه روز صفر است، داریم:

یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

$$\Rightarrow x+y \equiv 3 \xrightarrow{0 \leq x, y \leq 9} x+y = 3 \text{ یا } 12$$

$$2) \overline{A} = \overline{7x32y9} \equiv 51 \Rightarrow 9 - y + 2 - 3 + x - 7 \equiv 1 - 5$$

$$\Rightarrow x - y \equiv 6 \quad (1)$$

با توجه به محدوده ارقام x و y بدیهی است که $-9 \leq x - y \leq 9$ می‌باشد.

پس با توجه به رابطه (۱)، $x - y = 6$ و $x - y = -5$ قابل قبول هستند.

پس باید چهار دستگاه دو معادله و دو مجهول حل کنیم.

$$I: \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=6 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{9}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

$$II: \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=3 \end{cases}$$

$$III: \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x = -1 \quad \text{غ ق ق}$$

$$IV: \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین $x=9$ و $y=3$ و در نتیجه $xy=27$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(امیرمسین ابومشوب)

۶۵- گزینه «۴»

ابتدا باقی‌مانده تقسیم اعداد ۱۴۰۴ و ۲۰۲۵ بر ۱۱ را تعیین می‌کنیم:

$$\overline{1404} \equiv 4 - 0 + 4 - 1 \equiv 7 \quad \overline{2025} \equiv 5 - 2 + 0 - 2 \equiv 1$$

$$\Rightarrow \overline{7x} \equiv 1 + 5 \times 11 \equiv 56 \xrightarrow{(7,11)=1} x \equiv 8$$

اگر $k = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷$ مقدار m دو رقمی است و در نتیجه ۷ مقدار برای m وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

(مشابه مثال صفحه ۲۵ کتاب درس)

(سوگند، روشنی)

۷- گزینہ «۴»

شرط وجود جواب معادلهٔ هم‌نهشتی داده شده در آن است که:

$$(\Delta n - \gamma, \gamma n + \gamma) | \gamma \Delta$$

با فرض $d = (5n - 2, 12n + 7)$ داریم:

$$\begin{cases} d \mid 5n - 2 \xrightarrow{\times 12} d \mid 60n - 24 \\ d \mid 12n + 7 \xrightarrow{\times 5} d \mid 60n + 35 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 59 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 59$$

واضح است که $d = 59$ قابل قبول نیست و فقط $d = 1$ می تواند باشد. با

فرض $d = 59$ داریم:

$$\Delta 9 \mid \Delta n - 2 \Rightarrow \overset{\Delta 9}{\Delta n - 2} \equiv 0 \Rightarrow \overset{\Delta 9}{\Delta n} \equiv 2 + 2 \times \Delta 9 = 12.$$

$$\xrightarrow[\substack{(\Delta, \Delta_9)=1}]{+\Delta} n \equiv 24 \pmod{\Delta_9} \Rightarrow n = \Delta_9 t + 24$$

تعداد اعداد سه رقمی n که $d = 59$ باشد، برابر است با:

$$100 \leq 59t + 24 < 1000 \Rightarrow 76 \leq 59t < 976$$

$$\Rightarrow 2 \leq t \leq 16 \quad (15 \text{ مقدار})$$

پس ۱۵ مقدار سه رقمی n قابل قبول نیست و تعداد اعداد مورد نظر برای n

$$900 - 15 = 885$$

برابر است با:

(ریاضیات گسسته - آشنایی، با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

باید بینیم که ۱۲ بهمن، چند روز بعد از ۲ مهر است و قرینه آن عدد را به پیمانه هفت می‌بریم:

$$-\overbrace{((30-2))}^{\text{مهر}} + 30 + 30 + 30 + 12 \equiv -130 \equiv -4 \equiv 3$$

مطابق جدول قبل روز سوم همان چهارشنبه است یعنی دوم مهرماه روز چهارشنبه بوده است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۴)

(مشاہدہ فعالیت صفحہ ۲۴ کتاب (درس))

(عزیز الہ علیہ الصغریٰ)

۶۸- گزینہ «۲»

$$\begin{aligned} \overset{\gamma}{\forall} x \equiv m &\xrightarrow{x = \gamma k + \gamma} \overset{\gamma}{\forall} (\gamma k + \gamma) \equiv m \Rightarrow \overset{\gamma}{\forall} (\gamma) \equiv m \\ &\Rightarrow m \equiv \overset{\gamma}{\gamma} \end{aligned}$$

$$m^m + 1 \equiv (-1)^m + 1$$

حال داریم:

اگر m فرد باشد، باقی‌مانده تقسیم برابر صفر و اگر m زوج باشد، باقی‌مانده

تقسیم برابر ۲ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

(ایمان ساریفانی)

۶۹- گزینہ «۱»

شرط این که معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b^m$ در $\mathbb{Z}$ جواب داشته باشد، این است

کہ $(a, m) \mid b$ ، پس:

$$(36, 48) \mid \Delta m - 1 \Rightarrow 12 \mid \Delta m - 1 \Rightarrow \overset{12}{\Delta m - 1} \equiv 0 \Rightarrow \overset{12}{\Delta m} \equiv 1$$

$$\xrightarrow{+2 \times 12} \Delta m \equiv 2\Delta \xrightarrow[\substack{+ \Delta \\ (\Delta, 12)=1}]{12} m \equiv \Delta \Rightarrow m = 12k + \Delta$$

آمار و احتمال

۷۱- گزینه «۱»

(امیدرضا فلاح)

طبق نمودار، جدول زیر را رسم می‌کنیم:

قد	[۱۵۰، ۱۶۰)	[۱۶۰، ۱۷۰)	[۱۷۰، ۱۸۰)	[۱۸۰، ۱۹۰)	[۱۹۰، ۲۰۰)
فراوانی	۵	۷	۱۰	۶	۲

در نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به گروه وسط برابر $\theta = \frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$

است. با حذف ۵ دانش‌آموز مورد نظر، ۲ نفر با قد‌های ۱۷۱ و ۱۷۳ سانتی‌متر

از گروه وسط حذف می‌شوند و زاویه جدید گروه وسط برابر

$$\theta' = \frac{8}{25} \times 360^\circ = 115.2^\circ$$

وسط در نمودار دایره‌ای کم می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۷۲- گزینه «۳»

(مصطفی بدری)

n داده را به صورت $a_1, \dots, a_n$ و سایر داده‌ها را به

صورت $b_1, b_2, \dots, b_{300-n}$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\frac{a_1 + \dots + a_n}{n} = 12 \Rightarrow a_1 + \dots + a_n = 12n$$

$$\frac{b_1 + \dots + b_{300-n}}{300-n} = 10 \Rightarrow b_1 + \dots + b_{300-n} = 3000 - 10n$$

دو رابطه را جمع می‌کنیم:

$$\Rightarrow \text{میانگین کل } 30 \text{ داده} = \frac{12n + 3000}{30} = 11/6$$

$$\Rightarrow \frac{n}{15} + 10 = 11/6 \Rightarrow \frac{n}{15} = 1/6 \Rightarrow n = 2.5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۷۳- گزینه «۳»

(روح‌اله حسینی)

مجموع انحراف داده‌ها از میانگین‌شان برابر صفر است. پس:

$$0 + (-1) + (-2) + a + b + (-4) = 0 \Rightarrow a + b = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{0^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + a^2 + b^2 + (-4)^2}{6} = \frac{a^2 + b^2 + 21}{6}$$

$$\frac{a^2 + b^2 + 21}{6} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{25}{3} \quad \text{بنابراین: } \sigma = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 21 = 50 \Rightarrow a^2 + b^2 = 29$$

$$(a-b)^2 = 2(a^2 + b^2) - (a+b)^2 = 2(29) - 7^2$$

$$= 58 - 49 = 9$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۹۴)

۷۴- گزینه «۳»

(امیدرضا فلاح)

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 120 \Rightarrow \text{میانگین داده‌های اولیه} = \frac{120}{10} = 12$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sigma}{12}$$

$$\text{میانگین داده‌های جدید، برابر } \bar{x}' = k\bar{x} + \frac{1}{k} = 12k + \frac{1}{k} \text{ و انحراف}$$

معیار داده‌های جدید برابر $\sigma' = k|\sigma|$ می‌باشد. چون $k > 0$ پس:

$$(CV)' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{k\sigma}{12k + \frac{1}{k}}$$

$$(CV)' = \frac{3}{4}(CV) \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{k\sigma}{12k + \frac{1}{k}} = \frac{3}{4} \times \frac{\sigma}{12} \Rightarrow 16k = 12k + \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow 4k = \frac{1}{k} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{k>0} k = \frac{1}{2}$$

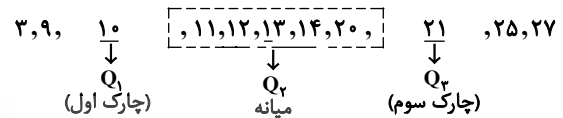
(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۹۱)

۷۵- گزینه «۳»

(ایمان ساریفانی)

ابتدا داده‌های اولیه را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. با مشخص کردن مقادیر

چارک‌های اول و سوم و میانه داده‌ها، داده‌های داخل جعبه را مشخص می‌کنیم:



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{11+12+13+14+20}{5} = 14$$

واریانس داده‌های داخل جعبه، قبل از تغییر به صورت زیر است:

$$\sigma_{\text{قدیم}}^2 = \frac{(11-14)^2 + (12-14)^2 + (13-14)^2 + (14-14)^2 + (20-14)^2}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

واریانس با کم و زیاد شدن داده‌ها تغییر نمی‌کند اما چون داده‌ها $\frac{1}{4}$ برابر

شده پس واریانس جدید $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود و داریم:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۷۶- گزینه «۱»

(مصطفی دیراری)

چون با حذف آن عدد، میانگین تغییری نکرده است پس عدد حذف شده همان

میانگین بوده است. به زبان دیگر، داده‌ها در دو وضعیت به صورت زیر هستند:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{6}$$

داده‌های اولیه: $x_1, \dots, x_5, \bar{x} \Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{5}$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{5}$$

داده‌های ثانویه: $x_1, \dots, x_5$

با کمی دقت درمی‌یابیم، صورت هر دو کسر یکسان هستند

(چون $(\bar{x} - \bar{x})^2 = 0$)، پس آن را A در نظر می‌گیریم. حالا واریانس

داده‌های ثانویه $\frac{0}{2}$ بیشتر از داده‌های اولیه است. پس داریم:

$$\frac{A}{5} - \frac{A}{6} = \frac{2}{10} \Rightarrow \frac{A}{30} = \frac{2}{10} \Rightarrow A = 6$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{A}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

(امیرحسین ابومصوب)

۷۷- گزینه «۲»

حالت‌های ممکن برای داده‌ها، به صورت مرتب شده، به صورت زیر است:

$$\begin{cases} ۱) a-۳, a+۳, b-۲, b+۲ \\ ۲) a-۳, b-۲, a+۳, b+۲ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{میان}} \frac{(a+۳)+(b-۲)}{2} = \frac{a+b+1}{2}$$

$$۳) a-۳, b-۲, b+۲, a+۳ \xrightarrow{\text{میان}} \frac{(b-۲)+(b+۲)}{2} = b$$

$$\begin{cases} ۴) b-۲, a-۳, b+۲, a+۳ \\ ۵) b-۲, b+۲, a-۳, a+۳ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{میان}} \frac{(a-۳)+(b+۲)}{2} = \frac{a+b-1}{2}$$

$$\frac{a+b+1}{2} = \frac{101}{2}$$

بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای میان به ترتیب $\frac{101}{2}$ و $\frac{a+b-1}{2} = \frac{99}{2}$ هستند که اختلاف آن‌ها برابر است با:

(روح اله حسینی)

۷۹- گزینه «۱»

چون تعداد کل داده‌ها برابر ۳۶ است، پس تعداد داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و بزرگ‌تر از چارک سوم، هر کدام برابر ۹ و تعداد داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۱۸ است. بنابراین:

$$9a = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده‌های کوچک‌تر از چارک اول}$$

$$9(a+8) = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم}$$

$$18(a+7) = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده‌های بین چارک اول و چارک سوم}$$

$$990 = 36 \times 27 / 5 = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع تمام داده‌ها}$$

$$9a + 9(a+8) + 18(a+7) = 990 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow 36a + 72 + 126 = 990 \Rightarrow 36a = 792 \Rightarrow a = \frac{792}{36} = 22$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

(نیلو فر مهدوی)

۸۰- گزینه «۳»

X فقط می‌تواند برابر ۶ باشد، زیرا در این صورت، همه داده‌ها فراوانی

یکسانی دارند و در نتیجه، مطابق فرض، فاقد مد هستند. پس $2x - 3 = 9$

داده ۴ به داده‌های اولیه اضافه می‌کنیم. داده‌های مرتب شده به صورت زیر

خواهند بود:

$$\begin{array}{ccccccc} 1, 1, 3, & 3, 4, & 4, 4, 4, & 4, 4, 4, 4, & 4, 5, & 5, 6, 6, \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ Q_1 = \frac{3+4}{2} = 3.5 & & Q_2 & & Q_3 = \frac{4+5}{2} = 4.5 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{دامنه میان چارکی} = IQR = Q_3 - Q_1 = 4.5 - 3.5 = 1$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۱، ۸۳ و ۹۲)

$$\frac{101}{2} - \frac{99}{2} = 1$$

تذکر: در حالت سوم، نامساوی‌های زیر برقرار است:

$$\begin{cases} a-3 < b-2 \Rightarrow a-b < 1 \\ b+2 < a+3 \Rightarrow a-b > -1 \end{cases} \Rightarrow |a-b| < 1$$

بنابراین اختلاف مقدار b (میانگین در این حالت) از مقادیر میانه در حالت‌های

$$\frac{99}{2} < b < \frac{101}{2} \quad \text{دیگر، قطعاً کمتر از ۱ است و داریم:}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

(ایمان ساریفانی)

۷۸- گزینه «۲»

چون واریانس ۱۱ داده اولیه، صفر است، پس همه داده‌ها با هم برابرند:

$$\underbrace{x, x, \dots, x}_{11 \text{ تا}} = \bar{x}$$

از طرفی طبق فرض، میانگین ۱۴ داده جدید با ۱۱ داده قدیم برابر است، پس

میانگین مورد نظر برابر با میانگین سه داده اضافه شده خواهد بود:

$$\bar{x} = x = \frac{26+16+24}{3} = 22$$

در نتیجه ۱۴ داده به صورت زیر است:

$$\underbrace{22, 22, \dots, 22}_{11 \text{ تا}}, 26, 16, 24$$

واریانس این ۱۴ داده نیز برابر می‌شود با:

$$\sigma^2 = \frac{11(22-22)^2 + (26-22)^2 + (16-22)^2 + (24-22)^2}{14}$$

$$= \frac{56}{14} = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2 \quad \text{انحراف معیار}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{22} = \frac{1}{11} \quad \text{ضریب تغییرات}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

فیزیک ۳

۸۱- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ نیروی پیشران قایق، از طرف آب به قایق وارد می‌شود، لذا نیروی عکس‌العمل آن به آب وارد می‌شود.

