



آزمون ۱۶ آبان ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	شیوا امین-دانیال آرکیش-سعید تن آرا-رضا جعفری-سیدمحمدهادی جلالی-احمد حسن زاده-فرد-روح اله حسنی-افشین خاصه خان سینا خیرخواه-احمد رضا ذاکر زاده-مریم زارعی-محمد زنگنه-حامد قاسمیان-رضا ماجدی-حامد معنوی-علیرضا نداف زاده غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-علی ایمانی-آرین تفضلی زاده-رضا توکلی-روح اله حسنی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه خان-محمد خندان-سوگند روشنی-علیرضا شریف خطیبی-عزیزاله علی اصغری-شبنم غلامی-احمد رضا فلاح-حامد قاسمیان-مهرداد ملوندی-خیلوفر مهدوی
فیزیک	مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محمد رضا خادمی-مسعود خندانی-رحمت اله خیراله زاده-سماکوش مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میر صالحی-افشین مینو-حسام نادری-محمد رضا نصیری-ابوالفضل نکومشی نژاد-مجتبی نکوئیان
شیمی	هدی بهاری پور-امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمد رضا پورجاوید-سعید تیزرو-امیر حاتمیان-ندا حسین پورمقدم-پیمان خواجوی مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-مبینا سیدحسینی-عرفان شاگری-راد-حسین شاهسواری-محمد عظیمیان زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی-مجتبی محبوب-فرشید مرادی-مهرشاد میرزامحمدی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا نداف زاده	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مریم زارعی مهرداد ملوندی یاسین کشاورزی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی محمد مهدی فتوحی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی محمد مهدی فتوحی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمپور زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات
ویراستاری رتبه های برتر	امید بهزاد پور امیرحسین کردباغ	محمد پارسا سبزه ای	محمد پارسا سبزه ای	امیرحسین کردباغ	کامیار حقیقت دوست فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-احسان میرزینلی-فرشته کمرانی-سجاد سلیمی			مهدی صالحی پرهام مهر آرا	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳۰۲۱

حسابان ۲

۱- گزینه «۳»

(امیر مسن زاده غرور)

چون $P(x)$ بر $x-2$ بخش پذیر است، داریم:

$$P(2) = 0 \Rightarrow (2)^3 + a(2)^2 + b(2) - 2 = 0$$

$$\Rightarrow 8 + 4a + 2b - 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -6$$

حال چون باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x+1$ برابر ۳ است، داریم:

$$x+1=0 \Rightarrow P(-1)=3$$

$$(-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) - 2 = 3$$

$$-1 + a - b - 2 = 3 \Rightarrow a - b = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -6 \\ a - b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \end{cases}$$

(حسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۲ کتاب درسی)

۲- گزینه «۴»

(مریم زارع)

طبق فرض، $f(x)$ یک چندجمله‌ای درجه سوم بوده که با توجه به قضیه

تقسیم داریم:

$$f(x) = p(x)q(x) + r(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = (x^2 + 2x + 2)(ax + b) + (x - 3) \quad (*)$$

حال با توجه به فرض سوال داریم:

$$f(1) = 3 \Rightarrow f(1) = (1 + 2 + 2)(a + b) + 1 - 3 = 3$$

$$\Rightarrow 5(a + b) - 2 = 3 \Rightarrow 5(a + b) = 5 \Rightarrow a + b = 1$$

$$f(-2) = 1 \Rightarrow f(-2) = (4 - 4 + 2)(-2a + b) - 2 - 3 = 1$$

$$\Rightarrow 2(-2a + b) - 5 = 1 \Rightarrow 2(-2a + b) = 6 \Rightarrow -2a + b = 3$$

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ -2a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow 3a = -2 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}, b = \frac{5}{3}$$

حال اگر a و b را در معادله (*) جای گذاری کنیم $f(x)$ به دست می آید:

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 3x + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(6) = -\frac{432}{3} + \frac{36}{3} + 18 + \frac{1}{3} = -\frac{341}{3}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳- گزینه «۳»

(سینا فیرفواه)

برای به دست آوردن باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $ax + b$ مقدار $P(-\frac{b}{a})$

را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow P(-1) = 3 \\ 3x - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow P(1) = 1 \end{cases}$$

الگوریتم تقسیم $P(x)$ بر $x^2 - 1$ به صورت زیر نوشته می شود:

$$P(x) = (x^2 - 1) \underset{\substack{\downarrow \\ \text{باقی مانده}}}{Q(x)} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{خارج قسمت}}}{R(x)} \Rightarrow P(x) = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b$$

$$\begin{cases} P(1) = 1 \Rightarrow 1 = 0 + a + b \Rightarrow a + b = 1 \\ P(-1) = 3 \Rightarrow 3 = 0 - a + b \Rightarrow -a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow b = 2, a = -1$$

$$R = ax + b = -x + 2$$

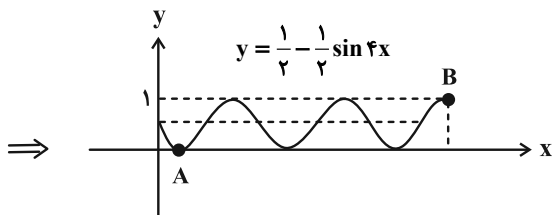
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴- گزینه «۱»

(آخشین فاضله‌نادر)

فرض می کنیم پیشینه تابع برابر m باشد. در این صورت:

$$\begin{cases} |a| + c = m \\ -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{m-1}{2}, |a| = \frac{m+1}{2}$$



$$\Rightarrow A\left(\frac{\pi}{4}, 0\right), B\left(\frac{3\pi}{4} + 2\left(\frac{\pi}{4}\right), 1\right)$$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{1-0}{\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{2\pi}{4}} = \frac{4}{2\pi}$$

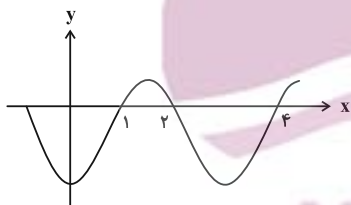
(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(روح اله حسینی)

۶- گزینه «۲»

$$\text{می‌دانیم } \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \text{ بنابراین}$$

$$f(x) = a \left(\frac{1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{b}\right)}{2} \right) - \frac{1}{a} \Rightarrow f(x) = \frac{a}{2} - \frac{1}{a} + \frac{a}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{b}\right)$$



$$T = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{b}} = |b| \text{ با توجه به نمودار، } T = 4 - 1 = 3, \text{ از طرفی } T = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{b}} = |b|$$

پس $|b| = 3$.

چون تابع کسینوسی است، می‌توان فرض کرد $b = 3$. بنابراین:

$$f(x) = \frac{a}{2} - \frac{1}{a} + \frac{a}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$$

مجدداً با توجه به نمودار، $f(1) = 0$. پس:

$$0 = f(1) = \frac{a}{2} - \frac{1}{a} + \frac{a}{2} \cos\frac{2\pi}{3} = \frac{a}{2} - \frac{1}{a} + \frac{a}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{1}{a} - \frac{a}{4} = \frac{a}{4} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = -2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3}$$

طبق نمودار a و b هم‌علامت‌اند و چون بیشینه مجموع داده شده، پس هم

$$\text{و هم } b \text{ مثبت‌اند. یعنی } b = \frac{2}{3} \text{ و } a = \frac{m+1}{2}$$

$$a + b + c = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{m+1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{m-1}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow m = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow c = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

عرض نقطه تقاطع نمودار f با محور y همان $c = \frac{1}{3}$ است، زیرا:

$$f(0) = a \sin 0 + c = c$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(غلامرضا نیازی)

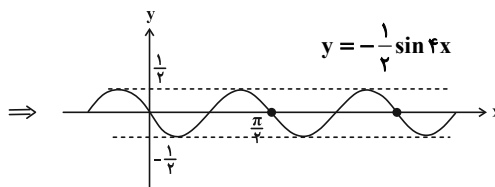
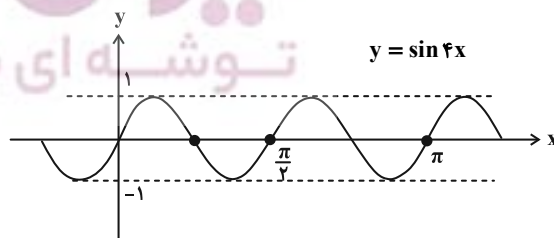
۵- گزینه «۱»

ابتدا معادله مورد نظر را ساده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) &= -\cos 2x \\ \sin(\pi + 2x) &= -\sin 2x \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = \frac{1}{2} - \sin 2x \cos 2x$$

$$\frac{\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x}{\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x} \Rightarrow y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 4x$$

حال نمودار تابع به دست آمده را رسم می‌کنیم تا A و B را به دست آوریم:

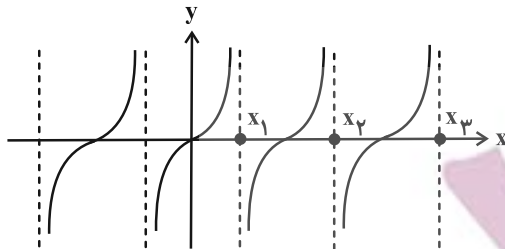


(دانیال آرکیش)

۹- گزینه «۳»

بهترین راه، رسم نمودار تابع $f(x)$ توسط نمودار تابع $y = \tan x$ است.

طول نقاط تابع $y = \tan x$ را بر $\frac{2\pi}{4}$ تقسیم می‌کنیم:



$$x_1 = \frac{4}{2\pi} \times \frac{\pi}{2} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{4}{2\pi} \times \frac{3\pi}{2} = 2$$

$$x_3 = \frac{4}{2\pi} \times \frac{5\pi}{2} = \frac{10}{3}$$

با توجه به نمودار، تابع روی بازه $(\frac{2}{3}, \frac{10}{3})$ اکیداً صعودی است. لذا

حداکثر a برابر $\frac{10}{3}$ است.

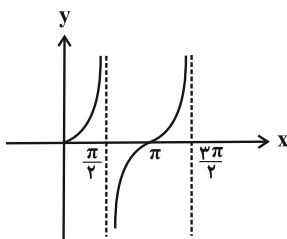
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(اخشین فاضله‌شان)

۱۰- گزینه «۲»

با توجه به نمودار، تابع تنازانت در بازه $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ اکیداً صعودی و در

مجموعه $\{\frac{\pi}{4}\} - (0, \pi)$ غیریکتوا است (نه صعودی و نه نزولی).



(حسابان ۲- مثلثات: مشابه کار در کلاس صفحه ۳۲ کتاب درسی)

اما چون $f(0) < 0$ لذا $f(0) = a \cos^2 0 - \frac{1}{a} = a - \frac{1}{a} < 0$ پس $a = 2$

قابل قبول نیست و بنابراین $a = -2$ پس $f(x) = -\frac{1}{2} - \cos(\frac{2\pi x}{3})$ در نتیجه:

$$f(\frac{19}{2}) = -\frac{1}{2} - \cos(\frac{2\pi}{3} \times \frac{19}{2}) = -\frac{1}{2} - \cos(\frac{19\pi}{3})$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

(مریم زارعی)

۷- گزینه «۳»

ابتدا مقادیر a , b و c را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \max = |a| + c = 1 \\ \min = -|a| + c = -5 \end{cases} \Rightarrow 2c = -4 \Rightarrow c = -2$$

حال مقدار $c = -2$ را در رابطه بالا جای گذاری می‌کنیم:

$$|a| + c = 1 \Rightarrow |a| + (-2) = 1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{8} \Rightarrow |b| = 16 \Rightarrow b = \pm 16$$

داریم:

با توجه به شکل $ab > 0$ است، فرض می‌کنیم هر دو مثبت هستند در این

صورت داریم:

پس می‌خواهیم $f(\frac{\pi}{48})$ را محاسبه نماییم.

$$f(\frac{\pi}{48}) = 3 \sin(16 \times \frac{\pi}{48}) - 2 = 3 \sin(\frac{\pi}{3}) - 2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 2$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

(شیوا امین)

۸- گزینه «۴»

تابع $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره

$$T = \frac{2\pi}{\pi} = 4$$

تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است:

$$\min : -|-1| + 3 = 2 \Rightarrow \frac{\min}{T} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۲۷ کتاب درسی)

ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۳»

(شاهر قاسمیان)

معادله درجه دوم مذکور، ریشه مضاعف دارد، پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 6m + 9 = 0 \Rightarrow (m - 3)^2 = 0 \Rightarrow m = 3$$

جای گذاری در معادله: $\frac{3}{4}x^2 - 3x + 3 = 0$

ریشه مضاعف: $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$

$$m - \alpha = 3 - 2 = 1$$

در نتیجه:

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۷۴ و ۷۵)

۱۲- گزینه «۲»

(غلامرضا نیازی)

روش اول:

$$y = mx^2 - 2mx + 3 \xrightarrow{y=1} mx^2 - 2mx + 3 = 1$$

$$\Rightarrow mx^2 - 2mx + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{4m^2 - 4m}{4m(m-2)}$$

$$\xrightarrow{\Delta > 0} (m < 0) \cup (m > 2) \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = mx^2 - 2mx + 3 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow mx^2 - 2mx + 3 = 5$$

$$\Rightarrow mx^2 - 2mx - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{4m^2 + 4m}{4m(m+2)}$$

$$\xrightarrow{\Delta < 0} -2 < m < 0 \quad (2)$$

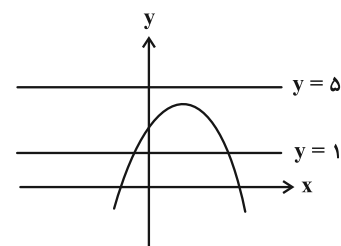
$$(1) \cap (2): -2 < m < 0 \Rightarrow m = \text{مقدار صحیح}} = \{-1\}$$

روش دوم: برای این که نمودار سهمی، خط $y = 1$ را در دو نقطه قطع کند و

با $y = 5$ نقطه تلاقی نداشته باشد باید دو شرط زیر را داشته باشد.

(۱) مقعر به پایین باشد ($a < 0$)

(۲) عرض رأس سهمی بین ۱ و ۵ باشد.



$$\Rightarrow \begin{cases} m < 0 & (1) \\ 1 < -\frac{\Delta}{4a} < 5 \Rightarrow 1 < \frac{12m - 4m^2}{4m} < 5 \\ \Rightarrow 1 < 3 - m < 5 \Rightarrow -2 < -m < 2 \\ \Rightarrow -2 < m < 2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2): -2 < m < 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = -1$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۷۴ تا ۷۹)

(روح اله حسینی)

۱۳- گزینه «۳»

در سهمی

$$y = kx^2 + 2kx + k + 5 = k(x^2 + 2x + 1) + 5 = k(x+1)^2 + 5$$

مختصات رأس (5 ، -1) است. پس این نقطه در معادله سهمی

$$y = mx^2 + x + 2m \text{ صدق می کند:}$$

$$5 = m(-1)^2 + (-1) + 2m = 3m - 1 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$$

پس معادله این سهمی به صورت $y = 2x^2 + x + 4$ است. مختصات رأس

این سهمی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(-\frac{1}{4}, -\frac{1-4(2)(4)}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}, \frac{31}{4}\right)$$

مختصات رأس این سهمی در معادله سهمی $y = k(x+1)^2 + 5$ صدق می کند. پس:

$$\frac{31}{4} = k\left(-\frac{1}{4} + 1\right)^2 + 5 \Rightarrow \frac{31}{4} = \frac{9}{16}k + 5$$

$$\xrightarrow{\times 16} 62 = 9k + 80 \Rightarrow 9k = -18 \Rightarrow k = -2$$

$$k - m = -2 - 2 = -4$$

بنابراین:

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

(سیرمهرهاری جلالی)

۱۴- گزینه «۲»

با استفاده از عرض از مبدأ و طول رأس سهمی، مقادیر خواسته شده را به

دست می آوریم.

$$c - 2 = -1 \Rightarrow c = 1$$

طول رأس سهمی: $\frac{-(b+3)}{2 \times \frac{3}{4}a} = \frac{4}{3} \Rightarrow -b - 3 = 2a \Rightarrow 2a + b = -3$

$$\Rightarrow 2a + b - c = -3$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

۱۵- گزینه «۱»

(امیررضا ذاکر زاده)

با توجه به جواب نامعادله، جدول تعیین علامت عبارت مربوطه به صورت زیر است:

x	-1	b
p	$-$	$+$

پس می‌توان نتیجه گرفت $x = -1$ ریشه مضاعف عبارت سمت چپ نامعادله است پس ریشه ساده داخل پرانتز دومی می‌باشد.

$$2x^2 + ax + 2a = 0 \xrightarrow{x=-1} 2 - a + 2a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$p = (x+1)(2x^2 - x - 3) = (x+1)^2(2x-3)$$

و ریشه دیگر پرانتز دوم b می‌باشد یعنی $2x-3=0$ و لذا $\frac{3}{2} = b$ است.

$$a-b = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

پس:

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۶- گزینه «۳»

(حامد قاسمیان)

برای محاسبه ریشه مشترک باید دو معادله را مساوی هم گذاشت پس:

$$x^2 + 2x - 5m = x^2 + 3x - 7m$$

پس از ساده‌سازی به رابطه $m = \frac{x}{2}$ خواهیم رسید. با جای‌گذاری در هر

یک از معادلات، رابطه $x^2 - \frac{1}{2}x = 0$ به دست می‌آید که ریشه‌های آن

برابر با 0 و $\frac{1}{2}$ است. به دلیل غیرصفر بودن، پس مقدار $m = \frac{1}{4}$ به دست

می‌آید. داریم:

$$\text{ریشه‌های } x^2 + 2x - \frac{5}{4} = 0 \text{ برابر است با } \frac{1}{2} \text{ و } -\frac{5}{2}.$$

$$\text{ریشه‌های } x^2 + 3x - \frac{7}{4} = 0 \text{ برابر است با } \frac{1}{2} \text{ و } -\frac{7}{2}.$$

پس جمع ریشه‌های غیرمشترک برابر است با -6 .