(ب) نادرست؛ اگر نیروی مقاومت آب برابر صفر بود، نیروی برابند وارد به قایق برابر نیروی پیشران بوده و لذا $F_{net} \neq 0$ می‌شود. در نتیجه $a \neq 0$ بوده و سرعت ثابت نمی‌شود.

(پ) درست

(ت) نادرست؛ نیروی مقاومت شاره از آب به قایق و عکس‌العمل آن از قایق به آب وارد می‌شود.

(ث) نادرست؛ نیروی شناوری از طرف آب به قایق وارد می‌شود، لذا عکس‌العمل آن نیز بین آب و قایق بوده و از قایق به آب وارد می‌شود، در حالی که نیروی وزن از طرف زمین به قایق وارد می‌شود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۸۲- گزینه «۱»

(مهری شریفی)

جسم ساکن است، پس برابند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 = 2\vec{i} + 3\vec{i} + F_{\vec{i},x} \vec{i} \\ 0 = -3\vec{j} + 4\vec{j} + F_{\vec{j},y} \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{\vec{i}} = -5\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -5\vec{i} - \vec{j} = 2 \times \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -2.5\vec{i} - 0.5\vec{j}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۸۳- گزینه «۳»

(ریحانه آذرآریان)

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

$$\vec{F}_{net} = 3\vec{F}_1 + 3\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -3\vec{F}_3 + \vec{F}_3 = -2\vec{F}_3$$

$$|\vec{F}_{net}| = 2 \times 12 = 24 \text{ N}$$

$$a = \frac{|\vec{F}_{net}|}{m} = \frac{24}{4} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۸۴- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

وقتی جسم تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}_1$ روی سطح افقی بدون اصطکاک به حرکت درمی‌آید، داریم:

$$\vec{F}_1 = m\vec{a}$$

وقتی جسم تحت تأثیر نیروی قائم $\vec{F}_2$ و رو به بالا به حرکت درمی‌آید، داریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_2 - W &= ma \\ \Rightarrow \vec{F}_2 &= W + ma \end{aligned}$$

بنابراین اختلاف اندازه دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به اندازه وزن جسم است.

$$F_2 - F_1 = W + ma - ma = W \Rightarrow F_2 - F_1 = mg = 0.6 \times 10 = 6 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۸۵- گزینه «۳»

(مهمدرضا نصیری)

تا قبل از باز کردن چتر، نیروی وزن ($m\vec{g}$) از نیروی مقاومت هوا بیشتر است. پس نیروی خالص و در نتیجه شتاب هم‌جهت با سرعت رو به پایین است که باعث می‌شود حرکت تندشونده باشد. با افزایش تندی، نیروی مقاومت هوا (f_D) افزایش یافته و در نتیجه باعث می‌شود اختلاف نیروهای وزن و مقاومت هوا کمتر شده و با کاهش نیروی خالص، شتاب نیز کاهش یابد.

$$\begin{aligned} \vec{f}_D \\ \uparrow \\ \circ \\ \downarrow \\ m\vec{g} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(مشابه پرسش ۷ آخر فصل صفحه ۵۷)

۸۶- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

اگر جهت مثبت محور y را رو به پایین انتخاب کنیم، می‌توان قانون دوم نیوتون را برای هر گوی نوشت و شتاب حرکت آن را به دست آورد:

(رسمت اله فیراه زاده سماکوش)

گزینه ۲ - ۸۸

زمانی جسم شروع به حرکت می کند که نیروی پیشران $\vec{F}$ به مقدار خیلی خیلی کمی بیشتر از نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه شود، پس در این لحظه $F = f_{s, \max}$ است:

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N=W} f_{s, \max} = 0.9 \times (5 \times 10) = 45 \text{ N}$$

$$F = f_{s, \max} = 45 \Rightarrow 0.6t = 45 \Rightarrow t = 75 \text{ s}$$

وقتی F بیشتر از $f_{s, \max}$ شد و جسم شروع به حرکت کرد، نیروی اصطکاک از نوع نیروی اصطکاک جنبشی می شود و برای لحظه ای بعد از شروع حرکت داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

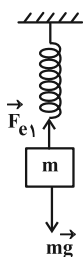
$$\xrightarrow{F_N=W} 45 - 0.6 \times 50 = 5 \times a \Rightarrow 15 = 5 \times a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳ - صفحه های ۳۹ تا ۴۳)

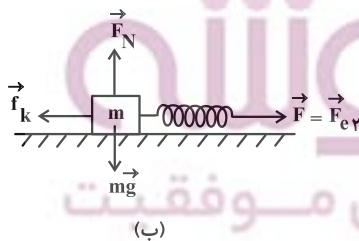
(رسمت اله فیراه زاده سماکوش)

گزینه ۳ - ۸۹

در شکل های زیر، نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت مشخص کرده ایم. در حالت (الف) نیروی کشسانی فنر، نیروی وزن را خنثی می کند و در حالت (ب) هم چون سرعت جسم ثابت است، نیروی خالص صفر می شود. بنابراین نیروی کشسانی فنر با نیروی اصطکاک جنبشی به توازن می رسد. پس داریم:



(الف)



(ب)

$$F_{e1} = mg$$

حالت (الف):

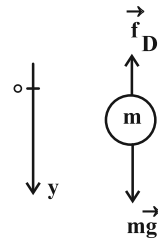
$$F_{e2} = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg$$

حالت (ب):

$$\begin{cases} F_{e1} = kx_1 = k(L_1 - L_0) \\ F_{e2} = kx_2 = k(L_2 - L_0) \end{cases} \Rightarrow \Delta F = k\Delta L$$

می دانیم:

$$\Rightarrow F_{e1} - F_{e2} = k(L_1 - L_2) \Rightarrow mg - \mu_k mg = k(L_1 - L_2)$$



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m}$$

$$a_A = \frac{m_A g - f_D}{m_A} \quad \begin{matrix} m_A = 60 \cdot g = 0.6 \text{ kg} \\ g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, f_D = 1/2 \text{ N} \end{matrix}$$

$$a_A = \frac{0.6 \times 10 - 1/2}{0.6} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_B = \frac{m_B g - f_D}{m_B} \quad \begin{matrix} m_B = 120 \cdot g = 1/2 \text{ kg} \\ g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, f_D = 1/2 \text{ N} \end{matrix}$$

$$a_B = \frac{1/2 \times 10 - 1/2}{1/2} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

طبق رابطه سرعت - جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت، می توانیم بنویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y}$$

اکنون می توانیم نسبت تندی گوی A به تندی گوی B در لحظه رسیدن به زمین را حساب کنیم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2a_A \Delta y_A}}{\sqrt{2a_B \Delta y_B}} \xrightarrow{\Delta y_A = \Delta y_B} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{a_A}{a_B}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(فیزیک ۳ - صفحه ۳۷)

(مشابه مثال ۲ - ۵ صفحه ۳۷ کتاب درسی)

گزینه ۳ - ۸۷

چون ۳۶۰ N از ۶۰۰ N کمتر است، می توان نوشت:

$$F_N = m(g - a) \Rightarrow 360 = 60(10 - a) \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جهت حرکت آسانسور می تواند هم رو به بالا باشد هم رو به پایین ولی جهت شتاب قطعاً رو به پایین است و از قانون دوم نیوتون می توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 60 \times 4 = 240 \text{ N}$$

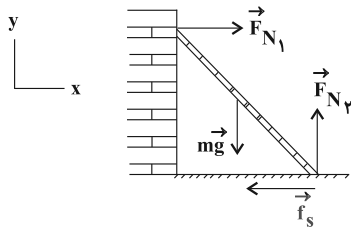
پس موارد ب، پ و ت درست است.

(فیزیک ۳ - صفحه های ۳۰ تا ۳۹)

(زهرا آقامحمدری)

۹۲- گزینه «۴»

ابتدا همه نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. چون نردبان ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است و طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x: F_{N1} = f_s \\ y: F_{N2} = mg = 45 \times 10 = 450 \text{ N} \end{cases}$$

نیروی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برابری دو نیروی عمود بر

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_{N2}^2} \quad \frac{R = 90\sqrt{34} \text{ N}}{F_{N2} = 450 \text{ N}} \rightarrow \text{هم } f_s \text{ و } F_{N2} \text{ است،}$$

$$f_s = \sqrt{(90^2 \times 34) - (450)^2}$$

$$\Rightarrow f_s = 90\sqrt{34 - 25} = 90 \times 3 = 270 \text{ N}$$

در نتیجه نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند برابر $F_{N1} = 270 \text{ N}$ است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(مشابه مثال ۲- ۱۰ صفحه ۴۵ کتاب درسی)

(علیرضا چبازی)

۹۳- گزینه «۴»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ با افزایش تندی جسم درون شاره، نیروی مقاومت شاره وارد بر آن افزایش می‌یابد.

ب) درست؛ حتی یک زمین به ظاهر سفت و سخت نیز وقتی جسمی روی آن قرار می‌گیرد، تغییر شکل می‌دهد. این تغییر شکل مربوط به نیروهای بین مولکولی است.

پ) نادرست؛ مطابق جدول ۲- ۱ در صفحه ۴۲ کتاب درسی فیزیک ۳ ضریب اصطکاک ایستایی بین مس و چدن $1/05$ است. بنابراین ضریب اصطکاک ایستایی می‌تواند بیشتر از یک باشد.

ت) درست؛ شتاب حرکت جسم الزاماً در جهت نیروی خالص وارد بر آن است. نیروی خالص وارد بر جسم نیز ممکن است در راستای حرکت یا عمود بر آن نباشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۴، ۳۶، ۳۷ و ۳۸)

$$mg(1 - \mu_k) = k(L_1 - L_2) \Rightarrow 200 \times 10^{-3} \times 10 \times (1 - \mu_k)$$

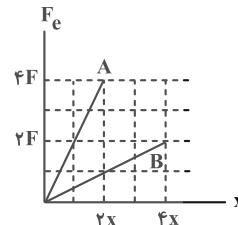
$$= 25 \times (32 - 30) \times 10^{-2} \Rightarrow \mu_k = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(مسعود شدرانی)

۹۰- گزینه «۱»

براساس شکل زیر داریم:



$$\begin{cases} \text{شیب A} = k_A = \frac{4F}{2x} = \frac{2F}{x} \\ \text{شیب B} = k_B = \frac{2F}{4x} = \frac{F}{2x} \end{cases}$$

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{\frac{2F}{x}}{\frac{F}{2x}} = 4$$

بنابراین داریم:

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(مکمل فعالیت ۲- ۳ صفحه ۴۳ کتاب درسی و

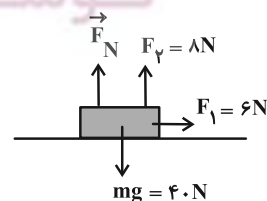
مرتبط با شکل ۲- ۱۶ صفحه ۴۳ کتاب درسی)

(مهمر احمدری)

۹۱- گزینه «۴»

$$F_N = mg - F_2 = 40 - 8 = 32 \text{ N}$$

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N = 0.6 \times 32 = 19.2 \text{ N}$$



پس جسم در این حالت بدون حرکت باقی می‌ماند و شتاب

حرکت صفر است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

اکنون می‌توانیم نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم:

$$F_k = \mu_k \times F_N \xrightarrow{\mu_k = 0.5} f_k = 0.5 \times 4 = 2 \text{ N}$$

قانون دوم نیوتون را در راستای افقی می‌نویسیم و شتاب حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$F_{\text{net}, x} = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma \xrightarrow{F_x = 8 \text{ N}, f_k = 2 \text{ N}} \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}}$$

$$8 - 2 = 2a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

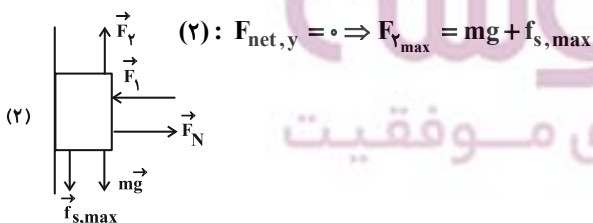
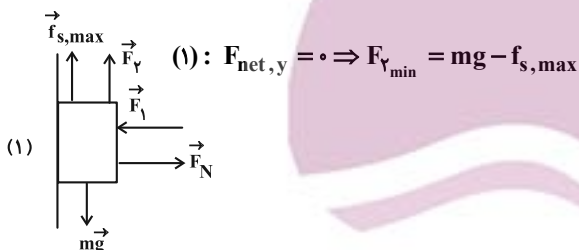
(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(ممد کاظم منشاری)

گزینه ۲» ۹۶

کمترین مقدار F_y زمانی است که نیروی اصطکاک رو به بالا باشد و بیشترین

مقدار آن زمانی است که نیروی اصطکاک رو به پایین باشد. زیرا:



$$\begin{cases} mg = 100 \text{ N} \\ f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s F_f \end{cases} \xrightarrow{\mu = 0.4, F_f = 60 \text{ N}} f_{s, \text{max}} = 24 \text{ N}$$

$$F_{y, \text{min}} = mg - f_{s, \text{max}} = 76 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

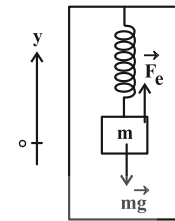
(زهرا آقامدیری)

گزینه ۳» ۹۴

جهت مثبت را رو به بالا انتخاب می‌کنیم. قانون دوم نیوتون را در دو حالت

سکون و حرکت با شتاب ثابت آسانسور می‌نویسیم:

$$F_{\text{net}} = ma$$



حالت اول: $F_e - mg = ma = 0 \Rightarrow kx - mg = 0$

$$\xrightarrow{m = 2/5 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \xrightarrow{x = 15 - 11 = 4 \text{ cm}} 4k = 25 \Rightarrow k = \frac{25 \text{ N}}{4 \text{ cm}}$$

$$\xrightarrow{m = 2/5 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \xrightarrow{a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, k = \frac{25}{4}} F_e - mg = ma$$

$$\frac{25}{4} x' - 25 = 2/5 \Rightarrow \frac{1}{4} x' - 1 = 0/1 \Rightarrow x' = 4/4 \text{ cm}$$

و طول نهایی فنر برابر است با:

$$L_y = L_1 + x' = 11 + 4/4 = 15/4 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

(علیرضا قیاری)

گزینه ۳» ۹۵

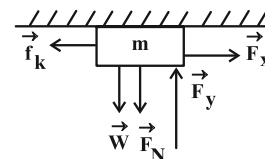
نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم. $\vec{F}_y$ و $\vec{F}_x$ مولفه‌های

افقی و قائم نیروی $\vec{F}$ هستند. نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$) و نیروی

وزن ($\vec{W}$) رو به پایین بر جسم اثر می‌کنند و چون حرکت به طرف راست

است، نیروی اصطکاک ($\vec{f}_k$) به طرف چپ است. نیروی خالص وارد بر جسم

در راستای قائم صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:



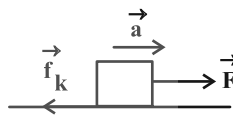
$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow F_y - F_N - W = 0 \xrightarrow{W = mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N}} \xrightarrow{F_y = 24 \text{ N}}$$

$$24 - F_N - 20 = 0 \Rightarrow F_N = 4 \text{ N}$$

۹۷- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به معادله سرعت، جسم با سرعت اولیه $\frac{4}{s}$ و شتاب $\frac{3}{s}$ حرکت می‌کند و چون پس از قطع نیروی F متوقف می‌شود، سطح دارای اصطکاک است. پس ابتدا قبل از قطع نیروی F ، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح را محاسبه می‌کنیم:

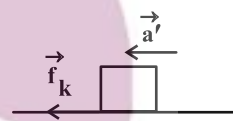
$$F_{net} = ma$$


$$F - f_k = ma \xrightarrow{F=10N, m=2kg, a=3\frac{m}{s^2}} 10 - f_k = 2 \times 3 \Rightarrow f_k = 4N$$

سرعت جسم در لحظه قطع نیروی F :

$$v = 3t + 4 \xrightarrow{t=4s} v = 3 \times 4 + 4 = 16 \frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی F ، تنها نیروی وارد بر جسم در امتداد سطح، نیروی اصطکاک است. پس می‌توان شتاب جسم را پس از قطع نیروی F به‌دست آورد:

$$F_{net}' = ma'$$


$$-f_k = ma' \xrightarrow{f_k=4N, m=2kg} -4 = 2a' \Rightarrow a' = -2 \frac{m}{s^2}$$

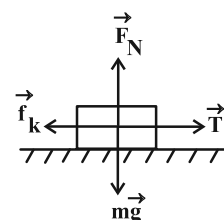
با نوشتن معادله سرعت جسم پس از قطع نیروی F می‌توان زمان توقف را محاسبه کرد:

$$v' = a't' + v \xrightarrow{v'=0, a'=-2\frac{m}{s^2}, v=16\frac{m}{s}} 0 = -2t' + 16 \Rightarrow t' = 8s$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۳)

۹۸- گزینه «۴»

(مهم‌الظلم منشاری)



$T = f_k \Rightarrow$ جسم با تندی ثابت در حرکت است

$$T = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = \frac{4}{10} \times 5 \times 10 = 20N$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{(mg)^2 + f_k^2} = \sqrt{(50)^2 + (20)^2} = 10\sqrt{29}N$$

$$\frac{T}{R} = \frac{20}{10\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

(مسلم ناری)

۹۹- گزینه «۳»

مطابق قانون اول نیوتون، با از کار افتادن موتور سفینه، نیروی خالصی به آن وارد نمی‌شود و در نتیجه با سرعت ثابت به حرکت خود بر خط راست ادامه می‌دهد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(مشابه سوال ۶ امتحان نهایی فرارد ۱۴۰۲)

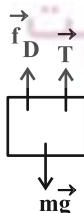
(مصطفی کیانی)

۱۰۰- گزینه «۴»

با توجه به جهت حرکت جسم که رو به پایین است، نیروی مقاومت هوا (f_D) رو به بالا به جسم وارد می‌شود و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T - f_D = ma \xrightarrow{m=20kg, g=10\frac{m}{s^2}, f_D=60N, a=1\frac{m}{s^2}} 200 - T - 60 = 20 \times 1 \Rightarrow T = 140N$$

$$200 - T - 60 = 20 \times 1 \Rightarrow T = 140N$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷ و ۳۸)

(مشابه سوال ۸ امتحان نهایی فرارد ۱۴۰۲)

فیزیک ۱

۱۰۱- گزینه «۳»

(معمد امیری)

$$T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow \theta_1 = 300 - 273 = 27^\circ \text{C}$$

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{54}{1/8} = 30^\circ \text{C}$$

$$\Delta \theta = \theta_f - \theta_i \Rightarrow \theta_f = 30 + 27 = 57^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۱۰۲- گزینه «۱»

(امیرامیر میرسعید)

برای محاسبه فاصله نهایی A تا B کافی است فرض کنید یک میله از همان جنس صفحه فلزی و به طول AB پس از افزایش دما، چقدر طولش زیاد می‌شود.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 40 \times 2 \times 10^{-6} \times 200 = 1/6 \text{ cm}$$

پس دو نقطه A و B، ۱/۶ cm از هم دور می‌شوند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۱۰۳- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

چون کره‌ها هم جنس هستند، چگالی برابر دارند. بنابراین نسبت جرم آن‌ها برابر نسبت حجم آن‌ها است:

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi [(2R)^3 - (\frac{R}{2})^3]} = \frac{R^3}{8R^3 - \frac{R^3}{8}} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{63}$$

در نتیجه طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \xrightarrow{c_A=c_B, Q_A=2\text{kJ}} \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\frac{2}{21} = \frac{8}{63} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{2 \times 63}{8 \times 21} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

(حسین الهی)

۱۰۴- گزینه «۳»

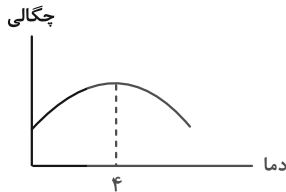
$$\Delta T = \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C}, \Delta F = \frac{1}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta F = \frac{1}{5} (50) = 10^\circ \text{F}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 800 \times 2 \times 90 = 144000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 144000 = 9 \times 4200 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 3/8^\circ \text{C} < 4^\circ \text{C}$$

با توجه به نمودار زیر چگالی آب افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۰۵- گزینه «۴»

(رممت اله فیراه زاده سماکوش)

با توجه به این که آب صفر درجه سلسیوس درون گودال قرار دارد، پس مولکول‌های سطح آب برای انجام تبخیر سطحی، از سایر مولکول‌ها گرما می‌گیرند و سایر مولکول‌ها تنها با یخ زدن می‌توانند به آن‌ها گرما بدهند. این موضوع باعث می‌شود m گرم آب تبخیر شده و (۶۸۰-m) گرم آب یخ ببندد. با مساوی قرار دادن مقدار گرمای آزاد شده ناشی از یخ زدن (۶۸۰-m) گرم آب با گرمای دریافت شده توسط m گرم آب بخار شده داریم:

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow (680 - m)L_F = mL_V$$

$$\Rightarrow (680 - m) \times L_F = m \times \gamma / \Delta L_F \Rightarrow m = 80 \text{ g (جرم بخار)}$$

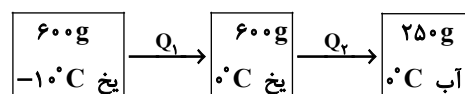
$$\Rightarrow \text{جرم یخ} = 680 - 80 = 600 \text{ g}$$

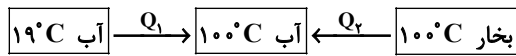
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۵)

۱۰۶- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

توجه کنید که ۲۵۰ g از یخ ذوب می‌شود و چون در نهایت مخلوط آب و یخ داریم، دمای تعادل برابر ۰°C است. بنابراین طرح‌واره مربوط به آب و یخ به شکل زیر است:





$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta = m_2 L_V$$

$$\frac{m_1 = 400 \text{ g}}{c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}, L_V = 2268 \frac{\text{J}}{\text{g}}}$$

$$400 \times 4 / 2 \times (100 - 19) = m_2 \times 2268 \Rightarrow 400 \times 81 = m_2 \times 2268$$

$$\Rightarrow m_2 = 60 \text{ g}$$

$$\text{جرم بخار اولیه} = 60 + 20 = 80 \text{ g}$$

با توجه به لزوم همسان سازی یکاها دقت شود که یکای گرمای ویژه آب

$$c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \quad \text{به } \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ تبدیل شده است.}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ تا ۱۱۱)

(سیره ملیحه میرحالش)

۱۰۹- گزینه «۲»

با استفاده از قانون گازهای آرمانی (کامل) داریم:

$$PV = nRT \quad \frac{P = 2/5 \times 10^5 \text{ Pa}}{n = 2 \text{ mol}, T = 300 \text{ K}} \rightarrow$$

$$2/5 \times 10^5 \times V = 2 \times 8 \times 300$$

$$\Rightarrow V = \frac{48 \times 10^2}{25 \times 10^4} = 192 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 19/2 \text{ L}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۲۲)

(مهمرکلاظم منشاری)

۱۱۰- گزینه «۴»

اگر فشار در سطح را P_1 و فشار در کف دریاچه را P_2 در نظر بگیریم، داریم:

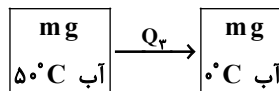
$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{V_1}{V_2} = P_1 \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3$$

$$\Rightarrow P_2 = 10^5 \times \left(\frac{8}{3} \right)^3 = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = P_0 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = P_2 - P_0 = 7 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh \Rightarrow 7 \times 10^5 = 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 70 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۲۰ و ۱۲۱)



با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_{\text{بخ}} \Delta\theta_{\text{بخ}} + m_2 L_F + m_3 c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} = 0$$

$$\frac{m_1 = 600 \text{ g}, m_2 = 250 \text{ g}, \Delta\theta_{\text{بخ}} = 10^\circ\text{C}}{\Delta\theta_{\text{آب}} = -50^\circ\text{C}, c_{\text{بخ}} = 1/2 c_{\text{آب}}, L_F = 80 c_{\text{آب}}}$$

$$600 \times \frac{1}{2} c_{\text{آب}} \times 10 + 250 \times 80 c_{\text{آب}} + m_3 \times c_{\text{آب}} \times (-50) = 0$$

$$3000 + 20000 = 50 m_3 \Rightarrow m_3 = 460 \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم کل آب داخل ظرف} = 460 + 250 = 710 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۸ تا ۱۰۶)

۱۰۷- گزینه «۳» (علیرضا بیاری)

با توجه به نمودار، اندازه گرمای مبادله شده Q' برای هر دو جسم یکسان

است و می توان نوشت:

$$Q' = m_A c_A |\Delta\theta_A| = m_B c_B \Delta\theta_B$$

$$\Rightarrow m_A c_A (60 - 45) = m_B c_B (17 - 12)$$

$$\Rightarrow 15 m_A c_A = 5 m_B c_B \Rightarrow m_B c_B = 3 m_A c_A$$

وقتی هر دو جسم به دمای تعادل θ_e می رسند نیز به اندازه یکسانی گرمای

مبادله می کنند.

$$|Q_A| = |Q_B| \Rightarrow m_A c_A |\theta_e - 60| = m_B c_B (\theta_e - 12)$$

$$\xrightarrow{\theta_e < 60^\circ\text{C}} m_A c_A (60 - \theta_e) = 3 m_A c_A (\theta_e - 12)$$

$$\Rightarrow 60 - \theta_e = 3\theta_e - 36 \Rightarrow 96 = 4\theta_e \Rightarrow \theta_e = 24^\circ\text{C}$$

در پایان، دمای تعادل را برحسب کلونین می نویسیم:

$$T_e = \theta_e + 273 \xrightarrow{\theta_e = 24^\circ\text{C}} T_e = 24 + 273 = 297 \text{ K}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۳، ۹۸، ۱۰۰)

۱۰۸- گزینه «۲» (مهران اسماعیلی)

با توجه به وجود بخار باقی مانده پس از ایجاد تعادل، می توان نتیجه گرفت در

نهایت مخلوط آب و بخار با دمای 100°C خواهیم داشت. می توان جرم بخار

تبدیل شده به آب 100°C را محاسبه کرد.

۲ فیزیک

۱۱۱ - گزینہ «۳»

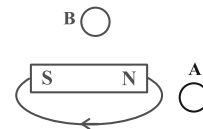
(زهرة آقاممردی)

ابتدا با توجه به جهت گیری عقربه پائین، قطب های آهن را را تعیین می کنیم.

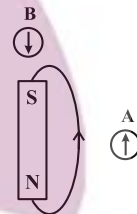
می دانیم که عقربه مغناطیسی همواره جهت میدان مغناطیسی را نشان می دهد

و جهت خط های میدان مغناطیسی خارج آهن را از قطب N به S است.

بنابراین قطب های آهن را به صورت زیر خواهد شد:



حال اگر آهنگ 90° در جهت عقربه‌های ساعت بچرخد، به صورت زیر قرار می‌گیرد و جهت عقربه‌های A و B در جهت میدان مغناطیسی و به صورت زیر خواهد شد:



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۱۲ - گزینہ «۱»

(محمدرکازم منشادی)

بررسی موارد نادرست:

الف) زمین مانند یک آهنربای بسیار بزرگ رفتار می‌کند که قطب شمال آن در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین است.

ب) قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق نیستند. در واقع قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند.

پ) موتورهای الکتریکی ابزارهایی هستند که انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کنند.