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۴)

۱۷- گزینه «۲»

(پویانیش نیکنام)

$$\frac{11x+1}{x^2+x-2} > \frac{x+3}{x-1} \Rightarrow \frac{11x+1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+3}{x-1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{11x+1-x^2-5x-6}{(x+2)(x-1)} > 0 \Rightarrow \frac{-x^2+6x-5}{(x+2)(x-1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)(x-5)}{(x+2)(x-1)} < 0 \xrightarrow{x \neq 1} \frac{x-5}{x+2} < 0 \Rightarrow -2 < x < 5$$

$$x \in \mathbb{Z} \rightarrow x = -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

که $x = 1$ قابل قبول نمی‌باشد پس ۵ عدد صحیح قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۱۸- گزینه «۱»

(علیرضا نراف زاده)

در تابع، هیچ دو زوج مرتبی نباید مؤلفه اول برابر و مؤلفه دوم نابرابر داشته باشند. پس $1 = 2b - 1$ و در نتیجه $b = 1$. حال می‌نویسیم:

$$f = \{(2, 1), (4, 1), (2, a)\} \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a^2 - 2b = -1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۰)

۱۹- گزینه «۴»

(رضا مایری)

برد تابع به کمک ضابطه و دامنه آن به دست می‌آید. بنابراین:

$$\frac{b}{3} \leq x \leq 3 \Rightarrow -6 \leq -2x \leq -\frac{2b}{3} \Rightarrow -2 \leq 4 - 2x \leq 4 - \frac{2b}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3} \leq \frac{4-2x}{3} \leq \frac{4}{3} - \frac{2b}{9} \Rightarrow R_f = [-\frac{2}{3}, \frac{4}{3} - \frac{2b}{9}]$$

از طرفی می‌دانیم $R_f = [a, 4]$ می‌باشد، پس:

$$\begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} - \frac{2b}{9} = 4 \Rightarrow \frac{2b}{9} = -\frac{8}{3} \Rightarrow b = -12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3a + 2b = -2 - 24 = -26$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۲۰- گزینه «۲»

(دانیال آرکیش)

ابتدا دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 3 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1, 3\}$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 9x + x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3} = \frac{x(x^2 - 9) + (x^2 - 9)}{(x+1)(x-3)}$$

$$= \frac{(x^2 - 9)(x+1)}{(x+1)(x-3)} = \frac{(x-3)(x+3)(x+1)}{(x+1)(x-3)} \Rightarrow f(x) = x+3$$

برد تابع $f(x)$ تمام اعداد حقیقی خواهند بود به جز دو مقداری که خروجی $f(3)$ و $f(-1)$ باشند.

$$\begin{cases} f(-1) = -1 + 3 = 2 \\ f(3) = 3 + 3 = 6 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع این دو عدد} = 2 + 6 = 8$$

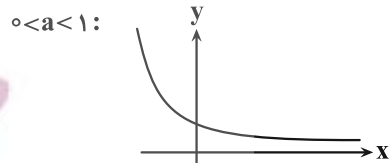
(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

حسابان ۱

۲۱- گزینه «۲»

(شامدر قاسمیان)

در تابع نمایی $y = a^x$ مطابق شکل زیر به ازای $0 < a < 1$ ، با افزایش مقدار x ، مقادیر آن کاهش می‌یابد، بنابراین ویژگی ذکر شده در صورت سؤال مربوط به حالت $0 < a < 1$ می‌باشد.



$$0 < \frac{4m-2}{12m-3} < 1 \Rightarrow$$

$$(1) \quad 0 < \frac{4m-2}{12m-3} \Rightarrow m \in (-\infty, \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}, +\infty) \quad (\text{الف})$$

$$(ب) \quad \frac{4m-2}{12m-3} < 1 \Rightarrow \frac{4m-2}{12m-3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{-8m+1}{12m-3} < 0$$

$$\Rightarrow m \in (-\infty, \frac{1}{8}) \cup (\frac{1}{4}, +\infty) \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow \text{اشتراک} \Rightarrow (-\infty, \frac{1}{8}) \cup (\frac{1}{4}, +\infty)$$

$$\Rightarrow m \in \mathbb{R} - [\frac{1}{8}, \frac{1}{4}] \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a + b = \frac{3}{4}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۲۲- گزینه «۴»

(امیر مسن زاده فخر)

می‌دانیم که نیمه عمر به مدت زمانی گفته می‌شود که ماده پرتوزا به نصف مقدار اولیه خود کاهش می‌یابد.

$$m(t) = (\frac{1}{2})^{\frac{t}{T}} (256) \Rightarrow m(144) = (\frac{1}{2})^{\frac{144}{48}} (256)$$

$$\Rightarrow m(144) = \frac{1}{8} (256) = 32 \text{ gr}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه ۷۶)

۲۳- گزینه «۱»

(غلامرضا نیازی)

با توجه به نمودار تابع f داریم:

$$\begin{cases} f(0) = k + b = y_A \\ f(x) = ka^{\frac{x}{2}} + b \Rightarrow y_B = 0 + b = b \end{cases}$$

$$(1) \quad y_A = -y_B \Rightarrow k + b = -b \Rightarrow k = -2b$$

$$f(-1) = 0 \Rightarrow k(a^{\frac{-1}{2}}) + b = 0 \Rightarrow \frac{k}{\sqrt{a}} = -b$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{-2b}{\sqrt{a}} = -b \Rightarrow a = 4$$

$$f(0) = k + b = -b \Rightarrow b < 0, k > 0$$

$$A(0, -b), C(-1, 0) \Rightarrow AC = \sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{1 + b^2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} \text{قق } b = -2 \\ \text{غقق } b = 2 \end{cases}$$

$$a + b = 4 - 2 = 2$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۲۴- گزینه «۳»

(شامدر معنوی)

$$a(2) + b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (1) \quad \text{ابتدا توجه کنید که:}$$

$$f(7) = 1 + \log_{\Delta}(b+9) \quad \text{از طرفی:}$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}(7a+b) = 1 + \log_{\Delta}(b+9)$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}(7a+b) = \log_{\Delta}b + 45$$

$$\Rightarrow 7a + b = \Delta b + 45 \Rightarrow 7a - 4b = 45 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ 7a - 4b = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \log_{\Delta}(3^x - 6) \Rightarrow f(\frac{31}{3}) = \log_{\Delta}(3^{\frac{31}{3}} - 6)$$

$$= \log_{\Delta} 25 = 2$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۲۵- گزینه «۱»

(رضا جعفری)

از طرفین معادله، لگاریتم در مبنای ۱۰ می‌گیریم:

$$\log 2^{x+1} = \log 5^{x-1} \Rightarrow (x+1)\log 2 = (x-1)\log 5$$

$$x \log 2 + \log 2 = x \log 5 - \log 5$$

در این معادله فقط جواب $x = 2$ قابل قبول می‌باشد یعنی $a = 2$. لذا:

$$\log_2^{(3-a)} = \log_2^{(3-2)} = \log_2^1 = 0$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۱، ۸۶ و ۸۷)

(دانیال آرکیش)

گزینه «۴» - ۲۹

$$\log_2^{(1-x)} + \log_2^{(x^2+x+1)} = \log_2^{(1-x)(x^2+x+1)} = \log_2^{x^2}$$

$$\Rightarrow \log_2^{1-x^2} = \log_2^x \Rightarrow 1-x^2 = x \Rightarrow x^2 = -x \Rightarrow x = -2$$

$$\frac{-x}{x^2} \log_2^x \text{ جای گذاری می‌کنیم: } x = -2 \text{ را در}$$

$$\log_2^{x^2} = \frac{1}{2} \log_2^x = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(روح‌اله حسینی)

گزینه «۲» - ۳۰

$$\log_{\sqrt[3]{3}}^{x^2} + \log_x^{2y} = \frac{2}{\frac{1}{3}} \log_{\sqrt[3]{3}}^x + 3 \log_x^3 = 6 \log_{\sqrt[3]{3}}^x + 3 \log_x^3$$

قرار می‌دهیم $y = \frac{1}{x}$ پس $x = \frac{1}{y}$ بنابراین عبارت بالا به صورت:

$$6 \log_{\sqrt[3]{3}}^{\frac{1}{y}} + 3 \log_{\frac{1}{y}}^3 = 6 \log_{\sqrt[3]{3}}^{y^{-1}} + 3 \log_{y^{-1}}^3$$

$$= -6 \log_{\sqrt[3]{3}}^y - 3 \log_y^3 = -(6 \log_{\sqrt[3]{3}}^y + 3 \log_y^3)$$

با توجه به این که $0 < x < 1$ پس $y > 1$ بنابراین $t = \log_y^3 > 0$. پس

$$\text{عبارت بالا به صورت } -(6t + \frac{3}{t}) = -3(2t + \frac{1}{t}) \text{ است.}$$

با توجه به نامساوی حسابی، هندسی $(a, b > 0 \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab})$ داریم:

$$2t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{(2t)(\frac{1}{t})} = 2\sqrt{2} \Rightarrow -3(2t + \frac{1}{t}) \leq -6\sqrt{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

$$\Rightarrow x \log 2 - x \log 5 = -\log 2 - \log 5$$

$$\Rightarrow x(\log 2 - \log 5) = -(\log 2 + \log 5) = -\log 10$$

$$\Rightarrow x(\log 2 - \log 5) = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{\log 2 - \log 5} \quad \text{از طرفی:}$$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 \quad \text{از طرفی می‌دانیم:}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1}{2 \log 2 - 1} = \frac{-1}{\log 4 - 1} = \frac{1}{1 - \log 4}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(مهمرب زککنه)

گزینه «۲» - ۲۶

$$A = \log_6^{(1+6\sqrt{2})} + 2 \log_6^{(3-\sqrt{2})}$$

$$= \log_6^{(1+6\sqrt{2})} + \log_6^{(3-\sqrt{2})^2}$$

$$= \log_6^{(1+6\sqrt{2})} + \log_6^{(11-6\sqrt{2})} = \log_6^{(121-72)} = \log_6^{49}$$

$$6^2 < 49 < 6^3 \Rightarrow 2 < \log_6^{49} < 3 \Rightarrow 2 < A < 3$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(مهمرب زککنه)

گزینه «۱» - ۲۷

$$\log_{\frac{5}{\sqrt{6/25}}}^{\frac{625}{100}} = \frac{1}{\frac{5}{\sqrt{6/25}}} \log_{\frac{5}{\sqrt{6/25}}}^{\frac{625}{100}} = \frac{1}{\frac{5}{\sqrt{6/25}}} (\log 5^4 - \log 100)$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{\sqrt{6/25}}} (4(1 - \log 2) - 2) = \frac{4}{5} - \frac{4a}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}(1 - 2a)$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

(سعید تن‌آرا)

گزینه «۴» - ۲۸

با توجه به تعریف f داریم:

$$f^{-1}(x) = \log x \Rightarrow f^{-1}(x+3) = \log(x+3)$$

از طرفی بنا بر خواص لگاریتم خواهیم داشت:

$$\log_{10}^x = \log_{10}^x = \frac{1}{2} \log_{10}^x$$

بنابراین معادله داده شده را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\log(x+3) + 2(\frac{1}{2} \log x) = 1 \Rightarrow \log x(x+3) = 1$$

$$\Rightarrow x(x+3) = 10 \Rightarrow \frac{x^2 + 3x - 10}{(x+5)(x-2)} = 0 \Rightarrow x = 2, -5$$

هندسه ۳

۳۱- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

معادله ماتریسی را ساده کرده و به روش ماتریس وارون حل می کنیم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{10-12} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه ها} = 3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۳ تا ۲۵)

(مشابه فعالیت صفحه ۲۳ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومضوب)

$$\begin{cases} ax + 2y = 1 \\ 4x - by = 2 \end{cases} \text{ دستگاه معادلات فاقد جواب است، پس داریم:}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{2}{-b} \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} ab = -8 \\ a \neq 2, b \neq -4 \end{cases}$$

یک دستگاه در صورتی بی شمار جواب دارد که در درجه اول دترمینان

ضرایب دستگاه صفر باشد. اگر ماتریس ضرایب دستگاه را A بنامیم، آن گاه

برای گزینه ها داریم:

$$|A| = ab - 8 = -16 \neq 0 \quad (1)$$

$$|A| = ab + 8 = 0 \quad (2)$$

$$|A| = -8 - ab = 0 \quad (3)$$

$$|A| = 8 - ab = 16 \quad (4)$$

حال شرط بی شمار جواب را برای گزینه های «۲» و «۳» بررسی می کنیم:

$$\frac{a}{8} = -\frac{1}{b} = -\frac{2}{1} \Rightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{8}{b} = \frac{a}{-1} = -\frac{2}{1} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases} \quad (3)$$

با توجه به بخش اول پاسخ، قطعاً $a \neq 2$ و $b \neq -4$ ، پس گزینه «۳» نیز

نا درست است و تنها دستگاه معادلات گزینه «۲» می تواند بی شمار جواب

داشته باشد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۳ تا ۲۴)

۳۳- گزینه «۴»

(روح اله حسینی)

از جمع دو تساوی داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 4X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

اکنون طرفین تساوی اول را در ۴ ضرب می کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} (4X) + (4Y) = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + (4Y) = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + 4Y = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow 4Y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$4X + 4Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها- صفحه های ۲۳ تا ۲۵)

۳۴- گزینه «۲»

(اخشین فاضله خان)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}a \\ y = \frac{2}{5} - \frac{9}{5}a \end{cases}$$

اگر $m = 2$ را در عبارت دوم (شرط وجود جواب) جای گذاری کنیم، داریم:

$$\frac{k}{k+1} = \frac{2-3}{-2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2k = k+1 \Rightarrow k=1$$

اگر $m = -\frac{3}{2}$ را در عبارت دوم (شرط وجود جواب) جای گذاری کنیم، داریم:

$$\frac{k}{k+1} = \frac{-\frac{3}{2}-3}{\frac{3}{2}} = -3 \Rightarrow k = -3k-3$$

$$\Rightarrow 4k = -3 \Rightarrow k = -\frac{3}{4}$$

$$|1 - (-\frac{3}{4})| = |\frac{7}{4}| = \frac{7}{4}$$

پس اختلاف مقادیر k برابر است با:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۴ تا ۲۶)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۲۶ کتاب درسی)

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

گزینه «۳» - ۳۶

ماتریس A را از سمت راست در طرفین رابطه ضرب می کنیم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ a & b \\ c & d \end{bmatrix} A^{-1} A = \begin{bmatrix} m & n \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} A$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & n \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m-n & m-n \\ 2 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m-n=2 \\ m-n=1 \end{cases} \Rightarrow m=1, n=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=4 \\ d=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ab+cd+mn = -2-4+0 = -6$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۳ تا ۲۵)

مقادیر x و y را در معادله اول جای گذاری می کنیم:

$$a(\frac{1}{5} + \frac{3}{5}a) + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}a = 1$$

$$\frac{1}{5}a + \frac{3}{5}a^2 + \frac{2}{5} - \frac{9}{5}a = 1 \Rightarrow 3a^2 - 8a - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (a-3)(3a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$a=3 \Rightarrow \begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x-y=9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-3-2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix} = A \quad (\text{قابل قبول})$$

$$a=-\frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3}x+y=1 \\ 2x+\frac{7}{3}y=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-\frac{7}{9}-2} \begin{bmatrix} \frac{7}{3} & -1 \\ -2 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{21}{25} & \frac{9}{25} \\ \frac{18}{25} & \frac{3}{25} \end{bmatrix} \neq A \quad (\text{غیر قابل قبول})$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۴ تا ۲۶)

گزینه «۳» - ۳۵ (روح اله حسینی)

ابتدا شرط وجود بی شمار جواب را برای دستگاه می نویسیم:

$$\frac{m}{m+2} = \frac{m-3}{-m} = \frac{k}{k+1}$$

$$-m^2 = (m+2)(m-3) = m^2 - m - 6$$

$$\Rightarrow 2m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

۳۷- گزینه «۴»

(عباس الهی)

ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه می باشد و وارون آن به

صورت $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ معرفی شده است. پس:

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2-2k \\ 2k \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+3k+6k \\ 4-6k+8k \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+9k \\ 4+2k \end{bmatrix}$$

چون دستگاه دارای جواب $(2t+2, 8k-6)$ است پس:

$$\begin{bmatrix} -2+9k \\ 4+2k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8k-6 \\ 2t+2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2+9k = 8k-6 \Rightarrow k = -4 \\ 4+2k = 2t+2 \Rightarrow 4+2(-4) = 2t+2 \end{cases}$$

$$-4 = 2t+2 \Rightarrow 2t = -6 \Rightarrow t = -3$$

در نتیجه:

$$k+t = -4+(-3) = -7$$

پس:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

۳۸- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

دو خط تشکیل دهنده دستگاه موازی هستند. پس داریم:

$$\frac{2}{4} = \frac{m}{-4} \Rightarrow m = -2$$

حال مقدار m را در دستگاه دوم قرار می دهیم:

$$\begin{cases} -2x+2y=1 \\ 2x-3y=2 \end{cases} \Rightarrow -\frac{2}{2} \neq -\frac{2}{3}$$

بنابراین دو خط متقاطع اند. برای بررسی عمود بودن دو خط، حاصل ضرب

شیب ها را محاسبه می کنیم:

$$m=1, \quad m'=\frac{2}{3}, \quad mm'=\frac{2}{3} \neq -1$$

بنابراین دو خط متقاطع نامتعامد هستند.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۲۶ کتاب درسی)

۳۹- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد. در این صورت داریم:

$$AXB = 4I \Rightarrow A^{-1}(AXB)B^{-1} = A^{-1}(4I)B^{-1}$$

$$\Rightarrow X = 4A^{-1}B^{-1} = 4(BA)^{-1}$$

بنابراین کافی است وارون ماتریس BA را در ۴ ضرب کنیم:

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(BA)^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = 4(BA)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های ماتریس X برابر ۴ است.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۳ تا ۲۵)

۴۰- گزینه «۱»

(مهم قنران)

با توجه به روش حل معادله ماتریسی $(AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B)$ ، برای

به دست آوردن ماتریس مجهولات کافی است، وارون ماتریس ضرایب در

ماتریس مقادیر معلوم، ضرب شود. بنابراین:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2d \end{cases}$$

ماتریس ضرایب $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ b & c \end{bmatrix}$ اگر در وارونش ضرب شود، برابر ماتریس

$$\begin{bmatrix} a & 2 \\ b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

همانی می شود. پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a-2=1 \Rightarrow a=1 & (*) \\ -2a+2d=0 \xrightarrow{(*)} d=1 \end{cases}$$

بنابراین $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$ طول و عرض نقطه تلاقی دو خط مذکور بوده و مجموع

آن ها برابر ۲- است.

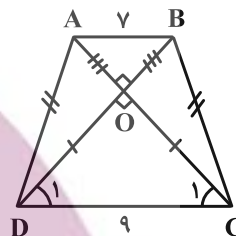
(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۴»

(روح اله حسینی)

در شکل زیر $ABCD$ دوزنقه‌ای متساوی الساقین است که قطرهای بر هم عمودند و $AB = 7$ و $DC = 9$. چون قطرهای با هم برابرند پس $\triangle ACD \cong \triangle BDC$ (ض ض ض). بنابراین $\hat{D}_1 = \hat{C}_1$ در نتیجه مثلث DOC قائم الزاویه متساوی الساقین است. با استدلالی مشابه مثلث AOB نیز قائم الزاویه متساوی الساقین است. بنابراین:



در مثلث DOC : $OC^2 + OD^2 = CD^2 = 9^2 = 81$

$$\Rightarrow OC^2 = \frac{81}{2}$$

در مثلث AOB : $OB^2 + OA^2 = AB^2 = 7^2 = 49$

$$\Rightarrow OB^2 = \frac{49}{2}$$

$$\text{در مثلث } BOC: BC^2 = OB^2 + OC^2 = \frac{49}{2} + \frac{81}{2} = \frac{130}{2} = 65$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{65}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۳)

۴۲- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

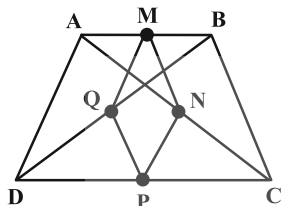
مطابق فرض مسئله، $MNPQ$ لوزی با محیط ۲۰ است، پس $MN = MQ = 5$.

در مثلث ABC وسط دو ضلع AB و AC را به هم وصل کردیم، بنابراین:

$$MN \parallel BC \text{ و } MN = \frac{1}{2} BC = 5$$

و به همین ترتیب در مثلث ABD داریم:

$$MQ = \frac{1}{2} AD = 5, \quad MQ \parallel AD$$



$$\Rightarrow AD = BC = 10$$

$$AB + DC = AD + BC$$

طبق فرض داریم:

$$\Rightarrow \text{محیط } ABCD = 2(AD + BC) = 2(20) = 40$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ مشابه تمرین ۷ صفحه ۶۴)

۴۳- گزینه «۱»

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

متوازی الاضلاعی که قطرهای آن نیمساز زاویه‌ها نیز باشد لوزی است، پس گزاره (الف) نادرست است.

یک چهارضلعی که قطرهای عمود بر هم داشته باشد، می‌تواند کایت یا دوزنقه باشد پس گزاره (ب) نادرست است.