ت) نیروی بین دو سیم راست و بلند موازی حامل جریان‌های هم‌جهت،
رپایشی است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷، ۹۱ و ۹۶)

۱۱۳- گزینہ «۳»

(ابوالفضل نگو منشی نژاد)

جهت میدان مغناطیسی دو حلقه در مرکز آن‌ها مخالف یکدیگر است و اندازه میدان حاصل از حلقه کوچک‌تر بیشتر است. پس در مورد میدان مغناطیسی حلقه بزرگ B - حلقه کوچک $B_T = B$ برابری می‌توان نوشت:

$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{r_{\text{کوچک}}} - \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{r_{\text{بزرگ}}} = \frac{\mu_0}{2} I \left(\frac{1}{r_{\text{کوچک}}} - \frac{1}{r_{\text{بزرگ}}} \right)$$

$$\xrightarrow{r \text{ بر حسب سانتی متر}} B_T = \frac{\mu_0}{2} I \left(\frac{1}{r \times 10^{-2}} - \frac{1}{(r+3) \times 10^{-2}} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{r} \mathbf{I} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r + r} \right)$$

$$B_T = \gamma \pi \times 10^{-\gamma} \times \gamma \times 10^{-\gamma} \left(\frac{r + \gamma - r}{r(r + \gamma)} \right) = \pi \times 10^{-\delta}$$

$$\Rightarrow 1 \lambda \pi \times 10^{-8} \frac{1}{r(r+3)} = \pi \times 10^{-8} \Rightarrow r(r+3) = 1 \lambda$$

$$\Rightarrow r^2 + 3r - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = -6 \text{ cm} & \text{غ ق ق} \\ r = 3 \text{ cm} & \text{ق ق} \end{cases}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

(علی بدزگر)

۱۱۴- گزینہ «۳»

برای خاصیت آهنربایی هر ماده فرومغناطیسی مقدار اشباع یا بیشینه وجود دارد. این وضعیت هنگامی به وجود می‌آید که ماده مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی بسیار قوی قرار گیرد، به‌طوری که درصد بالایی از دوقطبی‌های مغناطیسی حوزه‌ها به موازات یکدیگر هم‌خط شوند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۴، ۹۳ و ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۱۵ - گزینه «۳»

(علیرضا بیاری)

به کمک قاعده دست راست معلوم می‌شود که جهت میدان مغناطیسی حاصل

از سیم راست حامل جریان، در محل بار A ($\vec{B}_A$) درون سو و در محل

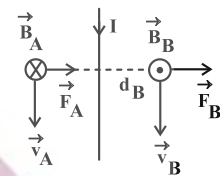
بار B ($\vec{B}_B$) بیرون سو است. بنابراین با توجه به علامت بارهای

الکتریکی q_B و q_A جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر دو ذره به طرف

راست است. از طرفی چون ذره B نسبت به ذره A به سیم حامل جریان

نزدیک‌تر است. داریم:

$$B_B > B_A$$



اکنون اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر این دو ذره را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{|q_B| v_B B_B \sin \theta_B}{|q_A| v_A B_A \sin \theta_A} \xrightarrow{|q_B|=|q_A|, v_B=2v_A, \theta_B=\theta_A=90^\circ}$$

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{2B_B}{B_A} \xrightarrow{B_B > B_A} F_B > 2F_A$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

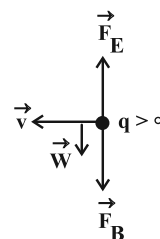
۱۱۶ - گزینه «۲»

(مهمربنا فارمی)

ابتدا به کمک جهت خطوط میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و همچنین قاعده

دست راست، جهت نیروهای وارد بر ذره باردار را رسم می‌کنیم. سپس مقدار

هر یک از نیروهای وارد بر آن را به دست می‌آوریم:



$$F_E = E |q| = \frac{|\Delta V|}{d} \times |q| \Rightarrow F_E = \frac{50}{10^{-2}} \times 2 \times 10^{-6} = 10^{-2} \text{ N}$$

$$\vec{F}_E = (10^{-2} \text{ N}) \vec{j}$$

$$F_B = |q| v B \sin \theta \Rightarrow F_B = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ$$

$$= 8 \times 10^{-3} \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_B = (-8 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}$$

$$W = mg = 400 \times 10^{-6} \times 10 = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\vec{W} = (-4 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}$$

در آخر نیز به کمک قانون دوم نیوتون بردار شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = \frac{\vec{F}_E + \vec{F}_B + \vec{W}}{m} = \frac{(-2 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}}{400 \times 10^{-6} \text{ kg}} = \left(-5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{j}$$

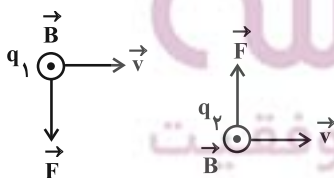
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱۱۷ - گزینه «۴»

(مهمربنا نصیری)

با توجه به قاعده دست راست بار q_1 چون به پایین منحرف شده، مثبت و

بار q_2 که به سمت بالا منحرف شده، منفی است.



درضمن چون q_2 شعاع کمتری دارد و زودتر منحرف شده پس نیروی

بزرگ‌تری به آن وارد شده و با توجه به تندی و جرم یکسان دو ذره، پس

$$\uparrow F = |q| \uparrow v B \sin \alpha$$

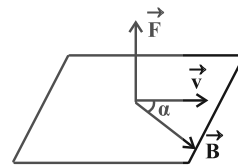
باید بار الکتریکی بیشتری داشته باشد:

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۱۸ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به این که بار ذره منفی است برای تعیین جهت سرعت ذره می توانیم از قاعده دست چپ استفاده کنیم. بدین منظور اگر انگشت شست را رو به بالا (جهت مثبت محور Z) و چهار انگشت را در جهت مثبت محور y نگه داشته و آن ها را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم تا در جهت B باشد، بنابراین جهت سرعت ذره می تواند در جهت مثبت +y باشد.



با توجه به شکل و جهت ممکن برای سرعت، داریم:

$$\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$F = |q| v B \sin \alpha \xrightarrow{F=0.24\text{ N}, |q|=3 \times 10^{-3}\text{ C}, B=0.4\text{ T}, \alpha=30^\circ}$$

$$0.24 = 3 \times 10^{-3} \times v \times 0.4 \times \sin 30^\circ$$

$$0.24 = 1/2 \times 10^{-3} \times v \times \frac{1}{2} \Rightarrow v = \frac{0.24}{0.6 \times 10^{-3}} = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۹۱ تا ۹۳)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

چون حلقه های سیملوله آرمانی بسیار نزدیک به هم هستند، طول سیملوله برابر است با: $\ell = ND$
که در آن N تعداد دورهای سیملوله و D قطر سیمی است که سیملوله از آن ساخته شده است. بنابراین با توجه به رابطه میدان مغناطیسی درون سیملوله، داریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow{\ell=ND} B = \frac{\mu_0 I}{D}$$

$$\xrightarrow{B=9/6 \times 10^{-4}\text{ T}, D=1/57 \times 10^{-3}\text{ m}, \mu_0=4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}}$$

$$9/6 \times 10^{-4} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times I}{1/57 \times 10^{-3}}$$

$$\xrightarrow{\pi=3/14} T = \frac{1/57 \times 10^{-3} \times 9/6 \times 10^{-4}}{4 \times 3/14 \times 10^{-7}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{9/6}{8} = 1/2\text{ A}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۲۰ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا جریان عبوری از مدار را در حالت اول به دست می آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \xrightarrow{R=4\Omega, r=2\Omega, \mathcal{E}=12\text{ V}} I = \frac{12}{4+2} = 2\text{ A}$$

با توجه به این که میدان مغناطیسی ۲۵ درصد افزایش یافته است، داریم:

$$B' = B + 0.25B = 1/25B$$

اکنون با ثابت ماندن نیروی مغناطیسی در دو حالت می توان نوشت:

$$F_B = F'_B \xrightarrow{F_B=BI\ell} BI\ell' = B'I'\ell' \xrightarrow{I=2\text{ A}, B'=1/25B}$$

$$B \times 2 = 1/25B \times I' \Rightarrow I' = 1/6\text{ A}$$

حال با داشتن اندازه جریان عبوری در حالت دوم، می توان مقاومت متغیر را

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'+r} \xrightarrow{I'=1/6\text{ A}, \mathcal{E}=12\text{ V}, r=2\Omega} 1/6 = \frac{12}{R'+2}$$

محاسبه کرد:

$$\Rightarrow R' = 5/5\Omega$$

پس اندازه تغییر مقاومت برابر است با:

$$\Delta R = R' - R = 5/5 - 4 = 1/5\Omega$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۹۱ تا ۹۳)

شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۲»

(پیمان فواوی مهر)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شکل A مربوط به قلمروی تولید مواد مانند آبکاری است.

۳) شکل C چراغ خورشیدی را نشان می‌دهد که از لامپ LED، سلول

خورشیدی و باتری قابل شارژ تهیه شده است.

۴) برای ساخت باتری لیمویی به دو فلز با جنس‌های متفاوت نیاز است.

(به‌طور مثال مس و روی)

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۲۲- گزینه «۱»

(محمدرضا پوریاویر)

واکنش انجام شده به صورت $2\text{Na} + \text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{NaCl}$ می‌باشد که در

آن اتم‌های سدیم الکترون از دست می‌دهند ($\text{Na} \rightarrow \text{Na}^+ + e^-$) و

اکسایش پیدا می‌کنند. به این ترتیب به عنوان کاهنده باعث کاهش یافتن گاز

کلر ($\text{Cl}_2 + 2e^- \rightarrow 2\text{Cl}^-$) خواهند شد.

(شیمی ۳- مشابه با هم پیندریشیم صفحه ۴۰)

۱۲۳- گزینه «۱»

(پیمان فواوی مهر)

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ A ($_{28}\text{Ni}$) در واکنش کاهنده است و اکسایش می‌یابد.

۲) نادرست؛ معادله کاهش به صورت $2\text{B}^{2+}(\text{s}) + \text{Fe} \rightarrow 2\text{B}(\text{g}) + \text{Fe}^{2+}$ است.

۳) نادرست؛ به ازای تشکیل هر مول فراورده یونی، ۲ مول الکترون مبادله

می‌شود:

$$0.4 \text{ mol NiO} \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol NiO}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} = 4.816 \times 10^{23} e^-$$

۴) نادرست؛ قدرت اکسندگی گوگرد از قدرت اکسندگی اکسیژن کمتر است.

(شیمی ۳- صفحه ۴۰)

۱۲۴- گزینه «۴»

(محمدرضا جمشیری)

عبارت صورت سوال نادرست است.

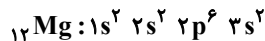
اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند الکترون از دست بدهند و

اکسایش یابند.

بررسی برخی گزینه‌ها:

۱) گونه کاهنده فلز منیزیم می‌باشد که با توجه به آرایش الکترونی آن،

دارای ۳ لایه اشغال شده از الکترون می‌باشد.



۴) اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز هیدروژن و نمک تولید می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ و ۴۲)

(مشابه متن کتاب درسی)

۱۲۵- گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

به ازای هر مول فلز مس تولید شده در واکنش، یک مول فلز روی از تیغه جدا

می‌شود. این یعنی جرم تیغه به ازای مصرف ۱ مول فلز روی به اندازه ۱ گرم

کاهش می‌یابد.

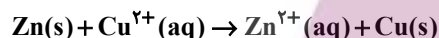
تغییر جرم تیغه به ازای مصرف یک مول فلز روی

$$-1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 64 - 65 = \text{جرم Zn جدا شده} - \text{جرم Cu رسوب کرده}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

واکنش موازنه شده انجام شده به صورت زیر است که ضرایب دو سمت

معادله با هم برابر است.



به دلیل مصرف یون Cu^{2+} ، با گذشت زمان شدت رنگ محلول کاهش

می‌یابد. یون‌های Cu^{2+} در واکنش با گرفتن الکترون‌های فلز روی باعث

اکسایش آن می‌شوند پس اکسند هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(مشابه متن و شکل کتاب درسی)

۱۲۶- گزینه «۴»

(یاسر راش)

بررسی گزینه‌ها:

۱) در واکنش‌هایی مانند: $\text{Zn(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \dots$ ، یون مس

کاهش یافته و به اتم مس (Cu) تبدیل می‌شود که به صورت رسوب ظاهر

می‌گردد. گونه‌ای که اکسید می‌شود، معمولاً به شکل یون در محلول باقی

می‌ماند.

۲) هر فرایندی که به سمت پایداری بیشتر (انرژی کمتر) پیش می‌رود، تفاوت

انرژی را به صورت گرما یا نور آزاد می‌کند.

۳) فلز کاهنده‌تر، تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد و می‌تواند

الکترون‌های خود را به کاتیون فلز با قدرت کاهندگی کمتر بدهد و آن را

کاهش داده و از نمک آن خارج کرده و به صورت فلز آزاد کند.

(علیرضا بیانی)

۱۲۹- گزینه «۲»

با توجه به میزان افزایش دمای محلول‌ها، مقایسه قدرت کاهندگی فلزها به صورت زیر است:

$$A > C > B > M > D$$

بررسی موارد:

مورد اول: درست

مورد دوم: درست

قدرت اکسندگی: $A^{a+} < C^{c+} < B^{b+} < M^{m+} < D^{d+}$

مورد سوم: واکنش فلز B با یون D^{d+} انجام‌پذیر است و دمای مخلوط واکنش افزایش می‌یابد.

مورد چهارم: محلول حاوی نمک C را نمی‌توان در ظرفی از جنس A نگهداری کرد زیرا واکنش اکسایش-کاهش میان آن‌ها انجام می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

(یاسر راش)

۱۳۰- گزینه «۲»

بررسی همه موارد:

مورد اول: در واکنش‌های سوختن، اکسیژن معمولاً الکترون می‌گیرد و کاهش می‌یابد، بنابراین نقش اکسنده (عامل اکسایش ماده سوختنی) را ایفا می‌کند.

مورد دوم: طلا و پلاتین جزء فلزات نجیب هستند و به دلیل تمایل بسیار کم به از دست دادن الکترون، با اکسیژن واکنش نمی‌دهند و اکسید نمی‌شوند.

این مقاومت، از ویژگی‌های بارز این فلزات است.

مورد سوم: بسیاری از واکنش‌های اکسایش-کاهش گرماده هستند (نه همه آن‌ها). همچنین سرعت واکنش ربطی به مقدار گرمای آزاد شده ندارد و تنها بر سرعت آزاد شدن گرما می‌تواند تأثیرگذار باشد.

مورد چهارم: در واکنش‌های شیمیایی (از جمله واکنش‌های «اکسایش-کاهش»، تنها آرایش الکترون‌ها تغییر می‌کند و تعداد پروتون‌ها (هویت اتم‌ها) و نوترون‌ها ثابت می‌ماند.

مورد پنجم: در هر واکنش «اکسایش-کاهش»، قانون بقای بار الکتریکی حکم می‌کند که تعداد کل الکترون‌های از دست داده شده (در اکسایش) باید دقیقاً برابر با تعداد کل الکترون‌های گرفته شده (در کاهش) باشد تا بار کلی حفظ شود. این یک اصل پایه در موازنه واکنش‌های اکسایش-کاهش است.

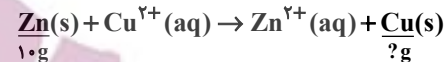
(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۴) فلزاتی که به صورت آزاد یافت می‌شوند (مانند طلا و پلاتین) در برابر اکسایش بسیار مقاوم هستند و قدرت کاهندگی بسیار پایینی دارند، یعنی تمایل کمتری به از دست دادن الکترون دارند و بنابراین به صورت ترکیب (اکسید شده) در طبیعت یافت نمی‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

(هری بهاری پور)

۱۲۷- گزینه «۲»



$$\frac{24}{10} \times 10^{-21} e^{-} \times \frac{1 \text{ mol } e^{-}}{6.02 \times 10^{23} e^{-}} \times \frac{1 \text{ mol } Cu}{2 \text{ mol } e^{-}}$$

$$\times \frac{64g \text{ Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 128 \times 10^{-2} g \text{ Cu}$$

$$\frac{24}{10} \times 10^{-21} e^{-} \times \frac{1 \text{ mol } e^{-}}{6.02 \times 10^{23} e^{-}} \times \frac{1 \text{ mol } Zn}{2 \text{ mol } e^{-}}$$

$$\times \frac{65g \text{ Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 130 \times 10^{-2} g \text{ Zn}$$

$$10 + 1/28 - 1/3 = 9/98$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(افسان روستایی)

۱۲۸- گزینه «۱»

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



بررسی موارد:

الف) نادرست؛ یون Cu^{2+} کاهش یافته و اکسنده است نه فلز Cu .

ب) درست؛ با توجه به تغییر عدد اکسایش، واکنش از نوع اکسایش-کاهش است.

پ) درست؛

(تغییر عدد اکسایش کاهنده) $\times$ (تعداد کاهنده) = شمار الکترون مبادله شده برحسب مول

$$= 2 \times 3 = 6 \text{ mol } e^{-}$$

$$\frac{2}{27} g \text{ Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 g \text{ Al}} \times \frac{6 \text{ mol } e^{-}}{2 \text{ mol Al}} = 0/2 \text{ mol } e^{-}$$

ت) درست؛ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۱۰ است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T = 546 + 273 = 819$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{2 \times V_2}{819} \Rightarrow V_2 = 33 / 6 L$$

STP جدید

$$5 / 4 g \text{ اختلاف جرم } \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{216 g \text{ اختلاف جرم}} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol KNO}_3}$$

$$\times \frac{33 / 6 L \text{ O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 4 / 2 L \text{ O}_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

(مبتنی می‌باشد)

۱۳۴- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) طبق متن کتاب درسی، گازها برخلاف مایعات و جامدات تراکم‌پذیر می‌باشند.

(۲) برای توصیف یک نمونه گاز افزون بر مقدار و دمای آن باید فشار آن نیز مشخص باشد.

(۳) در دما و فشار یکسان حجم مقدار مول معینی از گازهای گوناگون با هم برابر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

(مهرشاد میرزاممیری)

۱۳۵- گزینه «۳»

علت نادرستی گزینه «۳»:

طبق شکل کتاب درصد گاز نیتروژن از ۷۸٪ به ۹۵٪ می‌رسد که ۱۷٪ تغییر و درصد گاز اکسیژن از ۲۱٪ به ۵٪ می‌رسد که ۱۶٪ تغییر دارد. پس در نتیجه تغییر درصد گاز نیتروژن کمی بیشتر از تغییر درصد گاز اکسیژن است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳، ۷۵، ۸۱ و ۸۳)

(میثا سیرمسنی)

۱۳۶- گزینه «۲»

معادله موازنه شده به صورت زیر می‌باشد:

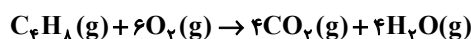


در ابتدا مقدار اکسیژن تولید شده توسط تجزیه پتاسیم پرمنگنات را محاسبه می‌کنیم:

$$118 / 5 g \text{ KMnO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 g \text{ KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KMnO}_4}$$

$$= 0 / 375 \text{ mol O}_2$$

سپس گاز اکسیژن حاصل از تجزیه پتاسیم پرمنگنات با مقدار کافی (C_۲H_۸) طی واکنش سوختن مصرف شده و مقدار تولید شده H_۲O را محاسبه می‌کنیم:



$$0 / 375 \text{ mol O}_2 \times \frac{4 \text{ mol H}_2\text{O}}{6 \text{ mol O}_2} \times \frac{18 g \text{ H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 4 / 5 g \text{ H}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره، آن را در مناطقی عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد.

(۲) سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد.

(۳) برای تبدیل CO_۲ به مواد معدنی می‌توان از منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید استفاده کرد و نباید در نام‌گذاری این دو ترکیب از اعداد رومی استفاده کرد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۱۳۲- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت مکان‌های مناسبی برای دفن CO_۲ هستند.

(ب) نادرست؛ دگرشکل (آلوتروپ) به هر یک از شکل‌های مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود.

(پ) درست؛ با توجه به واکنش زیر



فراورده NO طبق واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$ هنگام رعد و برق در هواکره، تولید می‌شود.

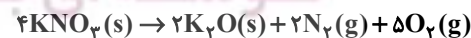
(ت) درست؛ واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بیشتر است. نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار پیوندها در مولکول هر کدام برابر ۲ می‌باشد.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۵)

۱۳۳- گزینه «۱»

با توجه به معادله واکنش موازنه شده زیر داریم:



با فرض سوال که واکنش به‌طور کامل انجام شده است می‌توان گفت به ازای مصرف ۴ مول KNO_۳، ۲ مول K_۲O تولید شده است که اختلاف جرم آن‌ها برابر:

$$(4 \text{ mol KNO}_3 \times \frac{101 g \text{ KNO}_3}{1 \text{ mol g KNO}_3}) - (2 \text{ mol K}_2\text{O} \times \frac{94 g \text{ K}_2\text{O}}{1 \text{ mol K}_2\text{O}})$$

$$= 216 g$$

و از طرفی چون شرایط سوال STP نمی‌باشد باید حجم مولی گاز اکسیژن در شرایط جدید را محاسبه کنیم. طبق رابطه زیر داریم:

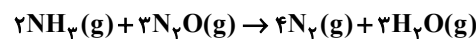
۱۳۷ - گزینه «۲»

(نذر اسسین پورمقدم)

$$\text{STP} \Rightarrow \begin{cases} \text{دما} : 273\text{ K} \\ \text{فشار} : 1\text{ atm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم مولی گازها} \Rightarrow \begin{cases} 22400\text{ mL} \\ 22/4\text{ L} \end{cases} \text{ یا}$$

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$? \text{ g NH}_3 = 448\text{ mL گاز} \times \frac{1\text{ L مخلوط}}{1000\text{ mL مخلوط}}$$

$$\times \frac{1\text{ mol مخلوط}}{22/4\text{ L}} \times \frac{2\text{ mol NH}_3}{5\text{ mol مخلوط}} \times \frac{17\text{ g NH}_3}{1\text{ mol NH}_3} = 0/136\text{ g NH}_3$$

$$? \text{ g N}_2\text{O} = 448\text{ mL مخلوط} \times \frac{1\text{ L مخلوط}}{1000\text{ mL مخلوط}}$$

$$\times \frac{1\text{ mol مخلوط}}{22/4\text{ L}} \times \frac{3\text{ mol N}_2\text{O}}{5\text{ mol مخلوط}} \times \frac{44\text{ g N}_2\text{O}}{1\text{ mol N}_2\text{O}} = 0/528\text{ g N}_2\text{O}$$

$$\text{اختلاف جرم} = 0/528 - 0/136 = 0/392\text{ g}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۳۸ - گزینه «۴»

(سعید تیزرو)

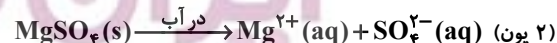
نقطه جوش مولکول اوزون به دلیل قطبیت و جرم مولی بیشتر، از مولکول ناکتبی اکسیژن بیشتر است. در نتیجه گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن با سهولت بیشتری مایع می‌شود. در نتیجه مقایسه گزینه «۱» درست است.

نقطه جوش گازهای آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن به ترتیب -196°C ، -33°C و -253°C است. در نتیجه مقایسه گزینه «۲» درست است.

تعداد یون‌های حاصل از انحلال آمونیوم کربنات در آب:



تعداد یون‌های حاصل از انحلال منیزیم سولفات در آب:



در نتیجه مقایسه گزینه «۳» درست است.

مطابق شکل صفحه ۹۴ کتاب درسی مقدار نمک حل شده در دریای مدیترانه برحسب درصد بیشتر از این مقدار در اقیانوس آرام است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی؛

صفحه‌های ۷۳، ۸۲، ۹۱، ۹۲ و ۹۳)

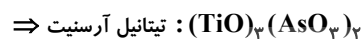
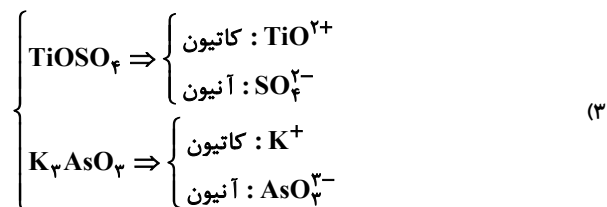
۱۳۹ - گزینه «۴»

(ممن مبنونی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به شکل نمودار کتاب درسی که کاربردهای NaCl را نشان می‌دهد، سهم استفاده از NaCl استخراج شده در مصارف خانگی و تولید سدیم کربنات کمتر از ۵۰ درصد می‌باشد.

(۲) اولین مرحله استخراج فلز منیزیم، واکنش یون آن با محلول دارای یون هیدروکسید است که منجر به تولید رسوب $\text{Mg}(\text{OH})_2$ نامحلول می‌شود.



(۴) در هر سه واکنش به ترتیب رسوب‌های سفید رنگ AgCl ، $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ و

BaSO_4 تولید می‌شود که نشان‌دهنده وجود یون‌های Cl^- ، Ca^{2+} و

Ba^{2+} در محلول‌ها می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲، ۹۷ و ۹۸)

۱۴۰ - گزینه «۳»

(امیر فاتمیان)

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{گازوئیل}} &= 50\text{ L} \\ d_{\text{گازوئیل}} &= 0/85\text{ g mL}^{-1} = 850\text{ g L}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

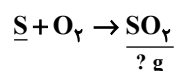
$$\Rightarrow m_{\text{محلول (گازوئیل)}} = d \times V = 850 \times 50 = 42500\text{ g}$$

$$400\text{ ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده گوگرد}}{42500} \times 10^6$$

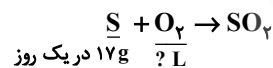
$$\Rightarrow x = \frac{42500 \times 400}{10^6} = 17\text{ g گوگرد}$$

مقدار گوگردی که در طول ۳۰ روز در خودرو دیزلی می‌سوزد:

$$\text{در } 30\text{ روز} \Rightarrow 30 \times 17\text{ g} = 510\text{ g}$$



$$? \text{ SO}_2 = 510\text{ g S} \times \frac{1\text{ mol S}}{32\text{ g S}} \times \frac{1\text{ mol SO}_2}{1\text{ mol S}} \times \frac{64\text{ g SO}_2}{1\text{ mol SO}_2} = 1020\text{ g}$$



$$? \text{ L O}_2 = 17\text{ g S} \times \frac{1\text{ mol S}}{32\text{ g S}} \times \frac{1\text{ mol O}_2}{1\text{ mol S}} \times \frac{22/4\text{ L O}_2}{1\text{ mol O}_2} = 11/9\text{ L O}_2$$

$$\frac{11/9\text{ L}}{59/5\text{ L}} \times 100\% = 20\% \Rightarrow 59/5\text{ لیتر هوا}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی؛

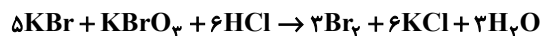
صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰، ۹۴ و ۹۵)

شیمی ۲

۱۴۱- گزینه «۲»

(مفسر مبنوی)

در ابتدا واکنش مورد نظر را موازنه می‌کنیم:



با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(۱) سرعت تولید Br_2 سه برابر سرعت مصرف KBrO_3 می‌باشد. اما با توجه به این که حالت فیزیکی Br_2 در واکنش مایع است و غلظت مایعات خالص با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، نباید سرعت تولید آن را در واکنش براساس تغییر غلظت در نظر گرفت. پس مقایسه سرعت این دو ماده براساس غلظت آن‌ها صحیح نیست.

(۲) سرعت هر کدام از مواد HCl و KCl ، شش برابر سرعت واکنش است. علامت منفی برای HCl و علامت مثبت برای KCl نیز با توجه به مثبت بودن واکنش $\bar{R}$ به درستی قرار داده شده است.

(۳) با توجه به ضرایب KBr و KCl ، تساوی قرار داده شده صحیح است.