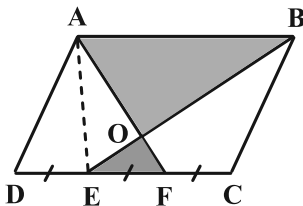
یک چهارضلعی که دو ضلع برابر و دو ضلع موازی داشته باشد، می‌تواند دوزنقه متساوی الساقین باشد پس گزاره (پ) نادرست است.

(هنر سه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۴۴- گزینه «۲»

(عباس الهی)

از رأس A به نقطه E روی ضلع CD وصل می‌کنیم، از طرفی دو مثلث AOB و OEF متشابه‌اند پس:



به طریق مشابه $NC = \frac{2}{5} AC$ خواهد بود و در نتیجه:

$$MN = AC - (AM + NC) = AC - \frac{4}{5} AC \Rightarrow MN = \frac{1}{5} AC$$

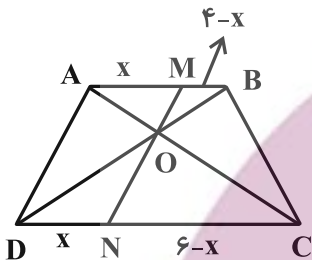
(هنرسه ۱- پندرضلعی ها؛ مشابه تمرین ۶ صفحه ۶۴)

(اعمرضا فلاح)

گزینه «۱» -۴۶

با توجه به متوازی الاضلاع بودن چهارضلعی AMND

داریم: $AM = DN = x$



$$\left. \begin{aligned} \triangle OAM \sim \triangle ONC &\Rightarrow \frac{x}{6-x} = \frac{OM}{ON} \\ \triangle OMB \sim \triangle OND &\Rightarrow \frac{4-x}{x} = \frac{OM}{ON} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{6-x} = \frac{4-x}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = x^2 - 10x + 24 \Rightarrow x = 2/4$$

دو مثلث OAM و ONC متشابه اند، پس نسبت مساحت آن ها برابر مربع

نسبت تشابه آن هاست. پس:

$$\frac{S_{OAM}}{S_{ONC}} = \left(\frac{x}{6-x}\right)^2 = \left(\frac{2/4}{3/6}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه های ۴۵ تا ۵۰)

(روح اله حسینی)

گزینه «۴» -۴۷

تعداد قطرهای n ضلعی محدب برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است. بنابراین تعداد

قطرهای n+۴ ضلعی برابر $\frac{(n+4)(n+1)}{2}$ است. پس:

$$\frac{(n+4)(n+1)}{2} - \frac{n(n-3)}{2} = 46 \Rightarrow \frac{n^2 + 5n + 4 - n^2 + 3n}{2} = 46$$

$$\frac{S_{OEF}}{S_{OAB}} = \left(\frac{EF}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{OAB} = 9S_{OEF} \quad (I)$$

و نسبت اضلاع $\frac{OF}{OA} = \frac{1}{3}$ می باشد (چون نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ است) و از

آنجایی که دو مثلث OEF و AOE دارای ارتفاع های یکسان هستند پس

نسبت مساحت های آن ها همان نسبت قاعده هاست. پس:

$$\frac{S_{AOE}}{S_{OEF}} = 3 \Rightarrow S_{AOE} = 3S_{OEF} \quad (II)$$

به کمک روابط (I) و (II) داریم:

$$S_{AEB} = S_{OAB} + S_{AOE} = 12S_{OEF} \quad (III)$$

از طرفی مساحت مثلث AEB نصف مساحت متوازی الاضلاع ABCD

است زیرا ارتفاع و قاعده آن با ارتفاع و قاعده متوازی الاضلاع برابر است پس:

$$S_{AEB} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \xrightarrow{(III)} S_{OEF} = \frac{1}{24} S_{ABCD}$$

در نتیجه: مساحت قسمت های رنگی $= S_{AOB} + S_{OEF} = 10S_{OEF}$

$$= \frac{10}{24} S_{ABCD} = \frac{5}{12} S_{ABCD}$$

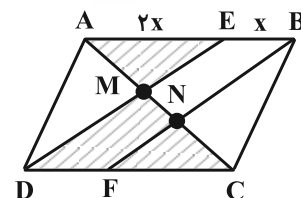
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه های ۴۵ تا ۴۸)

(عباس الهی)

گزینه «۳» -۴۵

با در نظر گرفتن $BE = x$ داریم $AE = 2x$ و طول ضلع AB برابر $3x$

می شود. دو مثلث AME و DMC با هم متشابه اند (چرا؟) و داریم:



$$\frac{AM}{MC} = \frac{AE}{CD} = \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AM+MC} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{2}{5} AC$$

$$DF \parallel AC \Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad (۱)$$

$$DF \parallel AC \Rightarrow \triangle BDF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{BDF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{BF}{BC}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{S_{ADE}}{S_{BDF}} = ۴$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

(مهردار ملونری)

۵- گزینه «۳»

دو مثلث ABE و BCD بنابر حالت تناسب اضلاع

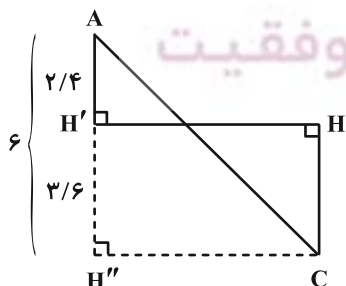
$$\left(\frac{AB}{CD} = \frac{AE}{BC} = \frac{BE}{BD} = \frac{2}{3}\right) \text{ متشابه‌اند و بنابر این نسبت}$$

$$\frac{AH'}{CH} = \frac{2}{3} \Rightarrow AH' = 2/4 \text{ است، پس } \frac{2}{3} \text{ نیز برابر } \frac{2}{3} \text{ ارتفاع‌ها } \left(\frac{AH'}{CH}\right) \text{ نیز برابر } \frac{2}{3}$$

حال با توجه به شکل اگر AH' را امتداد دهیم و از C موازی HH' خط

رسم کنیم، مستطیل HH'C تشکیل می‌شود. حال با نوشتن فیثاغورس

در مثلث ACH'' داریم:



$$AH''^2 + CH''^2 = AC^2 \Rightarrow 6^2 + CH''^2 = 10^2 \Rightarrow CH'' = HH' = 8$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

$$\Rightarrow \frac{8n + 4}{2} = 46 \Rightarrow 8n + 4 = 92 \Rightarrow 8n = 88 \Rightarrow n = 11$$

بنابراین تعداد قطرهای این n ضلعی برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{11 \times 8}{2} = 44$$

(هنر سه ۱- پند ضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

(امیر حسین ابومصوب)

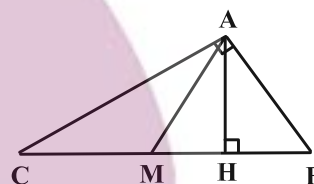
۴۸- گزینه «۲»

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه ۱۵° دارد، اندازه ارتفاع وارد بر

وتر برابر ۱/۴ اندازه وتر است. از طرفی اندازه میانه وارد بر وتر در هر مثلث

قائم‌الزاویه نصف اندازه وتر است، پس با فرض $AH = x$ ، داریم

$$AM = 2x \text{ و } BC = 4x$$



در مثلث قائم‌الزاویه AHM طبق قضیه فیثاغورس می‌توان نوشت:

$$MH^2 = AM^2 - AH^2 = 4x^2 - x^2 = 3x^2 \Rightarrow MH = \sqrt{3}x$$

$$BH = BM - MH = 2x - \sqrt{3}x = (2 - \sqrt{3})x$$

مطابق فرض سوال داریم:

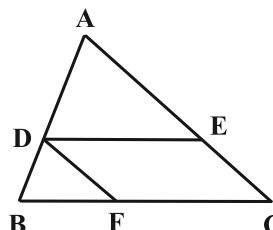
$$BH = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow (2 - \sqrt{3})x = 2(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow x = 2$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} x(4x) = 2x^2 = 2(2)^2 = 8$$

(هنر سه ۱- پند ضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۰ و ۶۳)

(اسحاق اسفندیار)

۴۹- گزینه «۳»

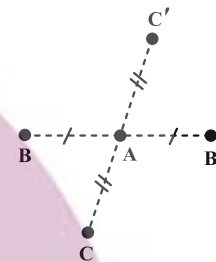


هندسه ۲

۵۱- گزینه «۳»

(ممر فتران)

مطابق شکل این تناظر هر نقطه را به یک نقطه تصویر می‌کند و برعکس. پس یک تبدیل است. با توجه به این که A همواره وسط پاره خط واصل بین هر نقطه و تصویرش است، پس این تبدیل همواره اندازه پاره خط‌ها را حفظ می‌کند و طولی است. نقطه ثابت این تبدیل فقط نقطه A است که تصویرش بر خودش منطبق می‌باشد.



(هنر ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۵۲- گزینه «۳»

(هامر قاسمیان)

بازتاب تنها در صورتی شیب خط را حفظ می‌کند که خط با محور بازتاب موازی یا بر محور عمود باشد.

(هنر ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۶)

۵۳- گزینه «۲»

(سیرمهرها عسینی فرد)

می‌دانیم در تبدیل دوران، اندازه زاویه ثابت می‌ماند پس زوایای نظیر با هم

$$\hat{AOB} = \hat{A'OB'} \Rightarrow \alpha + 20^\circ = 3\alpha - 40^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

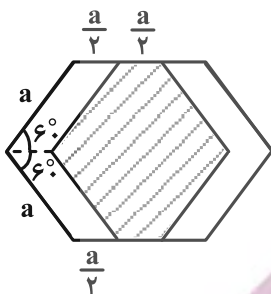
$$\text{زاویه دوران} = \hat{AOA'} = \alpha + 20^\circ + \alpha = 80^\circ$$

(هنر ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۵۴- گزینه «۳»

(ممر فتران)

اگر شش ضلعی منتظم را با طول ضلع a فرض کنیم، مساحت ناحیه رنگی برابر تفاضل مساحت شش ضلعی منتظم از مساحت دو متوازی الاضلاع یکسان با طول اضلاع a و $\frac{a}{2}$ و زاویه بین ۶۰ درجه است، بنابراین:



$$\begin{cases} S_{\text{شش ضلعی منتظم}} = 6 \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2} \\ S_{\text{ناحیه رنگی}} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2} - 2S_{\text{متوازی الاضلاع}} \\ = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2} - 2 \left(a \times \frac{a}{2} \times \sin 60^\circ \right) = a^2 \sqrt{3} \end{cases}$$

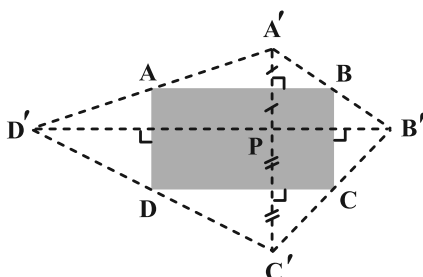
$$\Rightarrow \frac{S_{\text{ناحیه رنگی}}}{S_{\text{شش ضلعی منتظم}}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{\frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{3}$$

(هنر ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۵۵- گزینه «۴»

(سیرمهرها عسینی فرد)

مطابق شکل، در چهارضلعی A'B'C'D' قطرهای بر هم عمودند و داریم:



$$\begin{cases} y = -\frac{5}{2}x + \frac{9}{4} \\ y = -4x + \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{5}{2}x + \frac{9}{4} = -4x + \frac{9}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

پس $O(1/5, -1/5)$ مرکز دوران است.

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

(مشابه تمرین ۳ صفحه ۴۲)

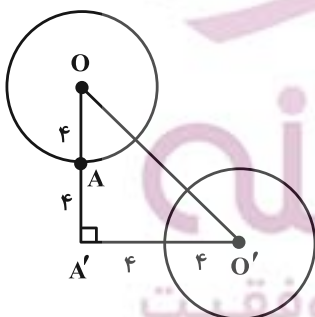
(امیرمسین ابومبوب)

گزینه «۱» ۵۷-

طبق فرض $OA' = 2OA = 8$ است. طبق تعریف دوران اگر O' مرکز

دایره C' باشد، آن گاه $OA' = O'A' = 8$ است و در نتیجه طبق قضیه

فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه $OA'O'$ داریم:



$$OO'^2 = OA'^2 + O'A'^2 = 8^2 + 8^2 = 2 \times 8^2 \Rightarrow OO' = 8\sqrt{2}$$

طول مماس مشترک داخلی دو دایره برابر است با:

$$\sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (4 + 4)^2} = \sqrt{64} = 8$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ و ۳۸)

$$\begin{cases} A'C' = 2AD = 4 \\ B'D' = 2AB = 6 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} A'C' \cdot B'D' = \frac{1}{2} (4)(6) = 12$$

(هنر سه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

(روح اله عسلی)

گزینه «۱» ۵۶-

می دانیم مرکز دوران روی عمودمنصف پاره خط های AA' و BB' است.

بنابراین معادله عمودمنصف های این دو پاره خط را می نویسیم. محل برخورد

این دو خط مرکز دوران است.

$$\begin{cases} x_M = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2} \\ y_M = \frac{2 + 0}{2} = 1 \end{cases} \text{ وسط } AA'$$

$$m_{AA'} = \frac{2 - 0}{3 - (-2)} = \frac{2}{5} \Rightarrow m_1 = -\frac{5}{2}$$

$$\text{معادله عمودمنصف } AA': y - 1 = -\frac{5}{2} \left(x - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow y = -\frac{5}{2}x + \frac{9}{4}$$

$$\begin{cases} x_N = \frac{6 + (-6)}{2} = 0 \\ y_N = \frac{6 + 3}{2} = \frac{9}{2} \end{cases} \text{ وسط } BB'$$

$$m_{BB'} = \frac{6 - 3}{6 - (-6)} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_2 = -4$$

$$\text{معادله عمودمنصف } BB': y - \frac{9}{2} = -4(x - 0) \Rightarrow y = -4x + \frac{9}{2}$$

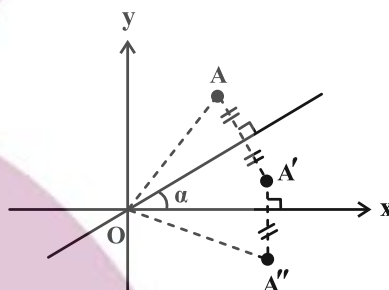
۵۸- گزینه «۱»

(روح اله حسینی)

شیب خط به معادله $x - \sqrt{3}y = 0$ برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ است. اگر زاویه‌ای که این

خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد را α بنامیم داریم $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

پس: $\alpha = 30^\circ$.



بنابه تمرین صفحه ۴۳ کتاب درسی $\angle AOA'' = 2\alpha = 60^\circ$ و

چون $AO = A''O$ پس مثلث AOA'' متساوی‌الاضلاع است. بنابراین:

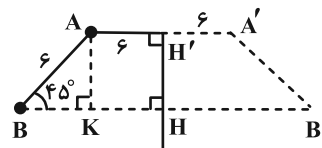
$$AA'' = AO = \sqrt{(3-0)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۴۳)

۵۹- گزینه «۴»

(عباس الهی)

ابتدا شکل مورد نظر صورت سوال را رسم می‌کنیم:



از نقطه A، عمود AK را بر BB' رسم می‌کنیم. می‌دانیم طول ضلع

روبه‌رو به زاویه 45° در یک مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ طول وتر است، پس:

$$HH' = AK = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

پس:

$$BK = AK = 3\sqrt{2} \Rightarrow BH = 6 + 3\sqrt{2}$$

$$S_{ABB'A} = \frac{(AA' + BB')}{2} \times HH' = \frac{(2AH' + 2BH)}{2} \times HH'$$

$$= (AH' + BH) \times HH' = (6 + 3\sqrt{2} + 6) \times 3\sqrt{2}$$

$$= 2(6 + \sqrt{2})(3\sqrt{2}) = 36\sqrt{2} + 18 = 18(2\sqrt{2} + 1)$$

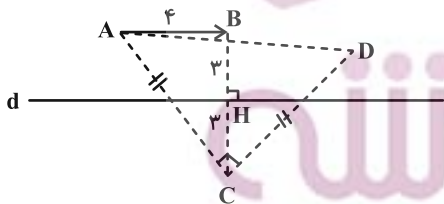
(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۶۰- گزینه «۲»

(روح اله حسینی)

با توجه به داده‌های مسئله $AB = 4$ و $BC = 2BH$ در مثلث

قائم‌الزاویه ABC بنابه قضیه فیثاغورس داریم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

اما چون $CD = AC$ پس در مثلث قائم‌الزاویه ACD داریم:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = 52 + 52 = 104$$

$$AD = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$$

پس:

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

ریاضیات گسسته

۶۱- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

$$a = 5q + 2 \Rightarrow 11a = 55q + 22 \quad (1)$$

$$a = 11q' + 6 \Rightarrow 5a = 55q' + 30 \xrightarrow{\times 2} 10a = 55(2q') + 60 \quad (2)$$

اگر تفاضل رابطه (۱) و (۲) را بنویسیم، داریم:

$$a = 55(q - 2q') - 38 \Rightarrow a = 55(q - 2q') - 1 \times 55 + 17$$

$$a = 55(q - 2q' - 1) + 17 \Rightarrow r = 17$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

(مشابه تمرین ۹ صفحه ۱۶)

۶۲- گزینه «۱»

(آرین تفضلی زاده)

راه حل اول: توانی از ۷ را طوری می‌یابیم که به پیمانه ۱۵ با اعداد ۱ یا ۱-
همنهشت شود:

$$7^2 = 49 \equiv 4 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 7^4 \equiv 16 \equiv 1$$

$$7^{100} = (7^4)^{25} \equiv 1^{25} = 1$$

در نتیجه:

راه حل دوم: می‌دانیم اگر $a \equiv b$ و $a \equiv b$ آن‌گاه $a \equiv b \pmod{[m,n]}$.

$$\begin{cases} 7^3 \equiv 1 \Rightarrow 7^{100} \equiv 1^{33} \equiv 1 \\ 7^5 \equiv -1 \Rightarrow 7^{100} \equiv (-1)^{20} \equiv 1 \end{cases} \xrightarrow{[3,5]=15} 7^{100} \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(مشابه مثال صفحه ۲۱)

۶۳- گزینه «۳»

(رضا توکلی)

$$m \mid 3a + m + 2 \Rightarrow 3a + m + 2 \equiv 0 \xrightarrow{m \equiv 0} 3a \equiv -2$$

$$a^2 - 1 \equiv a(2a - 1) \Rightarrow a^2 - 1 \equiv 2a^2 - a$$

$$\Rightarrow a^2 - a + 1 \equiv 0 \xrightarrow{\times(a+1)} (a+1)(a^2 - a + 1) \equiv 0$$

$$\Rightarrow a^3 + 1 \equiv 0 \Rightarrow a^3 \equiv -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a \equiv -2 \xrightarrow{\text{توان ۳}} 27a^3 \equiv -8 \\ a^3 \equiv -1 \xrightarrow{\times 27} 27a^3 \equiv -27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -27 \equiv -8 \Rightarrow 19 \equiv 0 \Rightarrow m \mid 19 \xrightarrow{m \neq 1} m = 19$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 9 = 10$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(سوکندر روشنی)

۶۴- گزینه «۴»

می‌دانیم $(n-1)n(n+1)$ حاصل ضرب سه عدد متوالی است و دقیقاً یکی

از آن‌ها بر ۳ بخش پذیر است. حال کافی است n را با عدد ۴ افزایش کنیم تا
حالت‌هایی که عبارت داده شده بر ۴ بخش پذیر است را مشخص کنیم.

$$(1) \quad n = 4k \rightarrow (4k-1)4k(4k+1)$$

$$(2) \quad n = 4k+1 \rightarrow 4k(4k+1)(4k+2)$$

$$(3) \quad n = 4k+2 \rightarrow (4k+1)(4k+2)(4k+3)$$

$$(4) \quad n = 4k+3 \rightarrow (4k+2)(4k+3)(4k+4)$$

همان‌طور که مشخص است اگر $n = 4k+2$ باشد، عبارت داده شده بر ۱۲

بخش پذیر نیست.

$$10 \leq 4k+2 \leq 99 \Rightarrow 8 \leq 4k \leq 97 \Rightarrow 2 \leq k \leq 24$$

$$\Rightarrow 90 - 23 = 67$$

۲۳ عدد دو رقمی قابل قبول نیست.