(۴) اگر کل عبارت را بر عدد ۲ تقسیم کنیم به رابطه

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = -\frac{\Delta[\text{HCl}]}{6\Delta t} = -\frac{\Delta[\text{KBrO}_3]}{\Delta t}$$

ضرایب مواد و مثبت بودن، این تساوی صحیح است. در مرحله بعد به محاسبه

قسمت دوم سوال می‌پردازیم، گونه کاهنده با توجه به تغییرات عدد اکسایش Br^-

در ترکیب KBr است، ترکیب یونی تولید شده نیز KCl می‌باشد.

$$? \text{ mol KCl} = 2 \text{ mol KBr} \times \frac{6 \text{ mol KCl}}{5 \text{ mol KBr}} = 2.4 \text{ mol KCl}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۲- گزینه «۱»

(مهم‌رها پوریاویر)

طبق متن کتاب الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزند و سایر

گزینه‌ها طبق متن کتاب درست می‌باشند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۱۴۳- گزینه «۴»

(اسمان روستایی)

منحنی تغییرات مقدار ماده B رو به پایین و منحنی تغییرات مقدار مواد A و C رو به بالا است. پس ماده B واکنش‌دهنده و ماده A و C فراورده هستند. از طرفی با توجه به نمودار، شیب منحنی مواد A و B مشابه یکدیگر و دو برابر شیب منحنی ماده C است و در نتیجه اگر ضریب ماده C را برابر یک در نظر بگیریم، ضریب مواد A و B برابر ۲ خواهد بود. در نتیجه معادله موازنه شده به صورت $2\text{B} \rightarrow 2\text{A} + \text{C}$ خواهد بود. از طرفی با توجه به سرعت واکنش می‌توان در نهایت به مقدار مول تولیدی ماده A رسید.

$$\bar{R}_A = 2\bar{R}_{\text{واکنش}} = 2 \times 0.06 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = 0.12 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Delta t = 120 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2 \text{ min}$$

$$0.12 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{x \text{ mol A}}{2 \text{ min}} \Rightarrow \text{mol A} = 0.24$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۴- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

بعد از باز شدن شیر مخزن حجم کل آن برابر با دو لیتر خواهد بود و غلظت هر یک از گازها و واکنش میان آن‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$[\text{A}_2] = \frac{1.0 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}, \quad [\text{BA}] = \frac{2.0 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 1.0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



و همان‌طور که می‌بینیم مقدار واکنش‌دهنده‌ها متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است. حال به کمک سرعت واکنش زمان لازم برای مصرف واکنش دهنده A_2 را که سرعت مصرف آن با سرعت واکنش برابر است، حساب می‌کنیم:

$$1.0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\Delta[\text{A}_2]}{\Delta t} = \frac{0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 500 \text{ s} \xrightarrow{+60} \Delta t = \frac{25}{3} \text{ min}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۵ - گزینه «۴»

(ممد رضا پور جاوید)

اگر فرض کنیم در واکنش دوم x گرم O_2 تولید می‌شود، در این صورت جرم SO_3 حاصل از واکنش اول $5x$ گرم خواهد بود. به این ترتیب در مورد واکنش اول می‌توان گفت:

$$SO_3 \text{ مقدار} = 5x \text{ g } SO_3 \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{80 \text{ g } SO_3} = \frac{x}{16} \text{ mol } SO_3$$

$$\bar{R}_{SO_3} = \frac{\frac{x}{16} \text{ mol}}{\Delta t} = \frac{x}{16 \Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش اول}} = \frac{\bar{R}_{SO_3}}{3} = \frac{x}{48 \Delta t}$$

برای واکنش دوم خواهیم داشت:

$$O_2 \text{ مقدار} = x \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = \frac{x}{32} \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\frac{x}{32} \text{ mol}}{\Delta t} = \frac{x}{32 \Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش دوم}} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{1} = \frac{x}{32 \Delta t}$$

$$\frac{\bar{R}_{\text{واکنش اول}}}{\bar{R}_{\text{واکنش دوم}}} = \frac{\frac{x}{48 \Delta t}}{\frac{x}{32 \Delta t}} = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۶ - گزینه «۲»

(پیمان فواوی مهر)

فرمول ساختاری داده شده مربوط به بنزوئیک اسید با فرمول مولکولی $C_7H_6O_2$ است.

بررسی همه موارد:

الف) درست: اسیدهای آلی بر اثر واکنش با محلول پتاسیم پرمنگنات، رنگ بنفش محلول را از بین می‌برند. (بر اثر گرم شدن)

ب) نادرست: اختلاف جرم مولی $C_7H_6O_2$ و C_7H_6O برابر ۱۶ گرم بر مول و اختلاف جرم مولی C_7H_8 و C_7H_6 برابر ۱۴ گرم بر مول است.

پ) نادرست: بنزوئیک اسید در توت فرنگی وجود دارد.

ت) نادرست: بنزوئیک اسید دارای ۴ پیوند دوگانه و ۱۱ پیوند یگانه است.

ث) درست: جرم مولی بنزوئیک اسید ۱۲۲ گرم بر مول و جرم مولی استیک اسید (CH_3COOH) و اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) به ترتیب ۶۰ و ۶۲ گرم بر مول است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱۴۷ - گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)



در ۱۰۰ ثانیه اول واکنش، ۰/۰۳ مول KO_2 مصرف می‌شود، پس می‌توان حجم O_2 تولید شده را به دست آورد.

$$0.03 \text{ mol } KO_2 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{4 \text{ mol } KO_2} \times \frac{24.5 \text{ L}}{1 \text{ mol } O_2} = 0.5625 \text{ L } O_2$$

$$R_{O_2} = \frac{0.5625 \text{ L}}{\frac{100}{60} \text{ min}} = 0.3375 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۸ - گزینه «۴»

(ندرا حسین پورمقدم)

$$\Delta n_{KClO_3} = 5 - 0 = 5 = 4 / 5 \text{ mol}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\Delta [KClO_3] = \frac{\Delta n}{V} = \frac{4 / 5}{2} = 2 / 25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad (1) \text{ نادرست}$$

$$\Delta t = 40 - 0 = 40 \text{ s}$$

$$\bar{R}_{KClO_3} = \frac{\Delta [KClO_3]}{\Delta t} = \frac{2 / 25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{40 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 3 / 375 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\text{سرعت تجزیه } KClO_3 = 3 / 375 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(۲) نادرست: سرعت واکنش برابر است با سرعت تغییر غلظت هر

واکنش‌دهنده یا محصول واکنش در واحد زمان تقسیم بر ضریب

استوکیومتری آن در واکنش.

(۳) نادرست؛

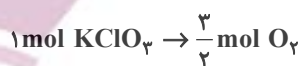
$$n_1 - n_2 = 1/3$$

$$\Delta t = 30 - 10 = 20 \text{ s}$$

$$\Delta[\text{KClO}_3] = \frac{n_1 - n_2}{V} = \frac{1/3}{2} = 0.165 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R} = \frac{\Delta[\text{KClO}_3]}{2 \times \Delta t} = \frac{0.165 \text{ mol.L}^{-1}}{2 \times 20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.2475 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(۴) درست؛ $2 \text{ mol KClO}_3 \sim 3 \text{ mol O}_2$ براساس واکنش



یعنی با تجزیه هر مول KClO_3 ، $\frac{3}{2}$ مول O_2 تولید می‌شود.

$$t = 40 \text{ s} \Rightarrow \Delta n_{\text{KClO}_3} = 5 - 0 = 5 = 4/5$$

$$n_{\text{O}_2} = \Delta n_{\text{KClO}_3} \times \frac{3}{2} = 4/5 \times 1/5 = 6/75 \text{ mol}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۹ - گزینه «۳»

(رسول عابرنی زواره)

بررسی گزینه‌های نادرست؛

(۱) نادرست؛ رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که در ساختار خود

الکترون جفت نشده دارد.

(۲) نادرست؛ هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپن هستند.

(۴) نادرست؛ چهره آشکار رد پای غذا نشان می‌دهد که سالانه حدود ۳۰

درصد از غذا در جهان به زباله تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۰، ۹۱ و ۹۴)

۱۵۰ - گزینه «۴»

(یاسر راش)

بررسی موارد؛

مورد اول؛ فرایندهای پنهان تولید غذا شامل مصرف گسترده زمین‌های

کشاورزی، آب فراوان برای آبیاری و انرژی برای فراوری و حمل و نقل است

که همگی بخشی از این رد پا هستند.

مورد دوم؛ با بالا رفتن تعداد انسان‌ها و بهبود سطح زندگی، نیاز به غذاهای

متنوع‌تر و باکیفیت‌تر افزایش می‌یابد که مستلزم اختصاص زمین‌های

کشاورزی بیشتر و مصرف منابع گسترده‌تر است.

مورد سوم؛ باتوجه به محدودیت منابع زمین و آب بدون افزایش کارایی در

تولید و توزیع غذا، نمی‌توان نیازهای جمعیت جهانی را که در حال افزایش

است، به‌طور پایدار برآورده کرد به‌طوری که اگر الگوی مصرف کنونی ادامه

یابد و بهره‌وری تولید رخ ندهد، در سال ۲۰۵۰ به دو برابر مساحت زمین

برای تامین غذای جمعیت جهان نیاز است.

مورد چهارم؛ الگوی توسعه پایدار با بهینه‌سازی و کاهش هدر رفت، قصد دارد

نیاز به مساحت زمین برای تولید غذا را تا سال ۲۰۵۰ به حداکثر یک برابر

مساحت زمین کاهش دهد.

مورد پنجم؛ اگر مصرف‌گرایی، پی‌رویه و هدر رفت غذا ادامه یابد، فشار بر

زمین‌های کشاورزی و سایر منابع چنان فزونی می‌گیرد که تامین نیازهای

نسل آینده به شدت با مشکل مواجه خواهد شد و نیاز به جایگزینی الگوی

کنونی با الگوی توسعه پایدار بیش از پیش احساس می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)



دَفْتَرِ چَه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۳۰ آبان ماه ۱۴۰۴

طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسین پرهیزگار، نازنین فاطمه حاجیلو، ملیکا ذاکری، محسن فدایی، الهام محمدی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدیناه، مهران سعیدنیا، محمدرضا سوری، حمیدرضا قائد امینی
دین و زندگی	محمد رضایی‌نقا، محمد مهدی مانده‌علی، مرتضی محسنی‌کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، ایمان حسن‌پور، بیتا قربان‌پور، سعید کاویانی، عقیل محمدی‌روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	مسئول درسی‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	نازنین فاطمه حاجیلو	مرتضی منشاری	الناز معتمدی، مهدی یعقوبیان، محسن جمشیدی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدیناه	آرمین ساعدیناه	درویشعلی ابراهیمی	لیلا ایزدی، نیما مروج، مهدی یعقوبیان، ابوالفضل مرادی
دین و زندگی	محمد مهدی مانده‌علی	محمد مهدی مانده‌علی	امیرمهدی افشار، سکینه گلشنی	سجاد حقیقی‌پور، مجتبی رضازاده، علی ابراهیمی آرانی
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، محدثه مرآتی، فاطمه نقدی	سپهر اشتیاقی، علیرضا رمضان‌زاده

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر، محیا اصغری، مسئول دفترچه، فریبا رتوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهره تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

فارسی ۳

۲۰۱- گزینه ۱

(تازنین فاطمه هابیلومفازاره)

فرض در این عبارت، به معنی «لازم، ضروری، آنچه خداوند بر بندگانش واجب کرده است.» است.

(لغت، واژه‌نامه)

۲۰۲- گزینه ۴

(هسین پرهیزگار - سبزواری)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: فراغ ← فراق

گزینه ۲: مسطور ← مستور

گزینه ۳: اصرار ← اسرار

(املا، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۲۰۳- گزینه ۲

(تازنین فاطمه هابیلومفازاره)

«ماند» در بیت صورت سؤال، در معنای «شد، گردید و ...» به کار رفته است، بنابراین فعلی اسنادی محسوب می‌شود؛ پس جواب درست، گزینه‌ای است که هر دو فعل موجود در آن، اسنادی باشند.

گزینه ۲: «در هر دو مصراع فعل «شدم» اسنادی است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: «برید» و «درید»، دو فعل این گزینه هستند که هر دو غیراسنادی‌اند.

گزینه ۲: «تیسست» اول، اسنادی است؛ «تیسست» دوم، غیراسنادی است و به معنی «وجود ندارد» به کار رفته است.

گزینه ۴: «شد» فعل اول است که اسنادی است؛ فعل دوم، «دارد» است که غیراسنادی است.

(دستور، صفحه‌های ۳۸، ۳۹ و ۵۲)

۲۰۴- گزینه ۱

(تازنین فاطمه هابیلومفازاره)

نخست، باید جمله هسته را بیابیم: آن را عشق خوانند (جمله هسته)، چون هنگامی که (پیوند وابسته‌ساز) محبت به غایت برسد (جمله وابسته). پس، باید ساختار جمله «آن را عشق خوانند» را بیابیم که به این شکل می‌شود: «آن‌ها (نهاد پنهان)، آن را (مفعول و نشانه مفعول) عشق (مسند) می‌خوانند (فعل اسنادی): نهاد + مفعول + مسند + فعل».

از بین گزینه‌ها، فقط گزینه ۱ «است که چنین ساختاری دارد.

گزینه ۱: «آتش عشق (نهاد) او را (مفعول و نشانه مفعول) چنان (مسند) گرداند (فعل اسنادی): نهاد + مفعول + مسند + فعل

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۲: «مردم (نهاد) به او (حرف اضافه و متمم) دهقان فداکار (مسند) می‌گفتند (فعل اسنادی): نهاد + متمم + مسند + فعل

گزینه ۳: «عشق (نهاد) بنده را (مفعول و نشانه مفعول) به خدا (حرف اضافه و متمم) برساند (فعل غیر اسنادی)

گزینه ۴: «پروانه (نهاد) قوت (مفعول) از عشق آتش (حرف اضافه و متمم) خورد (فعل غیر اسنادی)

(دستور، صفحه‌های ۵۳، ۵۵ و ۵۷)

۲۰۵- گزینه ۳

(مسن فردایی - شیراز)

ابیات گزینه‌های «۱، ۲ و ۴»، فاقد «اسلوب معادله» هستند، زیرا ویژگی‌های اسلوب معادله را ندارند؛ ولی در بیت گزینه ۳، «اسلوب معادله» وجود دارد چون ویژگی‌های «اسلوب معادله» را دارد.

ویژگی‌های اسلوب معادله: ۱) هر دو مصراع، یک مفهوم را بیان می‌کنند. ۲) معنای هر مصراع، مستقل و جداگانه است و فهم هر یک، می‌تواند بی‌نیاز از دیگری انجام شود. ۳) دو مصراع را می‌توان جابه‌جا کرد و اشکالی در معنا پدید نیاید. ۴) یک مصراع، مثال و مصادقی است برای مصراع اول. ۵) بین دو مصراع، می‌توان «همان‌طور که» قرار داد. ۶) هر مصراع از نظر دستوری مستقل است.