در نتیجه ۶۷ عدد دو رقمی در شرایط مسئله صدق می‌کند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(سیرمهر رضا حسینی فرد)

۶۵- گزینه «۲»

اگر تقسیم را به صورت $a = bq + r$ با شرط $0 \leq r < b$ بنویسیم داریم:

$$100 + b = bq + 7 \Rightarrow 93 = b(q-1)$$

از طرفی عدد ۹۳ را می‌توان به صورت 93×1 یا 31×3 نوشت، پس دو

حالت قابل بررسی است، با توجه به $b > r = 7$ داریم:

$$\xrightarrow{k=3} a = 129 + 7 = 136$$

پس رقم دهگان برابر ۳ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(عزیزاله علی‌اصغری)

۶۹- گزینه «۲»

در این گونه سوالات همانند دو معادله دو مجهول رفتار می‌کنیم. یعنی با یکسان کردن ضرایب یک مجهول در هر دو رابطه، آن را حذف کرده و مجهول دیگر را می‌یابیم:

$$\begin{cases} 4x + 3y \equiv 2 \xrightarrow{\times 3} 12x + 9y \equiv 6 \\ 3x + 2y \equiv 1 \xrightarrow{\times 4} 12x + 8y \equiv 4 \end{cases} \xrightarrow{(-)} \begin{cases} 12x + 9y \equiv 6 \\ 12x + 8y \equiv 4 \end{cases}$$

$$(12x + 9y) - (12x + 8y) \equiv 6 - 4 \Rightarrow y \equiv 2 \Rightarrow y = 9k + 2$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(امیرمسین ابومصوب)

۷۰- گزینه «۳»

می‌دانیم هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ را به یکی از دو صورت $6k+1$ یا $6k+5$ می‌توان نوشت. بنابراین داریم:

$$۱) P = 6k + 1 \Rightarrow 2P + 3 = 2(6k + 1) + 3 = 12k + 5 \Rightarrow r_1 = 5$$

$$۲) P = 6k + 5 \Rightarrow 2P + 3 = 2(6k + 5) + 3 = 12k + 13 \downarrow \begin{matrix} 12+1 \\ 13 \end{matrix}$$

$$= 12k' + 1 \Rightarrow r_2 = 1$$

از طرفی به ازای دو عدد اول ۲ و ۳ داریم:

$$۳) P = 2 \Rightarrow 2P + 3 = 2(2) + 3 = 7 \Rightarrow r_3 = 7$$

$$۴) P = 3 \Rightarrow 2P + 3 = 2(3) + 3 = 9 \Rightarrow r_4 = 9$$

بنابراین در مجموع ۴ مقدار متمایز از مجموعه $\{1, 5, 7, 9\}$ برای باقی‌مانده

در تقسیم عدد $2P + 3$ بر ۱۲ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

$$\begin{cases} 93 \times 1 = b(q-1) \Rightarrow b = 93, q = 2 \\ 31 \times 3 = b(q-1) \Rightarrow b = 31, q = 4 \end{cases}$$

بنابراین خارج قسمت عدد ۲ یا ۴ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

(سپهرمهر شا عسینی فرد)

۶۶- گزینه «۲»

دو عدد با رقم یکان‌های برابر به پیمانه 10^0 هم‌نهشت هستند. پس:

$$\begin{matrix} 10^0 & 10^0 & 10^0 & 10^0 \\ 5a + 4 \equiv 2a - 5 \Rightarrow 3a \equiv -9 \Rightarrow a \equiv -3 \Rightarrow a \equiv 17 \end{matrix}$$

پس کوچک‌ترین مقدار دو رقمی a برابر ۱۷ است:

$$a^{1404} \equiv 17^{1404} \equiv 1^{1404} \equiv 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۲۹)

(علیرضا شریف‌قطیعی)

۶۷- گزینه «۳»

نکته: اعداد اول بزرگ‌تر از ۲ همگی فردند. پس P و P^{17} عددی فرد

هستند و می‌دانیم $17!$ عددی زوج است. پس $17! + P^{17}$ عددی فرد است

و چون a مقسوم‌علیه عددی فرد است پس a نیز فرد است.

نکته: مربع هر عدد فرد به شکل $8k+1$ نوشته می‌شود. پس:

$$\begin{aligned} a^{18} + P^{18} &= \left(\overset{\text{فرد}}{a^9}\right)^2 + \left(\overset{\text{فرد}}{P^9}\right)^2 = 8k + 1 + 8k' + 1 \\ &= 8\left(\underbrace{k+k'}_q\right) + 2 \Rightarrow r = 2 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(علیرضا شریف‌قطیعی)

۶۸- گزینه «۴»

$$7^3 = 343 \equiv 42 \equiv -1$$

$$43 \mid 7^{100} + a \Rightarrow 7^{100} + a \equiv 0 \Rightarrow (7^3)^{33} \times 7 + a \equiv 0$$

$$\Rightarrow (-1)^{33} \times 7 + a \equiv 0 \Rightarrow -7 + a \equiv 0 \Rightarrow a = 43k + 7$$

آمار و احتمال

۷۱- گزینه «۲»

(روح‌اله حسینی)

$$\begin{cases} A \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} \\ B \Rightarrow P(B) = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$P(B|A) = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{10} \times P(A) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{1}{30}\right)$$

$$= 1 - \frac{10 + 12 - 1}{30} = 1 - \frac{21}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{\frac{3}{10}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{20}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۷۲- گزینه «۱»

(افشین فاضله‌فان)

در پرتاب این دو تاس تعریف می‌کنیم:

مجموع ۲ عدد اول باشد: پیشامد A
هر ۲ عدد اول باشند: پیشامد B

$$B = \{(2,2), (2,3), (2,5), \dots, (5,5)\} \Rightarrow n(B) = 3 \times 3 = 9$$

$$A = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5),$$

$$(3,2), (3,4), (4,1), (4,3), (5,2), (5,6), (6,1), (6,5)\}$$

$$A \cap B = \{(2,3), (2,5), (3,2), (5,2)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۷۳- گزینه «۳»

(عباس الهی)

فرض کنید B پیشامد مرد بودن و A پیشامد باسواد بودن باشد. بنابر قانون

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \times P(B)}{P(A)}$$

بیز داریم:

ابتدا $P(A)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$P(A) = \left(\frac{0}{6} \times \frac{0}{30}\right) + \left(\frac{0}{40} \times \frac{0}{70}\right)$$

زن باسواد زن بودن مرد باسواد مرد بودن

$$= 0/18 + 0/28 = 0/46$$

$$P(A|B) = P(\text{مرد باسواد}) = 0/3$$

$$P(B) = P(\text{مرد بودن}) = 0/6$$

$$P(B|A) = \frac{0/3 \times 0/6}{0/46} = \frac{0/18}{0/46} = \frac{18}{46} = \frac{9}{23}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

۷۴- گزینه «۴»

(نیلوخر مهروری)

دو پیشامد A و B مستقل هستند هرگاه رابطه $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ برقرار باشد. همچنین می‌دانیم اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، پیشامدهای A' و B نیز مستقل‌اند، پس داریم:

$$P(B - A) = \frac{5}{16} \Rightarrow P(B \cap A') = \frac{5}{16} \Rightarrow P(B)P(A') = \frac{5}{16}$$

$$\frac{P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} P(B) = \frac{5}{16} \Rightarrow P(B) = \frac{5}{8}}$$

$$\frac{P(A \cup B)}{P(B')} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{P(A) + P(B) - P(A)P(B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{5}{8} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{5}{8}\right)}{1 - \frac{5}{8}} = \frac{\frac{13}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{13}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۷۵- گزینه «۴»

(عزیزاله علی‌اصغری)

فضای نمونه پرتاب سه تاس $6^3 = 216$ عضو دارد. اما با توجه به شرط

مسئله فضای نمونه به $\binom{6}{3} = 20$ عضو کاهش می‌یابد. حال پیشامد مطلوب

$$A = \{(6, 5, 4)\}$$

را می‌نویسیم:

دقت کنید که حالات $(5, 5, 5)$, $(6, 6, 3)$ طبق فرض مسئله غیرقابل

$$P(A) = \frac{1}{20}$$

قبول هستند. بنابراین:

توجه: در فضای نمونه‌ای کاهش یافته، به $\binom{6}{3}$ حالت، سه عدد متمایز از بین

۱ تا ۶ انتخاب کرده و به ۱ حالت (از بزرگ به کوچک) می‌چینیم.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۱)

۷۶- گزینه «۱»

(عزیزاله علی اصغری)

$$P(B - A) = 0/3 \Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0/3 \quad (*)$$

$$P(A | A \cup B) = 0/25 \Rightarrow \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{P(A)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{1}{4} \xrightarrow{(*)} \frac{P(A)}{P(A) + 0/3} = \frac{1}{4}$$

$$4P(A) = P(A) + 0/3 \Rightarrow 3P(A) = 0/3 \Rightarrow P(A) = 0/1$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۷۷- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومصوب)

فرض کنید ابتدا یک مهره قرمز، سپس یک مهره آبی و در انتها یک مهره زرد از جعبه خارج شود. در این صورت احتمال این پیشامد برابر است با:

$$\frac{3}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

از طرفی چون مهره‌ها با جای گذاری خارج می‌شوند، احتمال خروج سه مهره با رنگ‌های متفاوت با هر ترتیب دیگری با احتمال فوق برابر است. حالت‌های مختلف برای ترتیب خروج رنگ‌ها برابر ۳! است، پس احتمال این‌که سه مهره خارج شده از سه رنگ مختلف باشند، برابر است با:

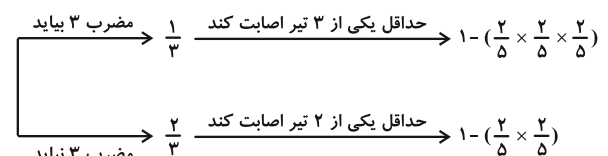
$$P(A) = 3! \times \frac{1}{36} = 6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۷۸- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

در پرتاب تاس، با احتمال $\frac{1}{3}$ عددی مضرب ۳ (اعداد سه و شش) ظاهر می‌شود. از طرفی پرتاب تیرها مستقل از یکدیگر است، پس مطابق نمودار درختی داریم:



بنابراین اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = \frac{1}{3} \times (1 - \frac{8}{125}) + \frac{2}{3} \times (1 - \frac{4}{25})$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{117}{125} + \frac{2}{3} \times \frac{21}{25} = \frac{39}{125} + \frac{14}{25} = \frac{109}{125}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۷۹- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومصوب)

احتمال این‌که این دانش‌آموز به‌طور تصادفی به یک سوال، پاسخ صحیح بدهد، برابر $\frac{1}{3}$ است. سوال‌ها مستقل از یکدیگرند، بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{3} (\frac{1}{3})^3 (\frac{2}{3})^3}{\binom{6}{4} (\frac{1}{3})^4 (\frac{2}{3})^2} = \frac{20 \times \frac{2}{3}}{15 \times \frac{1}{3}} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: مشابه تمرین ۸ صفحه ۶۸)

۸۰- گزینه «۱»

(شینم غلامی)

در صورت سوال گفته شده که رنگ مهره‌های اول و سوم یکسان است ولی در مورد رنگ مهره دوم اطلاعاتی داده نشده است و ممکن است رنگ آن با دو مهره دیگر یکسان باشد یا نباشد. به عبارت دیگر مانند آن است که مهره دوم اصولاً از کیسه خارج نشده است و می‌خواهیم رنگ دو مهره اولی که از کیسه خارج می‌کنیم یکسان باشد. بنابراین داریم:

$$P(A) = P(\text{هر دو قرمز}) + P(\text{هر دو سفید}) + P(\text{هر دو سبز})$$

$$= \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

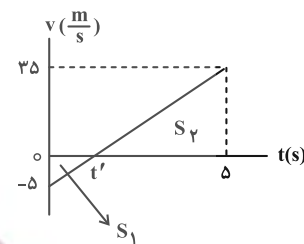
فیزیک ۳

۸۱- گزینه «۳»

(ممدکرامن منشاری)

$$\begin{cases} x = 4t^2 - 5t + 8 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -\frac{5}{s} \end{cases} \Rightarrow v = at + v_0$$

$$\Rightarrow v = 8t - 5 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow t' = \frac{5}{8}s$$



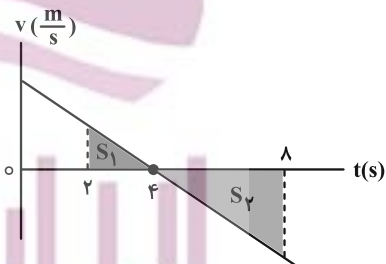
$$d = |S_1| + |S_2| = \frac{5 \times \frac{5}{8}}{2} + \frac{35 \times \frac{35}{8}}{2} = \frac{625}{8} m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۸۲- گزینه «۲»

(مسعود خدرانی)

کافی است نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم کنیم.



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{4}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۸۳- گزینه «۲»

(علیرضا بیاری)

اگر سرعت متحرک در ابتدا و انتهای مسیر را به ترتیب با v_0 و v_1 نشان دهیم و سرعت آن در پایان مرحله اول v_1 باشد، رابطه سرعت متوسط در دو مرحله حرکت به صورت زیر است:

$$\begin{cases} v_{av,1} = \frac{v_0 + v_1}{2} = 10 \Rightarrow v_0 + v_1 = 20 \frac{m}{s} \\ v_{av,2} = \frac{v + v_1}{2} = 25 \Rightarrow v + v_1 = 50 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v - v_0 = 50 - 20 \Rightarrow v - v_0 = 30 \frac{m}{s} \quad (I)$$

رابطه سرعت متوسط را برای کل مسیر حرکت نیز می‌نویسیم و از آنجا رابطه دیگری را بین v_0 و v پیدا می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow \frac{v_0 + v}{2} = \frac{\frac{1}{6}\Delta x + \frac{5}{6}\Delta x}{\frac{1}{6}\Delta t + \frac{5}{6}\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{v_0 + v}{2} = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{5}{150}} = \frac{1}{\frac{3}{60}} = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_0 + v = 40 \frac{m}{s} \quad (II)$$

از تفریق دو رابطه (I) و (II) داریم:

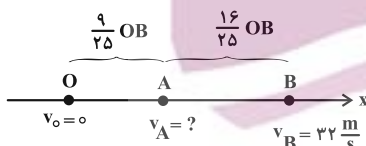
$$v_0 + v - (v - v_0) = 40 - 30 \Rightarrow v_0 = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۸۴- گزینه «۳»

(ابوالفضل نکومنی‌نژاد)

روش اول: از رابطه سرعت- جابه‌جایی برای حل این سوال کمک می‌گیریم:

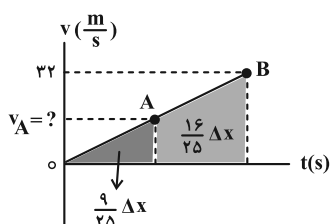


$$\begin{cases} OA : v_A^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \\ OB : v_B^2 - v_0^2 = 2a\Delta x' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA : v_A^2 = 2a(\frac{9}{25}OB) \\ OB : 32^2 = 2a(OB) \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{v_A^2}{32^2} = \frac{9}{25} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_A}{32} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow v_A = 19.2 \frac{m}{s}$$

روش دوم: از نمودار $v-t$ برای حل مسئله کمک می‌گیریم
(ثابت $a = 0$ ، $v_0 = 0$) مسافت OB روی محور x برابر سطح زیر نمودار $v-t$ از O تا B است که آن را Δx در نظر می‌گیریم.



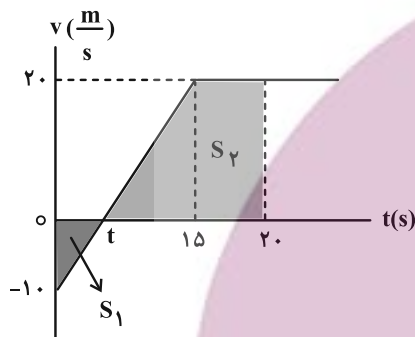
(زهره آقاممدری)

۸۷- گزینه «۲»

می‌دانیم که جابه‌جایی متحرک در یک بازه زمانی برابر مساحت زیر نمودار سرعت-زمان در آن بازه زمانی است. بنابراین ابتدا نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم. در بازه زمانی صفر تا ۱۵s، حرکت با شتاب ثابت $a = 2 \frac{m}{s^2}$ صورت می‌گیرد، بنابراین داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=2 \frac{m}{s^2}, t=15s} v_{15} = 2 \times 15 - 10 = 20 \frac{m}{s}$$

از لحظه ۱۵s به بعد، شتاب برابر صفر است و حرکت با همان سرعت $20 \frac{m}{s}$ ادامه می‌یابد:



با توجه به تعریف شتاب، لحظه t را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{0 - (-10)}{t} \Rightarrow t = 5s$$

اکنون جابه‌جایی متحرک را از لحظه صفر تا ۲۰s محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = -S_1 + S_2 = -\left(\frac{10 \times 5}{2}\right) + \frac{(5+15) \times 20}{2} = -25 + 200 = 175m$$

$$\Delta x = x_2 - x_0 \xrightarrow{x_0 = -120m} 175 = x_2 - (-120)$$

$$\Rightarrow x_2 = 55m \Rightarrow \vec{x}_2 = 55(m) \hat{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مهران اسماعیلی)

۸۸- گزینه «۳»

ابتدا زمان به هم رسیدن دو اتومبیل را به‌دست می‌آوریم. برای این منظور کافی است معادله مکان را برای اتومبیل اول بنویسیم. مبدأ و مکان را محل شروع حرکت اتومبیل اول یعنی نقطه A فرض می‌کنیم.

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_{01} t + x_{01} \xrightarrow{x_{01}=0, v_{01}=0} \xrightarrow{a_1=2 \frac{m}{s^2}, x_1=600m}$$

$$600 = \frac{1}{2} (2) t^2 + 0 + 0 \Rightarrow t^2 = 600 \Rightarrow t = 24.5s$$

در دو مثلث متشابه داریم که مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{9}{25}$ مساحت مثلث

$$\frac{S_{\text{بزرگ}}}{S_{\text{کوچک}}} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta x}{\frac{9}{25} \Delta x} = \left(\frac{32}{v_A}\right)^2 \quad \text{بزرگ است.}$$

$$\xrightarrow{\text{چندر}} \frac{5}{3} = \frac{32}{v_A} \Rightarrow v_A = 19.2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۸۵- گزینه «۲»

ابتدا معادله سهمی را به‌دست می‌آوریم. با توجه به نمودار، ریشه‌های معادله، $t = 4s$ و $t = 6s$ است. بنابراین داریم:

$$x = A(t-4)(t-6) = A(t^2 - 10t + 24)$$

$$\xrightarrow[t=0]{x=12m} 12 = A \times 24 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$$

بنابراین معادله سهمی برابر است با:

$$x = \frac{1}{2} (t^2 - 10t + 24) \Rightarrow x = \frac{1}{2} t^2 - 5t + 12$$

۳ ثانیه دوم حرکت یعنی از ۳s تا ۶s، بنابراین مکان متحرک را در

$$\text{لحظه } t = 3s \text{ محاسبه می‌کنیم: } x_3 = \frac{1}{2} \times 9 - 15 + 12 = 1.5m$$

بنابراین سرعت متوسط متحرک از ۳s تا ۶s برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_6 - x_3}{6 - 3} = \frac{0 - 1.5}{3} = -0.5 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_{av}| = 0.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

(انجیرین مینو)

۸۶- گزینه «۲»

از $x_0 = -8m$ تا $x = 42m$ با استفاده از رابطه مستقل از زمان داریم:

$$\Delta x = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow 50 = \frac{15^2 - 5^2}{2a} \Rightarrow 100a = 200 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

و با همان رابطه از $x_0 = -8m$ تا $x = 292m$ داریم:

$$300 = \frac{v^2 - 5^2}{2a} \Rightarrow 300 = \frac{v^2 - 25}{4} \Rightarrow v^2 = 1225 \Rightarrow v = 35 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مشابه پرسش ۲۰ آخر فصل صفحه ۲۸ کتاب درسی)

در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر شود، $v_1 = v_2$ و در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، $x_1 = x_2$ است:

$$v_1 = v_2 \Rightarrow 2t + 10 = \frac{9}{4}t \Rightarrow t = 4s$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t'^2 + 10t' + 25 = \frac{9}{4}t'^2$$

$$\Rightarrow t'^2 - 8t' - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t' = 10s & \text{ق ق} \\ t' = -2s & \text{غ ق} \end{cases}$$

بنابراین اختلاف زمانی t و t' برابر است با:
دقت کنید که زمان‌های t و t' بعد از ۵ ثانیه اول محاسبه شده‌اند و اختلاف آن‌ها مدنظر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۹۰- گزینه «۱» (رحمت‌اله فیروز: زاده سماکوش)

در لحظه $t = 3s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان صفر است. یعنی در این لحظه سرعت متحرک هم صفر است. پس برای بازه زمانی ۳s تا ۷s داریم:

$$\Delta x_{3-7} = \frac{1}{2} a \Delta t^2 + v_3 \Delta t$$

$$(0 - 48) = \frac{1}{2} \times a \times (7 - 3)^2 + 0 \times \Delta t \Rightarrow a = -\frac{48}{8} = -6 \frac{m}{s^2}$$

از رابطه $v = at + v_0$ سرعت اولیه را حساب می‌کنیم. برای ۳s اول حرکت می‌توان نوشت:

$$v_3 = at + v_0 \Rightarrow 0 = -6 \times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 = 18 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(مشابه مثال ۱- ۱۲ صفحه ۱۷ کتاب درسی)

۹۱- گزینه «۳» (علیرضا بیاری)

معادله جابه‌جایی قطار را برای ۴۴ متر اول حرکت و ۴ متر آخر حرکت می‌نویسیم تا زمان هر مرحله (t) و شتاب حرکت (a) را به دست آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 44 = \frac{1}{2} at^2 + 24t \\ \Delta x_2 = -\frac{1}{2} at^2 + vt \Rightarrow 4 = -\frac{1}{2} at^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 44 = -4 + 24t \Rightarrow t = 2s$$

$$4 = -\frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{t=2s} 4 = -\frac{1}{2} a(2)^2 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

رابطه سرعت - جابه‌جایی را برای کل مسیر حرکت تا توقف کامل ($v = 0$) می‌نویسیم و جابه‌جایی قطار را حساب می‌کنیم:

حال با نوشتن معادله مکان برای اتومبیل دوم می‌توانیم فاصله AB را به دست آوریم:

$$x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_{02} t + x_{02} \xrightarrow{\substack{x_{02}=AB, v_{02}=0, t=20s \\ a_2=2 \frac{m}{s^2}, x_2=600m}}$$

$$600 = \frac{1}{2} (2) (20)^2 + 0 + AB \Rightarrow AB = 200m$$

چون فاصله $250m$ بیشتر از $AB = 200m$ است، وقتی فاصله دو اتومبیل به $250m$ می‌رسد که اتومبیل اول از اتومبیل دوم عبور کرده باشد یعنی $x_1 > x_2$ ، بنابراین:

$$x_1 - x_2 = 250 \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t^2 - \left(\frac{1}{2} a_2 t^2 + AB \right) = 250$$

$$\xrightarrow{\substack{a_1=3 \frac{m}{s^2}, a_2=2 \frac{m}{s^2} \\ AB=200m}} \frac{1}{2} (3) t^2 - \left(\frac{1}{2} (2) t^2 + 200 \right) = 250$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} t^2 - 200 = 250 \Rightarrow t^2 = 900 \Rightarrow t = 30s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۸۹- گزینه «۳» (زهره آقاممیری)

حرکت هر دو متحرک را در جهت محور x در نظر می‌گیریم. حرکت هر دو متحرک با شتاب ثابت است. بنابراین ابتدا به کمک معادلات حرکت با شتاب ثابت، مکان و سرعت متحرک اول را پس از $5s$ به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{\substack{a=2 \frac{m}{s^2}, t=5s \\ v_0=0, x_0=0}}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 25m$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 5 + 0 = 10 \frac{m}{s}$$

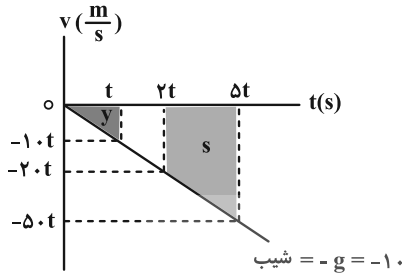
یعنی وقتی متحرک دوم شروع به حرکت می‌کند، متحرک اول در مکان $x_0 = 25m$ است و سرعت آن برابر $v_0 = 10 \frac{m}{s}$ است. بنابراین معادلات مکان-زمان و سرعت-زمان این دو متحرک در لحظه شروع حرکت متحرک دوم برابر است با:

$$\begin{cases} x_1 = t^2 + 10t + 25 \\ v_1 = 2t + 10 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2 = \frac{1}{2} \times 4 / 5 t^2 = \frac{9}{4} t^2 \\ v_2 = \frac{9}{2} t \end{cases}$$

(مهری شریفی)

گزینه «۴» - ۹۴

با توجه به اطلاعات مسئله نمودار سرعت- زمان گلوله را رسم می کنیم:



$$y = \frac{t \times 10t}{2} = 5t^2 \quad \text{با استفاده از سطح زیر نمودار، داریم:}$$

$$\frac{s}{y} = \frac{(20t + 50t) \times 3t}{5t^2} = 21$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(مشابه مثال ۱- ۱۶ صفحه ۲۳ کتاب درسی)

(مهران اسماعیلی)

گزینه «۳» - ۹۵

ابتدا کل زمان حرکت گلوله تا رسیدن به زمین را محاسبه می کنیم:

$$v = -gt \xrightarrow{g=10 \frac{m}{s^2}} -50 = -10t \Rightarrow t = 5s$$

اگر کل زمان حرکت گلوله ۵s باشد، ۳ ثانیه آخر حرکت بین دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ خواهد بود. کافی است مکان گلوله را در لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ محاسبه کنیم:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \xrightarrow{t_1=2s, g=10 \frac{m}{s^2}} y_1 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = -20m$$

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 \xrightarrow{t_2=5s, g=10 \frac{m}{s^2}} y_2 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 = -125m$$

حال می توان جابه جایی گلوله را بین دو لحظه $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ محاسبه کرد:

$$\Delta y = y_2 - y_1 \xrightarrow{y_1=-20m, y_2=-125m} \Delta y = -125 - (-20) = -105m$$

سرعت متوسط گلوله در ۳ ثانیه آخر حرکتش برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{-105}{3} = -35 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow s_{av} = 35 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=24 \frac{m}{s}, a=-10 \frac{m}{s^2}} 0 - (24)^2 = 2(-10)\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{24 \times 24}{4} = 144m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

(مهمرضا نصیری)

گزینه «۳» - ۹۲

$$\Delta x = \text{واکنش} = vt = \frac{72}{3/6} \times 0.5 = 10m$$

پس فاصله اتومبیل با مانع به ۴۸ متر رسیده و ترمز عمل کرده و تندی اتومبیل شروع به کاهش می کند. فرض کنیم تصادف رخ نمی دهد.

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow \Delta x = \frac{0 - 20^2}{2 \times (-4)} = 50m$$

یعنی $v=0$ خواهد بود. $\Delta x = 50m$ سرعت برخورد این بار می دانیم که $\Delta x = 48m$ است:

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow 48 = \frac{v^2 - 20^2}{2 \times (-4)} = -384 = v^2 - 400$$

$$\Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s} \quad (\text{تندی برخورد})$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مهری شریفی)

گزینه «۱» - ۹۳

تندی گلوله هنگام برخورد به زمین را به دست می آوریم:

$$s_{av} = |v_{av}| = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{av} = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow -10 = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\Delta t=1s} \Delta y = -10m$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t \Rightarrow -10 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 + v_0 \times 1 \Rightarrow v_0 = -5 \frac{m}{s}$$

سرعت یک ثانیه قبل از برخورد به زمین برابر $-5 \frac{m}{s}$ است. از طریق

$$\text{رابطه } v = -gt + v_0, \text{ سرعت هنگام برخورد به زمین برابر است با:}$$

$$v = -10 \times 1 - 5 = -15 \frac{m}{s}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = -2g\Delta y \quad \text{با استفاده از معادله سرعت - جابه جایی، داریم:}$$

$$(-15)^2 - 0 = -2 \times 10 \times \Delta y \Rightarrow 225 = -20\Delta y \Rightarrow \Delta y = -11.25m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۶- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

حرکت گلوله با شتاب ثابت صورت می‌گیرد. در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط، میانگین سرعت ابتدا و انتهای یک بازه زمانی است. چون گلوله تغییر جهت نمی‌دهد، پس بزرگی سرعت متوسط با تندی متوسط برابر است. با انتخاب جهت مثبت به طرف پایین، سرعت برخورد گلوله با زمین را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow 12 = \frac{0 + v}{2} \Rightarrow v = 24 \frac{m}{s}$$

اگر فرض کنیم که گلوله با تندی $24 \frac{m}{s}$ از سطح زمین به طرف بالا پرتاب شود، جابه‌جایی گلوله در یک ثانیه اول حرکت با استفاده از معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت، برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{a=g=10 \frac{m}{s^2}, v_0 = -24 \frac{m}{s}, t=1s}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2} \times 10 \times 1 - 24 = -19m$$

بنابراین مسافت طی شده در یک ثانیه برابر $l = 19m$ است. توجه کنید که چون جهت مثبت را به طرف پایین گرفتیم، شتاب حرکت را که همان شتاب گرانشی است، مثبت و سرعت اولیه پرتاب به طرف بالا را منفی قرار دادیم. به عنوان روش دوم، توجه کنید که تندی گلوله ۱ ثانیه قبل از برخورد به زمین برابر $\frac{m}{s} = 14 - 10 = 24$ است و داریم:

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{14 + 24}{2} = 19 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = v_{av} \Delta t = 19 \times 1 = 19m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۷- گزینه «۱»

(امیراحمد میرسعید)

گلوله A پس از ۵s مسافت Δy_1 را طی می‌کند:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} gt_1^2 + v_0 t_1 = -5 \times 25 + 0 = -125m$$

یعنی، گلوله A به زمین برخورد کرده است: $125m > 80m$
چون گلوله B، ۲ ثانیه بعد رها شده یعنی ۳ ثانیه در مسیر بوده است:

$$\Delta y_2 = \frac{1}{2} gt_2^2 + v_0 t_2 = -5 \times 9 + 0 = -45m$$

و گلوله B، ۴۵ متر را در مدت ۳ ثانیه می‌پیماید و فاصله ۲ گلوله از هم ۳۵ متر می‌شود: $80 - 45 = 35m$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(مکمل پرسش ۲۴ آخر فصل صفحه ۲۸ کتاب درسی)

۹۸- گزینه «۱»

(سپیده‌ملیحه میرهالقی)

ابتدا از معادله سرعت - جابه‌جایی سرعت سنگ را در لحظه رسیدن به زمین به‌دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \xrightarrow{v_0=0, \Delta y=-16/2m} v^2 = -2(10) \times (-16/2) = 324$$

$$\Rightarrow |v| = 18 \frac{m}{s}$$

از معادله جابه‌جایی- زمان با سرعت نهایی داریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2} gt^2 + vt \Rightarrow \Delta y = \frac{1}{2} (10) \times (0.5)^2 - 18(0.5)$$

$$\Rightarrow \Delta y = -7.75m$$

روش دوم: ابتدا کل مدت زمان سقوط را می‌یابیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow -16/2 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t = 1.8s$$

جابه‌جایی گلوله تا ۰.۵ ثانیه قبل از رسیدن به زمین یعنی لحظه $t' = 1/3s$ را می‌یابیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} \times 10 \times (1/3)^2 = -8/45m$$

بنابراین ارتفاع گلوله از سطح زمین در این لحظه برابر است با:

$$h = 16/2 - 8/45 = 7.75m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۹۹- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

با استفاده از رابطه جابه‌جایی- زمان در حرکت سقوط آزاد، خواهیم داشت:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} gt^2 \xrightarrow{\Delta y = -0.441m, g = 9.8 \frac{m}{s^2}} -0.441 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = 0.09 \Rightarrow t = 0.3s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه ۲۴)

(مشابه سوال ۴ امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۲ و مشابه تمرین ۱- ۱۲ صفحه ۲۴ کتاب درسی)

۱۰۰- گزینه «۱»

(مسام نادری)

نمودار $v-t$ داده شده یک خط راست با شیب ثابت و منفی است، بنابراین بیانگر یک حرکت با شتاب ثابت و منفی است که نمودار $x-t$ آن یک سهمی با تفرع (گودی) به سمت پایین می‌باشد. از طرفی در لحظه t_1 سرعت متحرک صفر شده است، پس در نمودار $x-t$ باید در لحظه t_1 شیب خط مماس بر نمودار صفر باشد. در نمودار گزینه «۱» این شرایط برقرار است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه ۲۰)

(مشابه سوال ۲ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)

فیزیک ۱

۱۰۱- گزینه «۳»

(زهرة آقامممری)

طبق رابطه انرژی جنبشی، داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{v_2 = (1-0/1)v_1 = 0/9v_1, K_2 = K_1}$$

$$1 = \frac{m_2}{m_1} \times (0/9)^2 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{0/81} \xrightarrow{m_1 = 3240 \text{ kg}}$$

$$m_2 = \frac{3240}{0/81} = 4000 \text{ kg}$$

در نتیجه تغییر جرم کامیونت برابر است با:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 4000 - 3240 = 760 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۱۰۲- گزینه «۲»

(مجتبی نگوئیان)

با توجه به رابطه مقایسه‌ای کار نیروی ثابت F داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}$$

$$\xrightarrow{F_2 = F_1 + \frac{50}{100}F_1 = \frac{3}{2}F_1, \theta_1 = 60^\circ, \theta_2 = \theta_1 - 23^\circ = 60^\circ - 23^\circ = 37^\circ, d_1 = d_2}$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{3}{2} \times 1 \times \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{12}{5}$$

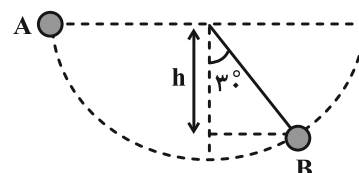
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

۱۰۳- گزینه «۲»

(مهمرضا فارمی)

همان‌طور که می‌دانید برای محاسبه کار نیروی وزن حتماً می‌بایست مقدار

جابه‌جایی در راستای عمودی را پیدا کرد.



$$h = R \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$W = mgh = mg\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\right) \text{ (کار نیروی وزن)}$$

$$W_{mg} = \frac{\sqrt{3}}{2}mgR$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

(رحمت‌اله شیراله زاده سماکوش)

۱۰۴- گزینه «۱»

مجموع انرژی‌های پتانسیل و جنبشی هر جسم را انرژی مکانیکی آن می‌نامیم:

$$E = K + U \xrightarrow{U = \frac{3}{5}K} E = K + \frac{3}{5}K = \frac{8}{5}K$$

$$\Rightarrow K = \frac{5}{8}E \Rightarrow K = (1 - \frac{3}{8})E = (1 - 0/375)E$$

$$K = E - \frac{37/5}{100}E \Rightarrow K = E - 37/5\%E$$

رابطه به‌دست آمده نشان می‌دهد که انرژی جنبشی جسم به اندازه ۳۷/۵

درصد کمتر از انرژی مکانیکی آن است.

(فیزیک ۱- صفحه ۶۹)

(سیردملیمه میرصالحی)

۱۰۵- گزینه «۲»

انرژی مکانیکی توپ پایسته است. بنابراین داریم:

$$E_1 = E_2 \xrightarrow{E=U+K} \Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m=0/44 \text{ kg}, v_1=18 \frac{m}{s}, v_2=15 \frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2} \times 0/44(225 - 324) = 21/78 \text{ J}$$

کار نیروی وزن قرینه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است:

$$W_{\text{وزن}} = -21/78 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

۱۰۶- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

ابتدا به کمک کار نیروی F ، جابه‌جایی جسم روی سطح شیب‌دار (d) را به‌دست می‌آوریم:

$$W_F = Fd \cos \alpha \xrightarrow{W_F = 80 \text{ J}, \alpha = 0^\circ} 80 = 40 \times d \times \cos 0^\circ$$

$$\xrightarrow{\cos 0^\circ = 1} 80 = 40 \times d \Rightarrow d = 2 \text{ m}$$

اکنون جابه‌جایی جسم در راستای قائم را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin \alpha = \frac{h}{d} \xrightarrow{\alpha = 60^\circ, d = 2 \text{ m}} h = 2 \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ m}$$

در پایان، کار نیروی وزن را به‌دست می‌آوریم:

$$W_{mg} = -mgh \xrightarrow{m = 3 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, h = \sqrt{3} \text{ m}}$$

$$W_{mg} = -3 \times 10 \times \sqrt{3} = -30\sqrt{3} \text{ J}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۸، ۵۹ و ۶۳ تا ۶۸)

۱۰۷- گزینه «۲»

(علیرضا جباری)

چون $\vec{d}$ و $\vec{F}$ برای هر دو جسم یکسان است، انرژی جنبشی آن‌ها نیز پس از این جابه‌جایی با هم برابر است. طبق قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_F = K_f - K_i \Rightarrow Fd \cos \alpha = K_f - K_i \xrightarrow{\alpha = 0^\circ, K_i = 0} Fd = K_f$$

$$\xrightarrow{\frac{F_A = F_B}{d_A = d_B}} K_{fA} = K_{fB} \Rightarrow \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$\xrightarrow{m_B = 2m_A} m_A v_A^2 = 2m_A v_B^2 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۶ و ۶۱)

۱۰۸- گزینه «۱»

(محمدرضا نصیری)

$$E_A = U_A = mgh = \frac{25}{100} \times 10 \times (30 \times \sin 53^\circ) = 60 \text{ J}$$

در مسیر AB، ۱۰٪ انرژی گلوله تلف می‌شود و مسیر BC برابر $\frac{1}{3}$ محیط

$$E_B = 60 - \left(\frac{1}{3} \times 60\right) = 40 \text{ J}$$

دایره است:

$$BC_{\text{مسیر}} = \frac{1}{3} \times 2\pi R = 10 \text{ m}$$

به ازای هر متر $\frac{1}{4}$ ژول انرژی تلف می‌شود: $|\Delta E| = 10 \times \frac{1}{4} = 2.5 \text{ J}$

بنابراین انرژی مکانیکی در نقطه C برابر است با:

$$E_C = E_B - 10 = 50 - 10 = 40 \text{ J}$$

$$E_C = mgh + \frac{1}{2} mv^2$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{25}{100} \times 10 \times (5 + 5 \sin 30^\circ) + \frac{1}{2} \times \frac{25}{100} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 120 \Rightarrow v^2 \approx 169 \Rightarrow v \approx 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۱۰۹- گزینه «۳»

(محمدرضا نصیری)

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 1500 \times (12^2 - 10^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 1500 \times (144 - 100) = 1500 \times 22 \text{ J}$$

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{1500 \times 22}{2} = 1500 \times 11 \text{ W} \xrightarrow{+750} 22 \text{ hp}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۱۱۰- گزینه «۱»

(امیرامیر میرسعید)

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{mg\Delta h + \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2)}{t}$$

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{4 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 4 \times (900 - 0)}{130} = \frac{800 + 1800}{130} = \frac{2600}{130}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 20 \text{ W}$$

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 40 = \frac{20}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 50 \text{ W}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۱»

(مهمردضا فارمی)

مطابق با متن کتاب درسی داریم:

منبع نیروی محرکه (باتری) هنگام عبور بار Δq از منبع کاری به اندازه

ΔW روی آن انجام می‌دهد تا آن را در مدار الکتریکی به حرکت درآورد.

کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام

می‌دهد تا آن را از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر ببرد،

اصطلاحاً نیروی محرکه الکتریکی نامیده می‌شود، پس خواهیم داشت:

$$\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{9 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-9}} = 45 \frac{J}{C} = 45V$$

$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + R_3 + r} = \frac{45}{4/5 + 15 + 9 + 1/5} = \frac{45}{20} = 1/4 A$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

باتری (۱) ضد محرکه است، پس توان ورودی آن برابر است با:

$$P_1 = IV_1 = I(\varepsilon_1 + r_1 I) = \varepsilon_1 I + r_1 I^2 \xrightarrow{\varepsilon_1 = 8V, P_1 = 20W, r_1 = 1\Omega}$$

$$20 = 8I + I^2 \Rightarrow I^2 + 8I - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = 2A \text{ قق} \\ I = -10A \text{ غق} \end{cases}$$

اکنون می‌توانیم مقاومت R را محاسبه کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{r_1 + r_2 + R} \Rightarrow 2 = \frac{12 - 8}{1 + 0/5 + R} \Rightarrow R = 0/5 \Omega$$

بنابراین توان مصرفی در مقاومت R برابر است با:

$$P = RI^2 = 0/5 \times 4 = 2W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۰)

۱۱۳- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

رابطه مستقل از جریان در این مدار را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon}{R+r} \\ I &= \frac{V}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

اکنون مقادیر داده شده در هر دو حالت را در معادله به‌دست آمده جایگزین می‌کنیم:

$$\text{حالت اول: } \frac{V_1 = 18V}{R_1 = 12\Omega} \Rightarrow \frac{18}{12} = \frac{\varepsilon}{12+r} \Rightarrow \varepsilon = 18 + \frac{3}{2}r \quad (I)$$

$$\text{حالت دوم: } \frac{V_2 = V_1 + 0/2V_1 = 1/2V_1}{R_2 = 12+4 = 16\Omega} \xrightarrow{V_1=18V} \frac{9}{16} = \frac{\varepsilon}{16+r} \Rightarrow \varepsilon = 9 + \frac{21}{16}r \quad (II)$$

از ترکیب روابط I و II داریم:

$$18 + 1/5r = 9 + 1/2r \Rightarrow 9 = 1/10r \Rightarrow r = 90\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

۱۱۴- گزینه «۲»

(ابوالفضل نلومنی‌نژاد)

مقاومت شاخه پایین، 12Ω است و مقاومت شاخه بالا برابر است با:

$$\frac{6 \times 24}{6 + 24} + \frac{6 \times 24}{6 + 24} = 9/6 \Omega$$

پس با تغییر وضعیت کلید از A به B ، مقاومت کمتری در مدار قرار دارد

و مقاومت معادل مدار کم می‌شود، با کاهش مقاومت معادل، جریان مدار

افزایش می‌یابد و نور لامپ بیشتر می‌شود (۱ درست است) - ولت‌سنج، ولتاژ

دو سر مقاومت 12Ω را نشان می‌دهد که طبق رابطه $V = RI$ ، با افزایش

جریان مدار، عدد ولت‌سنج هم افزایش می‌یابد (۲ نادرست است) از طرفی

افت پتانسیل باتری برابر rI است که با افزایش جریان مدار، افت پتانسیل

هم زیاد می‌شود و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد (۴

و ۳ درست است.)

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۱۱۵- گزینه «۲»

(امیر احمد میرسعید)

ابتدا جریان گذرنده از مدار را محاسبه می‌کنیم و چون از ولت‌سنج آرمانی، جریان عبور نمی‌کند، می‌توان مقاومت R_3 را حذف و جریان را محاسبه کرد:

$$I = \frac{100 + 50}{15} = 10A$$

حال کافی است از نقطه A حرکت کرده و به زمین برسیم. در این سؤال، از نقطه

A در جهت راست حرکت می‌کنیم و به زمین می‌رسیم و می‌توان نوشت:

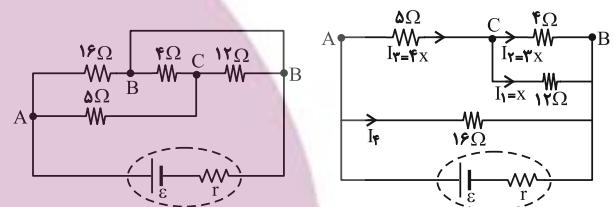
$$V_A + R_1 I = V_E \Rightarrow V_A + 5 \times 10 = 0 \Rightarrow V_A = -50V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱۱۶- گزینه «۴»

(زهرا آقاممدری)

ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم:



چون مقاومت‌های 4Ω و 12Ω موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم

برابر است. در نتیجه نسبت جریان عبوری از آن‌ها، عکس نسبت مقاومت است.

یعنی اگر از مقاومت 12Ω ، جریان x عبور کند، از مقاومت 4Ω ، جریان

$3x$ عبور می‌کند. بنابراین از مقاومت 5Ω ، جریان $4x$ عبور می‌کند:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow 12I_1 = 4I_2 \xrightarrow{I_1=x} I_2 = 3x$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 4x$$

اکنون مقاومت معادل شاخه بالا را محاسبه می‌کنیم:

$$R = 5 + \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 5 + 3 = 8\Omega$$

اختلاف پتانسیل شاخه بالا و مقاومت 16Ω با هم برابرند:

$$RI_3 = 16 \times I_4 \Rightarrow 8 \times 4x = 16I_4 \Rightarrow I_4 = 2x$$

بنابراین نسبت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 16Ω به مقاومت 4Ω برابر

$$\frac{16 \times I_4}{4 \times I_2} = \frac{16 \times 2x}{4 \times 3x} = \frac{8}{3}$$

است با:

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۱۱۷- گزینه «۲»

(رحمت اله فیروز زاده سماکوش)

با افزایش مقاومت R_3 ، طبق رابطه $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_2}{\frac{R_2}{R_3} + 1}$ ،

مقاومت معادل مقاومت‌های R_2 و R_3 افزایش یافته و باعث افزایش

مقاومت معادل مدار می‌شود و طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ ، چون $\mathcal{E}$ و r

ثابت‌اند، جریان الکتریکی اصلی مدار کاهش می‌یابد با کاهش I ، طبق رابطه

$V_1 = R_1 I$ ، چون R_1 ثابت است، V_1 نیز کاهش می‌یابد از طرف دیگر،

چون وضعیت مقاومت درونی باتری مشخص نیست، طبق رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ ،

اختلاف پتانسیل دو سر باتری یا ثابت است (در صورتی که $r = 0$ باشد) و یا

با کاهش I ، افزایش می‌یابد. بنابراین، چون $V = V_1 + V_3$ است با کاهش

V_1 ، مقدار V چه ثابت بماند و چه افزایش یابد، مقدار V_3 افزایش پیدا

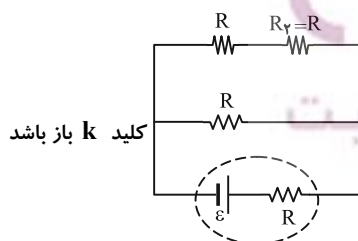
می‌کند.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۱)

۱۱۸- گزینه «۴»

(مسعود خدائی)

در هر دو حالت توان مصرفی مقاومت R_p را به دست می‌آوریم:



$$R_{eq} = \frac{2R}{3} \Rightarrow I_{کل} = \frac{\mathcal{E}}{\frac{2R}{3} + R} = \frac{3\mathcal{E}}{5R}$$

حالت اول:

پس جریان عبوری از مقاومت R_p برابر است با:

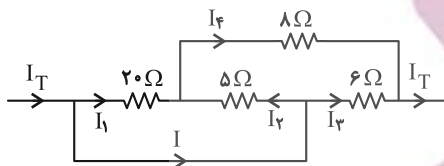
$$I_p = \frac{1}{3} I_{کل} = \frac{1}{3} \times \frac{3\mathcal{E}}{5R} = \frac{\mathcal{E}}{5R} \Rightarrow P_p = R \left(\frac{\mathcal{E}}{5R} \right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{25R}$$

حال با استفاده از قانون تقسیم جریان‌ها، جریان عبوری از مقاومت ۲۰ اهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$I_f = \frac{R_3}{R_{1,2,4} + R_3} I_T = \frac{6}{12+6} \times 3 = 1A$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_f = \frac{5}{20+5} \times 1 = 0.2A$$

حال با توجه به شکل می‌توان جریان I را به دست آورد:



$$I_T = I_1 + I \Rightarrow 3 = 0.2 + I \Rightarrow I = 2.8A$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

(رسمت‌الہ فیزالہ زارہ سمارکوش)

۱۲۰- گزینه «۴»

وقتی سیمی را به N قسمت مساوی تقسیم کنیم، مقاومت هر قسمت آن

برابر $R_1 = \frac{R}{N}$ است. اکنون وقتی این N مقاومت به صورت موازی به هم

وصل شوند مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1}{N} \xrightarrow{R_1 = \frac{R}{N}} R_{eq} = \frac{R}{N^2}$$

اگر توان مصرفی در مقاومت R را P در نظر بگیریم، با استفاده از رابطه

$$P = \frac{V^2}{R} \text{ و } P \text{ با توجه به این که } V \text{ ثابت است، می‌توان نوشت:}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V=\text{ثابت}} \frac{P'}{P} = \frac{R}{R_{eq}} \xrightarrow{R_{eq} = \frac{R}{N^2}} \frac{P'}{P} = \frac{R}{\frac{R}{N^2}}$$

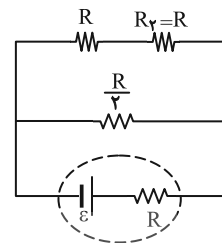
$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = N^2 \Rightarrow P' = N^2 P$$

بنابراین:

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۱)

$$R_{eq} = \frac{2R}{5}$$

حالت دوم:



$$I_{کل} = \frac{\varepsilon}{\frac{2R}{5} + R} = \frac{5\varepsilon}{7R} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{5} I_{کل} = \frac{\varepsilon}{7R}$$

$$\Rightarrow P'_2 = R \left(\frac{\varepsilon}{7R} \right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{49R}$$

$$\frac{P'_2}{P_2} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{49R}}{\frac{\varepsilon^2}{25R}} = \frac{25}{49}$$

اکنون خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

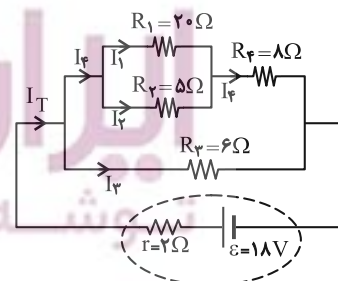
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۸)

(مهران اسماعیلی)

۱۱۹- گزینه «۴»

ابتدا باید جریان کل را در شاخه اصلی محاسبه کنیم. برای این منظور شکل

معادل را رسم کرده و مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم.



$$R_{1,2} = \frac{20 \times 8}{20 + 8} = 4\Omega$$

$$R_{1,2,4} = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R_{1,2,4} \times R_3}{R_{1,2,4} + R_3} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$

$$I_T = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{4 + 2} = 3A$$

شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۳»

(علیرضا بیانی)

میزان رسانایی محلول به مجموع غلظت یون‌های موجود در آن وابسته است.

بررسی موارد:



$$\text{یون } 10 \text{ mol} = \frac{\text{یون } 5 \text{ mol}}{\text{ترکیب } 1 \text{ mol}} \times \frac{\text{ترکیب } 3 \text{ mol}}{4 \text{ L } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{1}{1 \text{ L}}$$

$$\text{یون } 2 / 5 \text{ mol} \cdot L^{-1} = \frac{\text{یون } 10 \text{ mol}}{4 \text{ L } Al_2(SO_4)_3} = \text{مجموع غلظت یونها}$$



$$\text{یون } 6 \text{ mol} = \frac{\text{یون } 5 \text{ mol}}{\text{ترکیب } 1 \text{ mol}} \times \frac{\text{ترکیب } 3 \text{ mol}}{4 \text{ L } M_3P_4} \times \frac{1}{1 \text{ L}}$$

$$\text{یون } 1 / 5 \text{ mol} \cdot L^{-1} = \frac{\text{یون } 6 \text{ mol}}{4 \text{ L } M_3P_4} = \text{مجموع غلظت یونها}$$



$$\text{یون } 4 \text{ mol} = \frac{\text{یون } 2 \text{ mol}}{\text{ترکیب } 1 \text{ mol}} \times \frac{\text{ترکیب } 4 \text{ mol}}{5 \text{ L } MOH} \times \frac{1}{1 \text{ L}}$$

$$\text{یون } 8 / 5 \text{ mol} \cdot L^{-1} = \frac{\text{یون } 4 \text{ mol}}{5 \text{ L } MOH} = \text{مجموع غلظت یونها}$$

ت) فورمیک اسید یک اسید ضعیف و تک پروتون‌دار با درجه یونش کمتر از

یک است و از آنجا که شمار یون‌های H^+ با $HCOO^-$ برابر است پس

مجموع شمار یون‌ها در محلول کمتر از ۴ مول و مجموع غلظت آن‌ها نیز کمتر از

۸ / ۵ مولار می‌باشد.

$$\text{یون } 4 \times \alpha \text{ mol} = \frac{\text{یون } 2 \times \alpha \text{ mol}}{\text{ترکیب } 1 \text{ mol}} \times \frac{\text{ترکیب } 4 \text{ mol}}{5 \text{ L } HCOOH} \times \frac{1}{1 \text{ L}}$$

$$= 4 \times \alpha \text{ mol یون} \xrightarrow{\alpha < 1} 4\alpha < 4$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۲۲- گزینه «۳»

(مجتبی مهبوب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ به ترکیبات یونی در حالت جامد الکترولیت و در صورتی که در

آب محلول باشند، به محلول آبی آن‌ها محلول الکترولیت گفته می‌شود.

(۲) نادرست؛ موادی مانند HCl با وجود این که مولکولی هستند در آب یونش

می‌یابند و با تغییر غلظت یون‌ها رسانایی الکتریکی محلول را تغییر می‌دهند.

(۳) درست؛ گل ادریسی در خاک‌هایی با خاصیت اسیدی به رنگ آبی در می‌آید.

(۴) نادرست؛ به طور مثال $Mg(OH)_2(s)$ رسوب است و در آب نامحلول

می‌باشد ولی به عنوان ضد اسید به کار می‌رود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۷، ۳۲ و ۳۴)

(مشابه متن کتاب درسی)

۱۲۳- گزینه «۲»

(مسین شاهسواری)

بررسی موارد نادرست:

ب) نادرست؛ غلظت یون هیدرونیوم در محلول شماره (۱) بیشتر است پس

غلظت یون هیدروکسید در آن کمتر است.

ت) نادرست؛ حجم و غلظت اولیه دو اسید با هم برابر است پس مقدار گاز

هیدروژن تولیدی در واکنش آن‌ها با نوار منیزیم برابر می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۳ تا ۲۸)

(مشابه با هم بینریشیم صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱۲۴- گزینه «۴»

(نرنا مسین پورمقرم)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست $[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1.7} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$

$$\text{درجه یونش } (\alpha) = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}}$$

$$\Rightarrow [H^+] = (\alpha) \times \text{غلظت اولیه محلول } (M)$$

$$\Rightarrow M = \frac{2 \times 10^{-2}}{0.1} = 0.2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

و در نهایت حجم آب اضافه شده به محلول را به دست می آوریم:

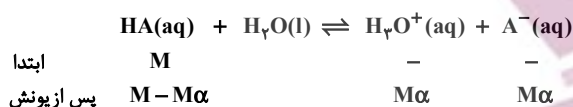
$$\text{حجم آب اضافه شده} = 450 - 9 = 441 \text{ mL}$$

(شیمی ۳- صفحه های ۲۴ تا ۲۸)

(امیرعلی بیات)

۱۲۶- گزینه «۴»

واکنش تعادلی یونش این اسید به شرح زیر است:



حال نسبت گفته شده را محاسبه می کنیم:

$$\frac{\text{غلظت گونه ها پس از یونش}}{\text{غلظت تعادلی HA}} = \frac{(M - M\alpha) + (M\alpha) + (M\alpha)}{M - M\alpha}$$

$$= \frac{M + M\alpha}{M - M\alpha} = \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} = 2 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

حال با توجه به رابطه K_a و pH داریم:

$$\text{pH} = 3/7 \Rightarrow 10^{-\text{pH}} = [\text{H}^+] = 10^{-3/7} = 10^{-4} \times 10^{1/7}$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1 - \alpha} = \frac{(M\alpha)\alpha}{1 - \alpha} \xrightarrow{\alpha = \frac{1}{3}} K_a = \frac{2 \times 10^{-4} \times \frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}$$

$$= 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه های ۱۹ و ۲۳ تا ۲۵)

(روزبه رضوانی)

۱۲۷- گزینه «۳»

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را در محلول HCl را محاسبه می کنیم:

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{0/007}{0/1 \text{ L}} = 7 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$10 \text{ mL محلول} \times \frac{0/2 \text{ mol CH}_3\text{COOH}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}}$$

$$= 0/12 \text{ g CH}_3\text{COOH}$$

(۲) درست؛ بنابراین محاسبات موجود در گزینه «۱» غلطت یون H^+

$$\text{برابر } 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \text{ است.}$$

(۳) درست؛

$$\text{pH اولیه} = 1/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/7} \Rightarrow [\text{H}^+]_{\text{اولیه}} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Delta \text{pH} = 0/7 \Rightarrow \text{pH ثانویه} = 1/7 - 0/7 = 1$$

$$\text{pH ثانویه} = 1 \Rightarrow [\text{H}^+]_{\text{ثانویه}} = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{H}^+]_{\text{ثانویه}}}{[\text{H}^+]_{\text{اولیه}}} = \frac{10^{-1}}{2 \times 10^{-2}} = 5$$

(۴) نادرست؛ $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{NaOH} \rightarrow \text{CH}_3\text{COONa} + \text{H}_2\text{O}$

$$200 \text{ mL محلول} \times \frac{0/2 \text{ mol اسید}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol اسید}}$$

$$\times \frac{1 \text{ L NaOH}}{0/5 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 80 \text{ mL}$$

(شیمی ۳- صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

(متسن مینونی)

۱۲۵- گزینه «۳»

می دانیم با رقیق کردن محلول یک اسید pH آن افزایش می یابد. اگر pH اولیه

محلول را برابر x در نظر بگیریم، پس از رقیق سازی pH برابر $x + 1/7$

می شود. بنابراین نسبت $[\text{H}^+]$ نهایی به اولیه را محاسبه می کنیم:

$$\frac{[\text{H}^+]_2}{[\text{H}^+]_1} = \frac{10^{-(x+1/7)}}{10^{-x}} = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{1/3} = 0/2$$

در مرحله بعد با استفاده از رابطه زیر حجم محلول اولیه را می یابیم:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{M_2}{M_1} \times V_2$$

$$V_1 = 0/02 \times 450 \text{ mL} = 9 \text{ mL}$$

(غرضشیر مرادی)

گزینه «۲» - ۱۲۹

ابتدا میزان یون هیدرونیومی که محلول اسیدی دارد را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 3/7 \xrightarrow{[H^+] = 10^{-pH}} [H^+] = 10^{-3/7}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$1L \times 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol } H^+$$



اگر قرص حاوی a مول منیزیم هیدروکسید و b مول آلومینیم هیدروکسید

باشد، تعداد یون هیدروکسیدی که تولید می‌کند (2a + 3b) مول خواهد بود.

$$\left. \begin{array}{l} 1) 2a + 3b = 2 \times 10^{-4} \\ 2) 58a + 78b = 53/5 \times 10^{-4} \text{ g} \end{array} \right\} \xrightarrow{1) \times 29} \rightarrow$$

$$1) 58a + 87b = 58 \times 10^{-4} \quad , \quad 2) 58a + 78b = 53/5 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow 9b = 4/5 \times 10^{-4} \Rightarrow b = 4/45 \times 10^{-4} \Rightarrow a = 4/225 \times 10^{-4}$$

$$\frac{a}{b} = 4/5$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

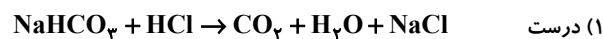
(هری بهاری پور)

گزینه «۴» - ۱۳۰

برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی شوینده‌ها و زدودن بهتر چربی‌ها می‌توان به

آن‌ها جوش شیرین (NaHCO_3) اضافه کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:



(۲) درست؛ محلول SO_3 خاصیت اسیدی و محلول NH_3 خاصیت بازی دارند.