(آرایه، صفحه ۵۱)

۲۰۶- گزینه ۳

(ملیکا زاکری)

در گزینه «۳»، واژه‌های «جمال و کمال» سجع هستند و هم چنین میان «حسن، جمال و کمال» مراعات نظیر وجود دارد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: فقط تشبیه دارد: انسان (مشبه)، شمع (مشبه‌به)، چون (ادات تشبیه)، صبر بر داغ‌دیدگی (وجه شبه)

گزینه ۲: فقط استعاره دارد: رگ جان (جان چون انسانی فرض شده که رگ دارد). گزینه ۴: فقط تشخیص وجود دارد: عاشق بودن پروانه

(آرایه، صفحه‌های ۵۵، ۵۴ و ۵۸)

۲۰۷- گزینه ۲

(تازنین فاطمه هابیلومفازاره)

صورت کامل ابیات، به شرح زیر است:

ای جویبار جاری! زین سایه برگ مگریز/ کاین گونه فرصت از کف دادند بی‌شماران
گفتی: «به روزگاران، مهری نشسته» گفتم: «بیرون نمی‌توان کرد، حتی به روزگاران»

نکته مهم درسی:

بیت «سعدی به روزگاران، مهری نشسته در دل/ بیرون نمی‌توان کرد، آلا به روزگاران» از سعدی است که شفیعی کدکنی، مصراع دوم را در شعر خود با تغییر کوچکی (تبدیل «آلا» به «حتی») تضمین کرده است.

(شعر مفقود، صفحه ۵۹)

۲۰۸- گزینه ۴

(تازنین فاطمه هابیلومفازاره)

در بیت صورت سؤال، شکایت نی از «جدایی و دورماندگی از معشوق» است.

در گزینه «۴»، نیز، نفیر و صدای زاری و ناله، به علت همین جدایی و بریده‌شدن از یار است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: تأکید شکایت و ابراز رنج، از سختی‌های راه عشق است.

گزینه ۲: شکایت و خستگی، از پیدا نکردن هم‌زبان و کسی است که حال عاشق را بفهمد.

گزینه ۳: مصراع اول، از اشتیاق بی‌پایان عاشق حکایت می‌کند و مصراع دوم، از به هدر رفتن زندگی کسانی که از عشق محروم مانده و به آن دست نیافته‌اند.

(مفهوم، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۲۰۹- گزینه ۳

(تازنین فاطمه هابیلومفازاره)

هر دو عبارت به این مفهوم اشاره دارند که هنگام قرب و ادراک شهودی خداوند، انسان از خود بی‌خود می‌شود و دیگر نه خود و نه دیگران را به یاد می‌آورد؛ بلکه یکسره در وجود بی‌پایان خداوند، غرق و فنا می‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: تقابل عشق و عقل (عشق، از بین‌برنده عقل و اندیشه است).

گزینه ۲: تأثیر خوب گوش‌دادن، بر خوب سخن‌گفتن گوینده

گزینه ۴: برآورده‌شدن حاجات به حرمت توسل به بزرگان مقرب به حق

(مفهوم، صفحه ۵۳)

۲۱۰- گزینه ۴

(الوام مممری)

مفهوم عبارت گزینه «۴»، ترک خود است؛ یعنی، سالک در مسیر عشق، خود، خواسته‌ها و نیازهایش را نادیده انگارد و به آن‌ها بی‌اعتنا باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: اشتیاق و خیال عشق، از دانایی و خرد جهان ارزشمندتر است و ارزش دیوانگی عشق از همه عقل‌ها بیشتر است که بیانگر آن است عشق بر عقل برتری دارد و این دیدگاه تقابل بین عقل و عشق را نشان می‌دهد.

گزینه ۲: عشق مانند آتش (فراگیر) است، در هر جایی که فرود آید، چیز دیگری جز آن نمی‌تواند ساکن شود.

گزینه ۳: برای رسیدن به عشق که بالاترین مرحله است، باید از دو مرحله معرفت و محبت گذر کرد.

(مفهوم، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)



عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینه «۳»

(آرمین ساعده‌پناه)

کلمات «ذکریات (خاطرات)» و «شعائر (مراسم)» متضاد یکدیگر نیستند.

(واژگان، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۲۱۲- گزینه «۴»

(مهمدرضا سوری)

«كَانَ يَتَعَبَّدُ»: عبادت می‌کرد

(ترجمه فعل، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

۲۱۳- گزینه «۴»

(مهران سعیرنیا)

«كُلَّ الَّذِينَ يَقِيمُونَ الصَّلَاةَ»: تمام کسانی که نماز را بر پا می‌دارند (رد گزینه‌های ۱ و

۲) / «يُؤْتُونَ الزَّكَاةَ»: زکات می‌دهند (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «هَمَّ الْمَفْلُحُونَ»: همان

رستگارانند (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۲۴)

۲۱۴- گزینه «۴»

(آرمین ساعده‌پناه)

«أَرَى الزَّمْلَاءَ الَّذِينَ»: هم‌شاگردی‌هایی را می‌بینم که (رد گزینه‌های ۱ و ۲) /

«يَلْعَبُونَ فِي الْمَسَابِقَاتِ الْعَالَمِيَّةِ»: در مسابقات جهانی بازی می‌کنند (رد گزینه‌های ۱

و ۲) / «تَمَرَّ أُمَامَى ذِكْرِيَانِي»: خاطراتم مقابلم گذر می‌کنند (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۱۸)

۲۱۵- گزینه «۳»

(مهمدرضا سوری)

«أُولَى آيَات»: اولین آیات / «بسیار» اضافی است.

(ترجمه، ترکیبی)

۲۱۶- گزینه «۴»

(همیدرضا قاندرامینی)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «مُشْتَاقِينَ»: با اشتیاق (نقش حال دارد).

گزینه «۲»: ترجمه صحیح: «هر مسلمانی آرزو می‌کند یک بار آن صحنه را ببیند.»

گزینه «۳»: «أَقُولُ»: می‌گویم

(ترجمه، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۲۱۷- گزینه «۴»

(آرمین ساعده‌پناه)

نقش «مبتسماً» در عبارت صورت سؤال حال است نه مضاف‌الیه!

(محل اعرابی، صفحه ۲۳)

۲۱۸- گزینه «۱»

(مهران سعیرنیا)

حال باید منصوب و نکره باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۲»: معرفه است، نمی‌تواند حال باشد.

گزینه «۳»: مرفوع است، نمی‌تواند حال باشد.

گزینه «۴»: چنین ساختاری نمی‌تواند جمله‌ی حالیه باشد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۲۱۹- گزینه «۳»

(همیدرضا قاندرامینی)

«مَسْرُورِينَ» نقش حال را دارد و حالت اسم قبل از خود (المتعجبون) را هنگام وقوع

فعل بیان می‌کند.

ترجمه عبارت: «بازیکنان ایرانی با خوشحالی از مسابقه بازگشتند.»

نکته مهم درسی:

کلمه‌ای را به عنوان حال انتخاب می‌کنیم که در جمله نقش دیگری (مفعول، صفت و

...) نداشته باشد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲۰- گزینه «۳»

(آرمین ساعده‌پناه)

«مُبَشِّرِينَ» حال برای «النَّبِيِّينَ» است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «شَابٌّ» صفت برای «مهندس» است.

گزینه «۲»: «فَرَحاً» صفت برای «تلمیذاً» است.

گزینه «۴»: در این عبارت نیز حال وجود ندارد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

دین و زندگی (۳)

۲۲۱- گزینه ۲»

(میتن هاشمی)

اختیار که به معنای توانایی بر انجام یک کار و یا ترک آن است، یک حقیقت وجدانی است و هر انسانی آن را در خود می‌یابد و می‌بیند که شبانه‌روز در حال تصمیم‌گرفتن برای انجام یک کار یا ترک آن است.

(درس ۵، صفحه ۵۳)

۲۲۲- گزینه ۱»

(میتن هاشمی)

کسی که اختیار را در سخن یا بحث انکار می‌کند، در عمل از آن بهره می‌برد و آن را اثبات می‌کند. مولوی این حقیقت را در بیت گزینه ۱» بیان کرده است، اما سایر گزینه‌ها به شواهد اختیار اشاره دارد.

(درس ۵، صفحه ۵۳)

۲۲۳- گزینه ۴»

(میتن هاشمی)

«قدر» به معنای «اندازه» است و «تقدیر» به معنای «اندازه گرفتن». «قضا» نیز به معنای «به انجام رساندن»، «پایان دادن»، «حکم کردن» و «حتمیت بخشیدن» است.

(درس ۵، صفحه ۵۶)

۲۲۴- گزینه ۳»

(مرتضی مفسنی کبیر)

وجود اختیار و اراده در انسان ناشی از اراده الهی و خواست خداست. به عبارت دیگر، خداوند اراده کرده است که انسان موجودی مختار و دارای اراده باشد (قضای الهی). سلسله علت‌ها در این حالت در یک ردیف و مستقل نیستند، بلکه نسبت به هم در مرتبه‌های مختلف قرار دارند و علت مرتبه پایین وابسته به علت مرتبه بالایی است، یعنی از نوع وابستگی به عامل بالاتر است.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۲۲۵- گزینه ۱»

(مهمربوری مانده‌علی)

این که هر کدام از ما خودمان را مسئول کارهای خود می‌دانیم و به همین جهت آثار و عواقب عمل خود را می‌پذیریم، به «مسئولیت‌پذیری» از شواهد وجود اختیار اشاره دارد.

این که گاهی دچار تردید می‌شویم که از میان چندین راه و چندین کار، کدام یک را انتخاب کنیم، به «تفکر و تصمیم» از جمله شواهد اختیار اشاره دارد.

اینکه هرگاه در کاری موفق می‌شویم، احساس رضایت و خرسندی وجودمان را فرامی‌گیریم، به «احساس رضایت یا پشیمانی» از دیگر شواهد وجود اختیار در انسان مربوط می‌شود.

(درس ۵، صفحه ۵۴)

۲۲۶- گزینه ۱»

(میتن هاشمی)

گاه در کاری مرتکب اشتباه می‌شویم و به خود یا دیگری زیان می‌رسانیم. در این هنگام، احساس پشیمانی نشانگر آن است که من توان ترک آن کار را داشتم. دو بیت زیر به همین مفهوم اشاره دارند:

«گر نبودی اختیار این شرم چیست؟ / این دریغ و خجالت و آزر چیست؟
وان پشیمانی که خوردی زان بدی / ز اختیار خویش گشتی مهتدی»

(درس ۵، صفحه ۵۴)

۲۲۷- گزینه ۲»

(مرتضی مفسنی کبیر)

سخن امیرالمؤمنین علی (ع) بدین معناست که از نوعی قضا و قدر الهی، به نوع دیگری از قضا و قدر الهی پناه می‌بریم. در واقع، فروریختن دیوار سست و کج یک قضای الهی است، اما این قضا متناسب با ویژگی و تقدیر خاص آن دیوار، یعنی کجی آن است، اما اگر دیوار، ویژگی دیگری داشته باشد، مثلاً محکم باشد، قضای دیگری را به دنبال خواهد آورد و انسانی که این دو تقدیر و این دو قضا را بشناسد تصمیم می‌گیرد و دست به انتخاب مناسب‌تر می‌زند. دقت کنیم که در گزینه ۱»، بخش اول گزینه صحیح ولی بخش دوم غلط است.

(درس ۵، صفحه ۵۷)

۲۲۸- گزینه ۱»

(مهمربوری مانده‌علی)

آیه شریفه «ذلک بما قدمت ایدیکم و ان الله لیس بظلام للعبید» این [عقوبت]، به‌خاطر کردار پیشین شماست [و نیز به‌خاطر آن است که] خداوند هرگز به بندگان ستم نمی‌کند. به مسئولیت‌پذیری از شواهد وجود اختیار در انسان اشاره دارد، که با بیت «هیچ گویی سنگ را فردا بیا / ورنه نیایی من دهم بد را سزا» ارتباط مفهومی دارد.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۲۲۹- گزینه ۳»

(مرتضی مفسنی کبیر)

امیرالمؤمنین با رفتار و سپس گفتار خود، نگرش صحیح خود از قضا و قدر الهی را نشان داد و به آن شخص و دیگران آموخت که اعتقاد به قضا و قدر، نه تنها مانع تحرک و عمل انسان نیست، بلکه عامل و زمینه‌ساز آن است. در واقع قانونمندی جهان زمینه‌ساز شکوفایی اختیار است.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۵ و ۵۷)

۲۳۰- گزینه ۱»

(مهمربوری رضایی بقا)

با توجه به آیه «قد جاءکم بصائر من ربکم فمن ابصر فلنفسه و من عمی فلعلیها: به‌راستی که دلایل روشنی از جانب پروردگارتان به سوی شما آمده است. پس هر کس که بینا گشت، به سود خود اوست و هر کس کوردل گردد، به زیان خود اوست.» تفکر در دلایل روشن الهی و تصمیم‌گیری در مورد بینا یا کوردل ماندن در مورد آن‌ها برداشت می‌شود.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

زبان انگلیسی ۳

۲۳۱- گزینه «۲»

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «گمان می کنم اگر او پاسخ نداده است، می توانید دوباره با او تماس بگیرید.»

- (۱) تعجب کردن، از خود پرسیدن (۲) فرض کردن، گمان کردن
(۳) محافظت کردن (۴) خلق کردن

(واژگان)

۲۳۲- گزینه «۱»

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «این کتاب درسی برای دانش آموزان سطح متوسط که اصول اولیه را می دانند، عالی است.»

- (۱) متوسط (۲) امیدوار، امیدوارکننده
(۳) مناسب (۴) گران

(واژگان)

۲۳۳- گزینه «۴»

(بیثا قربان پور)

ترجمه جمله: «قبل از نوشتن گزارش نهایی ام باید تمام داده های تحقیق را گردآوری کنم.»

- (۱) حمل کردن، به همراه داشتن (۲) نصب کردن
(۳) متغیر بودن (۴) گردآوری کردن

(واژگان)

۲۳۴- گزینه «۱»

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «می توانید یک رستوران خوب که غذای گیاهی نزدیک اینجا سرو می کند، معرفی کنید؟»

- (۱) توصیه کردن، معرفی کردن (۲) در نظر گرفتن
(۳) تجربه کردن (۴) ترجمه کردن

(واژگان)

۲۳۵- گزینه «۳»

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «ما امیدواریم که یک راه حل مسالمت آمیز برای اختلاف نظر بین هر دو طرف وجود داشته باشد.»

- (۱) خارجی (۲) پیشرفته
(۳) مسالمت آمیز (۴) دوزبانه

(واژگان)

۲۳۶- گزینه «۲»

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «او مسئولیت کامل اشتباه را بر عهده گرفت و از کل گروه عذرخواهی کرد.»