(۳) درست

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۶، ۳۰ تا ۳۲ و ۳۶)

$$pH = -\log [H^+]$$

$$pH = -\log (7 \times 10^{-2}) = -(0/85 - 2) = 1/15$$

سپس غلظت یون هیدروکسید را در محلول آمونیاک محاسبه می‌کنیم:

$$[OH^-] = \frac{0/002}{0/1L} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14}$$

$$[H^+] = \frac{1 \times 10^{-14}}{2 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-13}$$

$$pH = -\log (5 \times 10^{-13}) = -(0/7 - 13) = 12/3$$

$$\Delta pH = 12/3 - 1/15 = 11/15$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

گزینه «۲» - ۱۲۸

(مبینا سپرمنینی)

موارد (الف) و (ب) با توجه به متن کتاب درسی صحیح می‌باشند.

بررسی موارد نادرست:

(پ) با توجه به متن کتاب درسی شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها

می‌باشد که به صورت سوسپانسیون (و نه کلوئید) مصرف می‌شود.

(ت) ضداسیدها صرفاً برای انجام عملکرد خود لزومی ندارد که در ساختارشان

یون هیدروکسید (OH^-) وجود داشته باشد. مثل سدیم هیدروژن کربنات

با فرمول NaHCO_3 خاصیت بازی دارد و در ساختار آن یون OH^-

وجود ندارد، بلکه محلول آن در آب در طی واکنش‌هایی که انجام می‌دهد

یون OH^- تولید می‌کند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۶، ۲۶ و ۳۲)

(مشابه متن کتاب درسی)

شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۱»

(مهمبر عظیمیان/زواره)

اتمسفر مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله ۵۰۰ کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است.
بررسی سایر گزینه‌ها؛

(۲) درصد حجمی آرگون حدود ۱٪ می‌باشد و مجموع درصد حجمی CO_2 و سایر گازهای نجیب از ۱٪ کمتر است.

(۳) سبک‌ترین گاز نجیب He است و از جمله کاربردهای آن خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI می‌باشد.

(۴) از گاز نیتروژن (فراوان‌ترین گاز موجود در هواکره) برای این منظور می‌شود.
(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۸ تا ۵۴)

۱۳۲- گزینه «۲»

(امیرمهمبر لنگرانی)

در لایه تروپوسفر، با افزایش ارتفاع، فشار هوا، شمار مولکول‌ها در واحد حجم هوا، دما و چگالی (نسبت جرم به حجم هوا) به‌طور پیوسته کاهش می‌یابند.
(شیمی ۱- صفحه ۳۹)

۱۳۳- گزینه «۴»

(پیمان فواوی‌مهر)

$$T_h = ah + T_0 \Rightarrow 7 = 38a - 50 \Rightarrow a = \frac{57}{38} = 1.5$$

دمای ۲۶۵K معادل -8°C است، بر این اساس داریم:

$$-8 = 1.5h - 50 \Rightarrow h = 28 \text{ km}$$

ارتفاع ۲۸ کیلومتر در استراتوسفر نسبت به سطح زمین برابر است با؛
(استراتوسفر از فاصله ۱۲ کیلومتری از سطح زمین آغاز می‌شود).

$$28 + 12 = 40 \text{ km}$$

(شیمی ۱- صفحه ۵۰)

۱۳۴- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

درصد حجمی گاز He در مخلوط گاز طبیعی و هواکره به ترتیب برابر با ۷٪ و ۰/۰۰۰۵٪ است. نسبت این درصدها برابر با $\frac{7\%}{0.0005\%} = 14000$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها؛

(۱) برای پر کردن بالن هواشناسی از گاز هلیوم استفاده می‌شود.

(۲) نقش گاز Ar تأمین محیط بی‌اثر برای جوشکاری است و این گاز نمی‌سوزد که دمای شعله را تأمین کنند.

(۳) در دمای -78°C گاز کربن دی‌اکسید در اثر چگالش به $\text{CO}_2(s)$ تبدیل می‌شود. فرایند انجماد زمانی رخ می‌دهد که یک مایع به حالت جامد خود تبدیل شود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۳۵- گزینه «۲»

(مهمبر رضا پورماوید)

ساختار لوویس و نسبت جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در مولکول‌های داده شده به صورت زیر است:

نام مولکول	ساختار لوویس	تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی / تعداد جفت الکترون‌های پیوندی
دی نیتروژن مونوکسید	$\text{:N} \equiv \text{N} - \ddot{\text{O}}\text{:}$	$\frac{4}{4} = 1$
کربن دی‌اکسید	$\ddot{\text{O}} = \text{C} = \ddot{\text{O}}\text{:}$	$\frac{4}{4} = 1$
اکسیژن دی‌فلوئورید	$\text{:F} - \ddot{\text{O}} - \text{F}\text{:}$	$\frac{8}{4} = 2$
گوگرد تری‌اکسید	$\begin{array}{c} \text{:O:} \\ \\ \text{:O:} - \text{S} - \text{:O:} \\ \\ \text{:O:} \end{array}$	$\frac{8}{4} = 2$
نیتروژن تری‌فلوئورید	$\begin{array}{c} \text{:F:} - \text{N} - \text{:F:} \\ \\ \text{:F:} \end{array}$	$\frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$

به این ترتیب تنها در یک مورد چنین شرایطی وجود دارد.

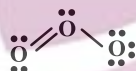
(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۱۳۶- گزینه «۳»

(پیمان فواوی‌مهر)

بررسی موارد؛

الف) درست؛ شمار پیوند اشتراکی در O_3 و CO یکسان است؛



ب) نادرست؛ از آرگون به عنوان خنک‌کننده دستگاه تصویربرداری استفاده نمی‌شود.

پ) درست؛ شمار جفت الکترون ناپیوندی در CO_2 نصف شمار جفت الکترون ناپیوندی در یون نیترات است.



ت) نادرست؛ گاز دو اتمی در شکل D گاز اکسیژن یا نیتروژن می‌باشد؛ با کاهش دما از دمای صفر درجه سلسیوس O_3 نسبت به Ar آسان‌تر مایع می‌شود زیرا نقطه جوش بالاتری دارد.

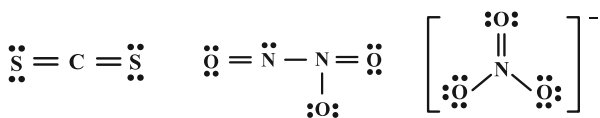
(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۰، ۵۲، ۵۳ و ۵۷ تا ۶۰)

۱۳۷- گزینه «۱»

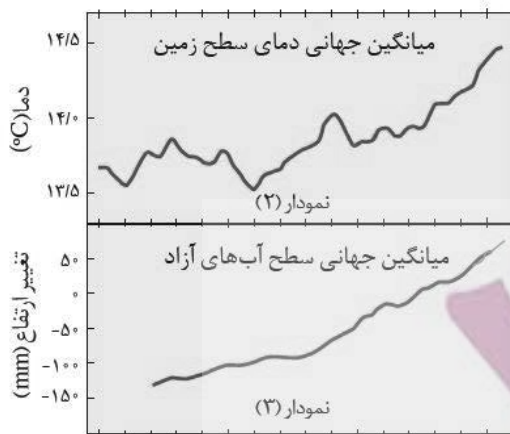
(سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها؛

(۱) ساختار لوویس هر سه ترکیب دارای پیوند دوگانه است؛



مورد سوم: با توجه به نمودارهای زیر روند صعود میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد، منظم‌تر از روند صعود میانگین جهانی دمای سطح زمین است.



مورد چهارم: هر چه مقدار کربن دی‌اکسید وارد شده به طبیعت زیاده‌تر باشد، ردپای ایجاد شده سنگین‌تر و اثر آن ماندگارتر خواهد بود؛ زیرا زمان لازم برای تعدیل این اثر به وسیله پدیده‌های طبیعی طولانی‌تر است. مورد پنجم: با توجه به جدول زیر میزان تولید کربن دی‌اکسید در استفاده از گاز طبیعی به عنوان منبع تولید برق، کمتر از نفت خام و زغال سنگ است.

مقدار کربن دی‌اکسید تولید شده در ماه (کیلوگرم)	منبع تولید برق	برق مصرفی در سال (کیلو وات ساعت)
$0.9 \times y$	زغال سنگ	y
$0.7 \times y$	نفت خام	
$0.36 \times y$	گاز طبیعی	

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

(یاسر راش)

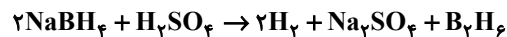
۱۴۰- گزینه «۴»

شکل زیر رفتار زمین و هواکره در برابر پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد.



(شیمی ۱- صفحه ۶۹)

(۲) واکنش موازنه شده:



(۳) ساختار لوویس مولکول دی نیتروژن مونوکسید (N_2O):



ساختار این مولکول دارای ۴ جفت الکترون ناپیوندی و ۴ جفت الکترون پیوندی است.

(۴) تمامی فلزات Fe ، Co ، Ni ، Cu و Zn دارای یون $+2$ بوده و در ترکیب با یون فسفید (P^{3-}) می‌توانند ترکیب یونی با فرمول X_3P ایجاد کنند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۶۳ تا ۶۵)

۱۳۸- گزینه «۲» (مجتبی محبوب)

سوختن ناقص گاز شهری علاوه بر فرآورده‌های حاصل از سوختن کامل، کربن مونوکسید نیز تولید می‌کند که گازی بی‌رنگ و سمی است که چگالی آن از هوا کمتر بوده و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است. میل ترکیبی این گاز با هموگلوبین خون بسیار زیاد بوده و می‌تواند مانع از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن شده و در نهایت سامانه عصبی را فلج کند. بررسی گزینه‌ها:

(۱) اغلب فلزات در شرایط مناسب با گاز اکسیژن واکنش می‌دهند و می‌سوزند. (۲) آب، گوگرد دی‌اکسید و کربن دی‌اکسید از جمله فرآورده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ می‌باشند که به ترتیب ۲، ۳ و ۴ جفت الکترون پیوندی دارد. (۳) سوختن گوگرد شعله آبی رنگی دارد که مشابه رنگ شعله حاصل از سوختن کامل گاز شهری است. سوختن ناقص گاز شهری شعله‌ای زرد رنگ دارد. (۴) اگر واکنشی از جمله واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی در ظرف دربسته رخ دهد با توجه به قانون پایستگی جرم مجموع جرم مواد موجود در ظرف ثابت خواهند ماند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹، ۶۲ و ۶۳)

۱۳۹- گزینه «۱» (یاسر راش)

بررسی موارد:

مورد اول: سبک زندگی انسان، نوع وسایلی که در زندگی استفاده می‌کند و رفتارهایی که در شرایط مختلف محیطی انجام می‌دهد، روی هواکره تأثیر می‌گذارد.

مورد دوم: برای این که مقدار کربن دی‌اکسید در هواکره از حد طبیعی فراتر نرود، مقدار اضافی کربن دی‌اکسید باید به وسیله گیاهان یا پدیده‌های طبیعی مصرف شود.

شیمی ۲

۱۴۱- گزینه «۳»

(مبتنی میبوی)

بررسی موارد:

الف) ظرفیت گرمایی حاصل ضرب جرم ماده در گرمای ویژه آن است و با نصف شدن جرم ماده ظرفیت گرمایی آن نیز نصف می‌شود.

ب) با تغییر جرم یک جسم گرمای ویژه آن تغییر نمی‌کند.

پ) اگر به مقداری آب گرما داده شود و حالت فیزیکی آن تغییر نکند، دمای آن تغییر می‌کند که نشان از تغییر در میانگین تندی یا انرژی جنبشی مولکول‌های آب است.

ت) تغییرات دما برحسب کلون با تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس برابر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۱۴۲- گزینه «۴»

(یاسر راش)

با توجه به قانون بقای انرژی، گرمای از دست داده شده توسط ماده با دمای بالاتر (آب) با گرمای جذب شده توسط ماده با دمای پایین‌تر (ظرف مسی) برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$|Q_{H_2O}| = |Q_{Cu}|$$

حالا با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، می‌توان نوشت:

$$|m_{H_2O} \times c_{H_2O} \times \Delta\theta_{H_2O}| = |m_{Cu} \times c_{Cu} \times \Delta\theta_{Cu}|$$

در ادامه مقادیر داده شده در صورت سؤال را جای گذاری می‌کنیم:

(θ_T دمای تعادل است.)

$$40 \times 4 / 2 \times (80 - \theta_T) = 210 \times 0.4 \times (\theta_T - 20) \Rightarrow \theta_T = 60^\circ C$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۴۳- گزینه «۱»

(مهرشاد میرزاهمدی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ سرانه مصرف ماده غذایی مقدار میانگین مصرف ماده غذایی است.

مورد دوم: نادرست؛ برای محاسبه آنتالپی پیوند باید همه مواد واکنش‌گاز باشند.

مورد سوم: درست؛ چون این فرایند با تغییر دما همراه است عامل این فرایند گرماگیر تغییر در انرژی گرمایی است.

مورد چهارم: درست؛ با توجه به جدول حاشیه کتاب

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۳، ۶۱، ۶۹ و ۷۳)

۱۴۴- گزینه «۴»

(پیمان فوازی‌میر)

این واکنش یک واکنش گرماده است و در یک واکنش گرماده انرژی آزاد شده در هنگام تشکیل پیوندهای فرآورده‌ها از انرژی لازم برای شکستن پیوندهای واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) برخی پیوندهای یگانه مثل $H-F$ از برخی پیوندهای دوگانه مثل $O=O$ آنتالپی پیوند بزرگ‌تری دارند.

۲) تشکیل NH_3 از نیتروژن و هیدروژن گرماده و تشکیل N_2H_4 از نیتروژن و هیدروژن گرماگیر است.

۳) اکسایش گلوکز در بدن در دمای ثابت انجام می‌شود به همین دلیل انرژی مبادله شده به‌طور عمده ناشی از تفاوت انرژی پتانسیل واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌هاست.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۲، ۶۳، ۶۷، ۶۹ و ۷۷)

۱۴۵- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

موارد الف و پ درست هستند.

برای به دست آوردن فرمول مولکولی ساختارها تعداد کربن‌ها را شمرده و در فرمول $C_nH_{2n+2}O$ به جای n قرار می‌دهیم. اگر حلقه و پیوند دوگانه وجود داشته باشد به ازای هر کدام ۲ هیدروژن کم می‌کنیم.

بررسی موارد:

الف) فرمول مولکولی ترکیب b به صورت $C_9H_{18}O$ است.

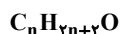
(a)



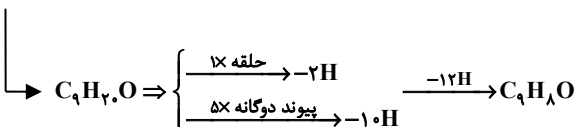
$$n = 15$$



(b)



$$n = 9$$



ب) تعداد پیوندهای اشتراکی ترکیب a و b :

$$a = \frac{1}{2} (C \times 4 + H \times 1 + O \times 2) = \frac{1}{2} (15 \times 4 + 20 \times 1 + 1 \times 2)$$

$$= \frac{82}{2} = 41$$

به ازای هر گروه CH_3 ، تقریباً ۶۷۰ کیلوژول به آنتالپی سوختن اضافه می‌شود، در نتیجه اندازه آنتالپی سوختن بوتان (C_4H_{10}) که ۲ تا گروه CH_3 بیشتر از اتان دارد تقریباً به میزان $1340 = 2 \times 670$ ، بیشتر از آنتالپی سوختن اتان است.

$$(-1560) + (-1340) = -2900$$

در نهایت برای به دست آوردن ارزش سوختی بوتان، می‌توان آنتالپی سوختن

$$\frac{2900}{58} = 50 \text{ kJ.g}^{-1}$$

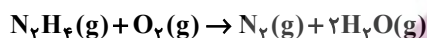
آن را بر جرم مولی آن تقسیم کرد:

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

(امیرمهر گلزاری)

۱۴۹- گزینه «۳»

سوختن هیدرازین (N_2H_4) به صورت زیر است:



اگر واکنش اول با واکنش دوم و عکس واکنش سوم جمع شود، به واکنش سوختن هیدرازین می‌رسیم.

$$\Delta H_T = \Delta H_1 + \Delta H_2 - \Delta H_3 = (-187 - 242 + 92) = -337 \text{ kJ}$$

با سوختن یک مول هیدرازین، یک مول گاز نیتروژن و دو مول بخار آب تولید می‌شود. $28 + 36 = 64 \text{ g}$ فراورده تولید شده

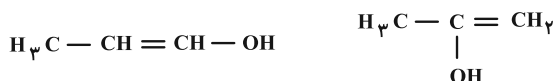
$$12/8 \text{ g}(\text{N}_2 + 2\text{H}_2\text{O}) \times \frac{337 \text{ kJ}}{64 \text{ g}(\text{N}_2 + 2\text{H}_2\text{O})} = 67/4 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۲ و ۷۷)

(یاسر راش)

۱۵۰- گزینه «۳»

همه ایزومرهای زنجیری ترکیبی با فرمول مولکولی $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}$ به صورت زیر است:



از شش ترکیب ممکن، در ساختار پنج مورد از آن‌ها، حداقل یک گروه متیل وجود دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

$$b = \frac{1}{2}(\text{C} \times 4 + \text{H} \times 1 + \text{O} \times 2) = \frac{1}{2}(9 \times 4 + 8 \times 1 + 1 \times 2)$$

$$= \frac{46}{2} = 23$$

$$18 = 41 - 23$$

(پ)

$$a = \frac{20 \times 1}{15 \times 12 + 20 \times 1 + 1 \times 16} \times 100 \approx 9\%$$

(ت) در مولکول a، ۹ اتم کربن وجود دارد که تنها به سه اتم دیگر متصل شده‌اند.