- (۱) میراث (۲) مسئولیت
(۳) دستورالعمل، راهنما (۴) موقعیت

(واژگان)

ترجمه متن درک مطلب:

مؤسسه خیریه سازمانی است که به منظور منفعت رسانی به عموم مردم فعالیت می کند. آن ها را می توان به دو شکل اصلی طبقه بندی کرد: مؤسسات خیریه عمومی و بنیادهای خصوصی. قطعاً قبلاً نام بنیادها و خیریه ها را شنیده اید و شباهت های زیادی با یکدیگر دارند. نکته اصلی تفاوت آن ها در نحوه جمع آوری وجوه برای اهدافشان نهفته است. همچنین در نحوه عملکرد این دو، تفاوت وجود دارد. بنیادهای خصوصی تمایل دارند به افرادی که برخی از استانداردهای تعیین شده توسط بنیاد را رعایت می کنند کمک های مالی اعطا کنند. از سوی دیگر، مؤسسات خیریه تمایل بیشتری به اقداماتی مانند تهیه غذاهای پخته یا سرگرمی برای افراد مسن دارند. با این حال، تفاوت اصلی بین آن ها در نحوه جمع آوری وجوه نهفته است.

بنیادهای خصوصی اغلب وجوه خود را از یک منبع کلیدی جمع آوری می کنند، برای مثال، یک خیر فروتمند. این منبع درآمد ممکن است یک خانواده ثروتمند باشد که به هدف اعتقاد دارد یا شرکتی که می خواهد چیزی را اهدا کند. به این ترتیب، وجوه یک بنیاد خصوصی کنترل می شود، زیرا به منبع اصلی درآمد وابسته است.

مؤسسات خیریه عمومی به یک منبع درآمد متکی نیستند. در عوض، آن ها به کمک های مردمی یا کمک های مالی دولتی وابسته هستند. شاید متوجه شده باشید که چگونه برخی از بیمارستان ها و کلیساها به عنوان خیریه ثبت می شوند. این سازمان ها به درآمد از منابع متعددی متکی هستند، که به آن ها موقعیت خود را به عنوان یک مؤسسه خیریه «عمومی» می دهد. در نتیجه، یکی از ویژگی های متمایز مؤسسات خیریه عمومی وابستگی آن ها به کمک های مکرر مردم است.

(سعیر کویانی)

۲۳۷- گزینه «۳»

ترجمه جمله: «هدف اصلی این متن چیست؟»

«مقایسه مؤسسات خیریه عمومی با بنیادهای خصوصی»

(درک مطلب)

۲۳۸- گزینه «۲»

(سعیر کویانی)

ترجمه جمله: «کلمه "benefactor" در پاراگراف «۲» نزدیک ترین معنا را به ... دارد.»

«donor» (اهدا کننده)

(درک مطلب)

۲۳۹- گزینه «۴»

(سعیر کویانی)

ترجمه جمله: «متن اظهار دارد که یک مؤسسه خیریه عمومی ... بستگی دارد.»

«به کمک های مردمی یا دولتی»

(درک مطلب)

۲۴۰- گزینه «۱»

(سعیر کویانی)

ترجمه جمله: «کدام یک از جملات زیر در مورد مؤسسات خیریه درست نیست؟»

«بنیادهای خصوصی و مؤسسات خیریه عمومی هیچ شباهتی ندارند.»

(درک مطلب)

۲۴۱- گزینه ۳»

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «یافته‌های زیادی توسط تیم تحقیقاتی برای رویداد سالانه پیش‌پرو منتشر شده است.»

نکته مهم درسی:

اسم "findings" به صورت جمع است، بنابراین باید از فعل مطابق با آن استفاده کرد (رد گزینه ۲). با توجه به رابطه مفعول با جای خالی، به ساختار مجهول نیاز داریم (رد گزینه‌های ۱ و ۴).

(گرامر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳، صفحه ۲۹ کتاب درسی)

۲۴۲- گزینه ۴»

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «به سرباز زخمی دستور داده شد که به خانه برگردد، مگر نه؟»

نکته مهم درسی:

هرگاه جمله مثبت باشد، جمله ضمیمه منفی می‌شود (رد گزینه‌های ۲ و ۳). با توجه به فعل جمله که مجهول می‌باشد، در سؤال ضمیمه باید فعل کمکی مورد استفاده در فعل مجهول به کار گرفته شود (رد گزینه ۱).

(گرامر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳، صفحه ۳۱ کتاب درسی)

۲۴۳- گزینه ۳»

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «دانش‌آموزان می‌توانند انشاهایشان را همین الان تحویل دهند یا فردا از طریق ایمیل ارسال کنند.»

نکته مهم درسی:

با توجه به مفهوم جمله تنها از "or" در جای خالی می‌توان استفاده کرد (رد سایر گزینه‌ها).

(رایتینگ، برگرفته از سؤال ۱۶ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹ کتاب درسی)

۲۴۴- گزینه ۳»

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «گری پس از سال‌ها زندگی در خارج از کشور، وقتی به وطنش بازگشت متوجه شد که حس تعلق خاطرش را از دست داده است.»

- | | |
|----------|------------|
| (۱) لمس | (۲) موفقیت |
| (۳) تعلق | (۴) فرهنگ |

نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "sense of belonging" به معنای «حس تعلق» توجه کنید. (واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳، صفحه ۴۱ کتاب درسی)

۲۴۵- گزینه ۱»

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «تیم راه‌های زیادی برای رسیدگی به این مسئله داشت، اما آن‌ها وقت‌گیرترین راه را ترجیح دادند.»

- | | |
|----------------|---------------------------|
| (۱) ترجیح دادن | (۲) گردآوری کردن، جمع شدن |
| (۳) دعوت کردن | (۴) تولید کردن |

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳، صفحه ۳۳ کتاب درسی)

۲۴۶- گزینه ۴»

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «از این که فهمیدم اصول رابرت تنها در مدت زمان کوتاهی چقدر متفاوت شده بود، شگفت‌زده شدم.»

- | | |
|----------|----------------|
| (۱) شعر | (۲) مترادف |
| (۳) هویت | (۴) اصل، قاعده |

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳، صفحه ۴۱ کتاب درسی)

ترجمه متن درک مطلب:

تغییرات اقتصادی و اجتماعی در چند دهه گذشته، خانواده اروپایی را تغییر داده است. چیزی که زمانی عادی بود - دو والد، پدر شاغل، مادر خانه دار، وضعیت مالی ثابت - اکنون استثنایی است. امروزه نیمی از ازدواج‌ها به شکست ختم می‌شود و حدود نیمی از همه فرزندان چندین سال را در یک خانواده تک‌والدی سپری می‌کنند. برخی از مادران دیگر هرگز ازدواج نمی‌کنند، برخی از والدین در اثر مرگ، زن یا شوهر خود را از دست می‌دهند و برخی از زنان و مردان مجرد بچه‌هایی را به فرزندی قبول می‌کنند؛ یعنی تصمیم می‌گیرند بچه‌های دیگران را بزرگ کنند.

تعداد مادران مجرد بیشتر از پدران مجرد است. یک خانواده تک‌والدی در معرض خطر بیشتری برای پیامدهای منفی مانند کاهش درآمد، فقر و مشکلات رفتاری است. اکثر تک‌والدها انجام تمام وظایف مالی خود را دشوار می‌دانند. کاهش درآمد ممکن است آن‌ها را مجبور کند که خانواده را به خانهای ارزان‌تر در محله‌ای دیگر منتقل کنند، بچه‌ها را از مدرسه‌ای به مدرسه دیگر منتقل کنند و پول کمتری برای خرید کالا خرج کنند.

در حالی که فشارها بر خانواده تک‌والدی بسیار زیاد است، مشکلات همیشه پیش نمی‌آید. اگر یک مادر تک‌والد بتواند وظایف مختلف مراقبت از فرزندانش و خودش را مدیریت کند، خانواده او نه تنها دوام خواهند آورد، بلکه پیشرفت زیادی نیز خواهند داشت.

۲۴۷- گزینه ۴»

(عقیل ممدی روش)

ترجمه جمله: «ایده اصلی پاراگراف اول چیست؟»
«تغییر در ساختار خانواده اروپایی»

(درک مطلب)

۲۴۸- گزینه ۴»

(عقیل ممدی روش)

ترجمه جمله: «طبق متن، در گذشته یک خانواده معمولی اروپایی ...»
«دو والد داشت»

(درک مطلب)

۲۴۹- گزینه ۳»

(عقیل ممدی روش)

ترجمه جمله: «کلمه "them" که در پاراگراف ۲ زیر آن خط کشیده شده است به "single parents" (تک‌والدها) اشاره دارد.»

(درک مطلب)

۲۵۰- گزینه ۲»

(عقیل ممدی روش)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، یک تک‌والد ممکن است فرزندش را از مدرسه‌ای به مدرسه دیگر منتقل کند وقتی که ...»
«آن‌ها مشکلات مالی دارند»

(درک مطلب)

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۳۰ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه تولید

حمید لنجان زاده اصفهانی	مسئول آزمون
حامد کریمی	مسئول دفترچه
آرین غلامی	ویراستار
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیر حسین افجه، امیر علی حسینی زاده، فرزاد شیر محمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف چینی و صفحه آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون خواه	مسئول درس مستندسازی
ستایش یآوری	ویراستار مستندسازی

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۴»

(مادر کریمی)

شکل درست عبارت:

لذا تصریح هدف یادگیری، چه برای یاددهنده و چه برای یادگیرنده، از اولین گام‌هایی است که باید لحاظ شود، زیرا سبک یادگیری متأثر است از این تقریب ذهنی.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۱»

(مادر کریمی)

ادامه‌ی متن باید در ردّ آموزشی باشد که تنها به انتقال محدود اطلاعات بسنده می‌کند. چنین عبارتی در گزینه‌ی «۱» هست.

(استدلال، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۲»

(مادر کریمی)

قسمت نخست متن از تأثیرگذاری محیط در آموزش می‌گوید و قسمت دوم متن از نمونه کارهای مفید و مهم آموزشی که در محیط رخ می‌دهد.

(استدلال، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۳»

(ممدی اصفهانی)

متن باید با عبارتی ادامه پیدا کند که با جمله «محققان احتمال می‌دهند این اثر ناشی از ارسال پیام نادرست از سوی روده باشد» نوعی تضاد دارد. این تضاد تنها در گزینه‌ی «۳» هست.

(استدلال، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۲»

(مادر کریمی)

شکل درست ابیات:

(د) داد معشوقه به عاشق پیغام / که کند مادر تو با من جنگ
(ج) هرکجا بیندم از دور کند / چهره پرچین و جبین پر آژنگ
(ب) گر تو خواهی به وصالم برسی / باید این ساعت، بی‌خوف و درنگ
(ه) روی و سینه تنگش بدری / دل برون آری از آن سینه تنگ
(و) رفت و مادر را افکند به خاک / سینه بدرید و دل آورد به چنگ
(ط) از قضا خورد دم در به زمین / و اندکی سوده شد او را آرتنگ
(الف) وان دل گرم که جان داشت هنوز / اوفتاد از کف آن بی‌فرهنگ
(ج) دید کز آن دل آغشته به خون / آید آهسته برون این آهنگ
(ز) آه دست پسرم یافت خراش / آخ پای پسرم خورد به سنگ

(ترتیب جملات، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۴»

(مادر کریمی)

کلمات همه‌ی گزینه‌ها به‌جز گزینه‌ی «۴» از بن ماضی و بن مضارع یک مصدر ساخته شده است، در حالی که در گزینه‌ی «۴» هر دو کلمه از بن مضارع است:

شنوا: شنو + ا / شنیداری: شنید + ار + ی

بینایی: بین + ا (+ی) + ی / دیدار: دید + ار

رونده: رو + نده / رفتار: رفت + ار

پرستنده: پرست + نده / پرستار: پرست + ار

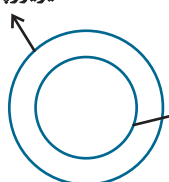
(ساقتمان واژه‌ها، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۲»

(کتاب منظومه‌ی هوش)

یوزپلنگ‌ها همه پستاندارند. بنابراین، هیچ غیرپستانداری نیست که غیریوزپلنگ نباشد. همچنین دیگر انواع پستانداران، غیریوزپلنگ هستند ولی غیرپستاندار نیستند.

غیریوزپلنگ



(انساب اربعه، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۲»

(امیرمسین افیه)

سن علی را A و سن دخترش را D می‌نامیم، داریم:

$$\begin{cases} A = 3D \\ A + 15 = 2(D + 15) \Rightarrow A = 2D + 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3D = 2D + 15 \Rightarrow D = 15, A = 45$$

الف) $55 = D + 40$ (ب) $60 = A + 15 \Leftarrow$ الف > ب

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۱»

(امیرمسین افیه)

سن رضا را R و سن برادر را B می‌گیریم، داریم:

$$\begin{cases} R = 47 - B \\ (R - 4) = 2(B - 4) \Rightarrow R = 2B - 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 47 - B = 2B - 4 \Rightarrow 3B = 51 \Rightarrow B = 17, R = 30$$

الف) $68 = 4 \times B$ (ب) $52 = R + 22 \Leftarrow$ الف < ب

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۸- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

از تکرارها متوجه می شویم شکل هایی که تقارن محوری دارند کد «الف» و شکل های بدون این تقارن کد «ب» دارند. همچنین شکل هایی که با سه پاره خط ساخته می شوند کد «ج» و شکل هایی که با چهار پاره خط ساخته می شوند کد «د» می خورند. شکل نهایی بدون تقارن و با سه خط ساخته شده است.

(کرکزاری، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۱»

(غریزاد شیرمهرلی)

دو دایره برای هر چشم، دو دایره برای هر دست، سه دایره برای هر پا و یک دایره برای بدن داریم:

$$(2+2+3) \times 2 + 1 = 14 + 1 = 15$$

(شمارش، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۲»

(عمید کنی)

در شکل گزینه «۱»، شکل  وجود دارد که با هیچ دورانی به شکل

 در نمی آید. شکل  در گزینه «۳» نیست. شکل  در

گزینه «۴» نیز معادل شکل  رسم شده است که این دو نیز با دوران

به هم تبدیل نمی شوند.

(پژده یابی، هوش غیرکلامی)

ایران نوننه
توشه ای برای موفقیت