(ث) مولکول‌های a و b به ترتیب در زردچوبه و دارچین وجود دارند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(عرفان شاکری‌راد)

۱۴۶- گزینه «۲»

در واکنش اول خواهیم داشت:



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(\text{C} \equiv \text{C})} + 2\Delta H_{(\text{C}-\text{H})} = 1670 \text{ kJ}$$



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(\text{C}=\text{C})} + 4\Delta H_{(\text{C}-\text{H})} = 2275 \text{ kJ}$$

برای محاسبه خواسته سوال، باید معادله دوم را از معادله اول کم کنیم:

$$\Delta H_2 - \Delta H_1 = \underbrace{\Delta H_{(\text{C} \equiv \text{C})} - \Delta H_{(\text{C}=\text{C})}}_x - 2\Delta H_{(\text{C}-\text{H})}$$

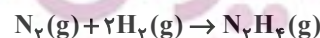
$$= 1670 - 2275 \Rightarrow x - 2(425) = -605 \Rightarrow x = 245 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

(سعیر تیزرو)

۱۴۷- گزینه «۲»

مطابق نمودار ارائه شده و طبق قانون هس، ΔH واکنش زیر برابر است با:



$$-92 + 183 = +91 \text{ kJ}$$

گرمای مبادله شده به ازای مصرف ۵/۶ لیتر گاز نیتروژن:

$$5/6 \text{ L N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{22/4 \text{ L N}_2} \times \frac{91 \text{ kJ}}{1 \text{ mol N}_2} = 22/75 \text{ kJ}$$

به دلیل گرماگیر بودن واکنش، باید نتیجه گرفت گرما در آن مصرف می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

(افسان روستایی)

۱۴۸- گزینه «۱»

ابتدا تفاوت آنتالپی سوختن متان (CH_4) و اتان (C_2H_6) را حساب

$$(-890) - (-1560) = 670 \text{ kJ}$$

می‌کنیم:



دَفْتَر چَه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۱۶ آبان ماه ۱۴۰۴

طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، سعید جعفری، نازنین فاطمه حاجیلو، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه، مهران سعیدنیا، محمدرضا سوری، حمیدرضا قاندامینی
دین و اندکی	محسن بیاتی، فردین سماقی، محمدمهدی مانده‌علی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، محمدمهدی دغلاوی، آرمین رحمانی، بیتا قربان‌پور

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	مسئول درس‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	نازنین فاطمه حاجیلو	مرتضی منشاری	—	فریبا رنوفی، مهدی یعقوبیان، الناز معتمدی، زهرا شمسایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدپناه	آرمین ساعدپناه	درویشعلی ابراهیمی	جواد جلیلیان	لیلا ایزدی، مسلم احمدنژاد، نیما مروج، ابوالفضل مرادی
دین و اندکی	محمدمهدی مانده‌علی	محمدمهدی مانده‌علی	امیرمهدی افشار سکینه گلشنی	محمدفرحان فخریان	سجاد حقیقی‌پور، مجتبی رضازاده، علی ابراهیمی آرانی
اقلیت‌های مذهبی	دیورا حاتائیان	دیورا حاتائیان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، فاطمه نقدی	مائده سالاری	سپهر اشتیاقی، زهرا فلاحي

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رنوفی
حروف نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

فارسی ۳

۲۰۱- گزینه ۳»

(نازنین فاطمه هابیلوصفا زاده)

سلسله‌جنبان: محرک، آن‌که دیگران را به کاری برمی‌انگیزد.
همّت در این شعر، به معنی «دعا و حمایت معنوی» است.
پس‌افکنده: میراث

ستوران: جمع ستور، حیوانات چارپا مخصوصاً اسب، استر و خر

(واژه، واژه‌نامه)

۲۰۲- گزینه ۱»

(نازنین فاطمه هابیلوصفا زاده)

املای درست، فراغت است. (فراغت: آسایش / فراغت: دوری)

(املا، صفحه‌های ۲۷ و ۳۷)

۲۰۳- گزینه ۲»

(حسن افتاده- تبریز)

نقش دستوری هر سه واژه «غم» یکسان بوده و نقش مفعولی دارند.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: همت از باد سحر می‌طلبم (جمله هسته) گر ببرد خبر از من به رفیقی (جمله وابسته) که به طرف چمن است (جمله وابسته)

گزینه «۳»: ۱- هرگز دلم ... نداشت. ۲- آری ۳- نداشت غم ۴- غم بیش و کم نداشت / «او» عطف است چون میان دو کلمه قرار گرفته است.

گزینه «۴»: همت [را] می‌طلبم: مفعول / خبر [را] ببرد: مفعول

(دستور، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۲۰۴- گزینه ۴»

(حسن افتاده- تبریز)

گزینه «۴»: حذف فعل وجود ندارد چون کل بیت در یک جمله به شرح زیر است:
«داد دل مردم خردمند [را] زین بی‌خردان سفله، بستان.»

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: فعل «می‌خورم» بعد از واژه سوگند است که به قرینه معنایی (معنوی) حذف شده است.

گزینه «۲»: سه منادا (شبه‌جمله) وجود دارد و شبه‌جمله‌ها معمولاً باعث حذف فعل به قرینه معنوی می‌شوند، بر این اساس حذف فعل به قرینه معنایی (معنوی) دارد.

گزینه «۳»: در هر مصراع یک فعل به قرینه معنایی (معنوی) حذف شده است: از سیم ... [داری] / ... کمر بند [داری]

(دستور، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۲۰۵- گزینه ۴»

(محسن فدایی - شیراز)

بیت «گر آتش دل نهفته داری / سوزد جانت به جانت سوگند» فاقد حسن تعلیل است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: شاعر علت بلندی کوه دماوند را، دیده نشدن توسط انسان‌ها می‌داند.

گزینه «۲»: شاعر علت برجستگی کوه دماوند را (ورم) کردن آن از درد و افسردگی می‌داند.

گزینه «۳»: شاعر علت پدید آمدن کوه دماوند را، مشت زدن زمین به فلک می‌داند.

(آرایه، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۲۰۶- گزینه ۳»

(هسین پرهیزگار- سبزوار)

در این بیت «جامعه» مجازاً مردم است، ولی تضاد در بیت دیده نمی‌شود.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «سلیمان و اهریمن» هم تضاد دارد و هم تلمیح.

گزینه «۲»: «مسلک مرغ گرفتار قفس» تشخیص دارد و «هم‌چو» نشانه تشبیه است.

گزینه «۴»: «دفتر زمانه» تشبیه دارد و «نام از قلم افتادن» کنایه از «حذف شدن» است.

(آرایه، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۲۰۷- گزینه ۲»

(سعید پعفری)

بیت «ب» غزلی از حافظ و عرفانی است.

(مفهوم، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۲۰۸- گزینه ۴»

(هسین پرهیزگار- سبزوار)

مفهوم بیت گزینه «۴»، جان‌فشانی در راه میهن است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: برای آزادی خود فکر کنید که هرکس این کار را نکند، همانند من گرفتار می‌شود.

گزینه «۲»: مسلک مرغ گرفتار قفس مانند من است. ← اشاره به اسارت شاعر

گزینه «۳»: پیام مرا ببرد به رفیقی که به طرف چمن است. ← رفیق و دوست شاعر آزاد است، پس نشان می‌دهد که شاعر اسیر است.

(مفهوم، صفحه ۲۶)

۲۰۹- گزینه ۲»

(نازنین فاطمه هابیلوصفا زاده)

شعر «آزادی» نمونه‌ای از اشعار وطنی عارف قزوینی است که به بیدادگری محمدعلی‌شاه قاجار و سلطه بیگانگان اشاره دارد.

منظور از «سلیمان کردن» انتصاب به فرمانروایی است، پس این بیت به شاه آن زمان (محمدعلی‌شاه) اشاره دارد.

(مفهوم، صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۲۱۰- گزینه ۴»

(هسین پرهیزگار- سبزوار)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» از نظر نویسنده، ممکن و شدنی است و گزینه «۴» غیر ممکن است.

(مفهوم، صفحه ۴۰)

عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینه «۴»

(آرمین ساعدپناه)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «گِل» صحیح است.

گزینه «۲»: «به‌جز» صحیح است.

گزینه «۳»: «استخوان» صحیح است.

۲۱۵- گزینه «۴»

(مهمدرضا سوری)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «تَظَلَّيْنِ»: گمان می‌کنی / «سَتَنْتَهِي»: به پایان خواهد رسید

گزینه «۲»: «مِنْ أَنْ يَسْبَ الْأَخْرَيْنِ»: از این‌که به دیگران دشنام دهد

گزینه «۳»: «قَدْ يَكْتُبُ»: گاهی می‌نویسد

(ترجمه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۱۶- گزینه «۴»

(مهران سعیدنیا)

ترجمه صحیح عبارت: «هیچ شکی نیست که تو تلاشگر هستی و ناامید نمی‌شوی.»

(ترجمه، ترکیبی)

(واژگان، صفحه ۱۱)

۲۱۲- گزینه «۱»

(آرمین ساعدپناه)

«الحیاء» به معنای «شرم» از لحاظ معنا، متفاوت از سایر کلمه‌هاست.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۲»: استخوان‌ها

گزینه «۳»: گوشت‌ها

گزینه «۴»: چشم‌ها

۲۱۷- گزینه «۱»

(آرمین ساعدپناه)

نقش «التَّاسِ» در عبارت صورت سؤال، مفعول برای فعل «لَا تَسْبُوا» می‌باشد.

(محل اعرابی، صفحه ۱۲)

۲۱۸- گزینه «۲»

(آرمین ساعدپناه)

«الفَاخِر» در این گزینه اسم فاعل است.

(قواعد، صفحه ۱۱)

(واژگان، صفحه ۱۱)

۲۱۳- گزینه «۴»

(همیدرضا قانرازمینی)

«قِيلَ لِي»: به من گفته شد (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «إِعْمَلْ بِالسَّيِّئَةِ»: به سنت عمل

کن (رد گزینه ۲) / «ضِيُوفُكَ»: مهمانان، مهمانان خود (رد گزینه‌های ۲ و ۳)

(ترجمه، صفحه ۱۰)

۲۱۹- گزینه «۲»

(همیدرضا قانرازمینی)

«لَا» در «لَا إِلَهَ (هیچ خدایی نیست)» از نوع نفی جنس می‌باشد.

ترجمه عبارت: «هیچ خدایی جز الله نیست؛ پس کسی را به جای خدا نپرسید.»

(قواعد، صفحه ۱۰)

۲۲۰- گزینه «۳»

(مهمدرضا سوری)

«لَا» در «لَا نَفْعَ» از نوع نفی جنس است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱»: «لَا» در «لَا يَسْخَرُ»، «لَا» نهی است.

گزینه «۲»: «لَا» در «لَا يَتْرُكُ» فعل مضارع را منفی کرده است و از نوع نفی جنس نیست.

گزینه «۴»: «لَا» در «لَا تَنْكَاسِلُوا» و «لَا تَرْسَبُوا» فعل مضارع را منفی کرده است.

(قواعد، مشابه تمرین چهارم، صفحه ۱۲)

۲۱۴- گزینه «۱»

(مهمدرضا سوری)

«قَدْ أَسْتَعْمِلْتُ» (در این‌جا): به‌کار برده شده‌اند (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / «لَهَا» (در

این‌جا): دارند (رد گزینه ۴) / «أَسْنَانٌ»: دندان‌هایی (رد گزینه‌های ۲ و ۴) / «قَوِيَّةٌ و

عريضة»: قوی و پهن (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / «جذوع تلك الأشجار المعمرة»: تنه‌های

آن درختان کهن‌سال (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

(ترجمه، صفحه ۱۰)

دین و زندگی (۳)

۲۲۱- گزینه «۲»

(مبتن هاشمی)

امام علی (ع) به مردم زمان خود و همه مردمی که به خدا ایمان دارند می‌فرماید: «تقوای الهی پیشه کنید؛ هم در مورد بندگان خدا، هم در مورد شهرها و آبادی‌ها؛ چرا که شما در برابر همه این‌ها حتی سرزمین‌ها و چهارپایان مسئولید. خدا را اطاعت کنید و از عصیان او بپرهیزید.»

(درس ۳، صفحه ۳۳)

۲۲۲- گزینه «۴»

(مبتن هاشمی)

هر کسی در زندگی خود از فرمان‌های خدا اطاعت کند، گام در مسیر توحید عملی گذاشته است.

انسان موحد، چون زندگی خود را بر اساس رضایت خداوند تنظیم کرده و پیرو فرمان‌های اوست، شخصیتی ثابت و پایدار دارد و برخوردار از آرامش روحی است. اگر کسی دل به هوای نفس (بت درون) سپرده و او را معبود خود قرار دهد و اوامرش را به فرمان‌های خداوند ترجیح دهد یا در پی کسب رضایت قدرت‌های مادی و طاغوت‌ها (بت‌های بیرون) برآید، چنین شخصی گرفتار شرک عملی شده است.

(درس ۳، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۲۲۳- گزینه «۳»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

برخی از انسان‌ها مانند فرعون می‌گویند: «آنا رتکم الاعلی» و خود را پروردگار بزرگ مردم معرفی و برای مردم تصمیم‌گیری می‌کنند. به واژه «رب» در این آیه دقت کنید.

(درس ۳، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۲۲۴- گزینه «۳»

(محمدمهری مانده‌علی)

بر اساس آیه ۱۱ سوره حج «و من الناس من یعبد الله علی حرف فان اصابه خیر اطمان به و ان اصابته فتنه انقلب علی وجهه خسر الدنیا و الآخرة ذلک هو الخسران المبین: از مردم کسی هست که خدا را بر یک جانب و کناره‌ای [تنها به زبان و هنگام وسعت و آسودگی] عبادت و بندگی می‌کند. پس اگر خیری به او برسد، دلش به آن آرام می‌گیرد و اگر بلایی به او رسد، از خدا رویگردان می‌شود. او در دنیا و آخرت [هر دو] زیان می‌بیند. این همان زیان آشکار است.»

(درس ۳، صفحه ۳۴)

۲۲۵- گزینه «۲»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

اگر قرار باشد همه فقط خواسته‌ها و تمایلات دنیایی خود را دنبال کنند و تنها منافع خود را محور فعالیت اجتماعی قرار دهند و اهل ایثار و تعاون و خیر رساندن به دیگران نباشند، تفرقه و تضاد جامعه را فرا می‌گیرد و امکان رشد و تعالی از بین می‌رود. در چنین جامعه‌ای روز به روز انسان‌های ستمگر قدرت بیش‌تری پیدا می‌کنند و دیگران را در خدمت امیال خود به کار می‌گیرند.

(درس ۳، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۲۲۶- گزینه «۲»

(ممس بیاتی)

مطابق آیه «قل انما اعظکم بواحدہ ان تقوموا لله مثنی و فرادی: به بندگانم بگو شما را فقط یک موعظه می‌کنم [و آن] این‌که به‌صورت گروهی و فردی برای خدا قیام کنید.» امر خداوند ناظر به قیام برای خداست.

(درس ۴، صفحه ۴۳)

۲۲۷- گزینه «۳»

(ممس بیاتی)

در روایتی از پیامبر اکرم (ص) آمده است که راهیابی شرک به دل انسان از راه رفتن مورچه‌ای سیاه در شب تاریک بر تخته سنگی سیاه پنهان‌تر است. حافظ در این رابطه می‌فرماید: «پاسبان حرم دل شده‌ام شب همه شب / تا در این پرده جز اندیشه او نگذارم.»

(درس ۴، صفحه ۴۳)

۲۲۸- گزینه «۳»

(فرزین سماقی)

عمل بر اساس معرفت و آگاهی بسیار ارزشمندتر و مقدس‌تر از عملی است که در آن معرفتی نیست و یا با معرفت اندکی صورت می‌گیرد.

(درس ۴، صفحه ۴۶)

۲۲۹- گزینه «۱»

(فرزین سماقی)

حکمت، به معنای علم محکم و استوار و به دور از خطاست که هدف درست و راه رسیدن به آن را نشان می‌دهد و مانع لغزش‌ها و تباهی‌ها می‌شود. انسان حکیم، به درجاتی از بصیرت و روشن‌بینی می‌رسد که می‌تواند در شرایط سخت و پیچیده، حق را از باطل تشخیص دهد و گرفتار باطل نشود.

(درس ۴، صفحه ۴۷)

۲۳۰- گزینه «۴»

(فرزین سماقی)

امروزه شیطان از همان نوع دامی که برای کشاندن حضرت یوسف (ع) به گناه و فساد گسترده بود، به‌صورت‌های گوناگون برای انسان‌ها پهن کرده است. مقاومت در برابر این دام‌ها، نیازمند روی آوردن به پیشگاه خداوند و پذیرش خالصانه فرمان‌های اوست.

(درس ۴، صفحه ۴۸)

۲۳۱- گزینه ۱»

(میثم هاشمی)

افکار و اعتقادات هر فرد مهم‌ترین عامل در تعیین هدف‌ها و رفتارهای اوست. زندگی توحیدی نیز شیوه‌ای از زندگی است که ریشه در جهان‌بینی توحیدی دارد.
(درس ۳، برگرفته از سؤال ۲۰ امتحان نهایی ری ۱۴۰۱، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۲۳۲- گزینه ۳»

(میثم هاشمی)

خداوند در سوره فرقان آیه ۴۳ می‌فرماید: «مَنْ اتَّخَذَ إِلَهَهُ هَوَاهُ أَفَأَنْتَ تَكُونُ عَلَيْهِ وَكِيلًا: آیا دیدی آن کسی را که هوای نفس خود را معبود خود گرفت، آیا تو ضامن او می‌باشی و [به دفاع از او بر می‌خیزی]؟»
تسلیم بودن در برابر امیال نفسانی و فرمان‌پذیری از طاغوت باعث می‌شود تا شخص، درونی ناآرام و شخصیتی ناپایدار داشته باشد.
(درس ۳، برگرفته از امتحانات مدراس، صفحه‌های ۳۲ و ۳۴)

۲۳۳- گزینه ۴»

(میثم هاشمی)

قسمت (الف): شعر به‌درستی به توحید عملی اشاره دارد.
قسمت (ج): صحیح است؛ چون ایمان همه افراد یکسان نیست و دارای شدت و ضعف می‌باشد.
در گزینه ۳» قسمت (الف) و (ج) صحیح هستند.
در گزینه ۴» تمام موارد غلط است.
بررسی نادرستی سایر موارد:

قسمت (ب): انسان موحد باور دارد که دشواری‌های زندگی نشانه بی‌مهری خداوند نیست، بلکه آن را نشانه‌ای برای رشد و شکوفایی می‌داند.
قسمت (د): انسانی که خداوند را به‌عنوان تنها خالق این جهان پذیرفته است و اعتقاد دارد که خداوند پروردگار هستی است، رفتاری متناسب با این اعتقاد خواهد داشت.
در قسمت (ه)، هر فردی متناسب با اعتقادات خود، پایه زندگی خود را می‌سازد.
(درس ۳، برگرفته از امتحانات مدراس، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۲۳۴- گزینه ۲»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

این آیه به توحید عملی در بعد اجتماعی اشاره دارد. در آیه می‌خوانیم: «ای کسانی که ایمان آورده‌اید دشمن من و خودتان را دوست نگیرید، [به‌گونه‌ای که] با آنان مهربانی کنید حال آن‌که آنان به دین حقّی که برای شما آمده است، کفر ورزیده‌اند ...»
(درس ۳، برگرفته از سؤال ۲ امتحان نهایی ری ۱۴۰۱، صفحه ۳۵)

۲۳۵- گزینه ۳»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

خداوند تنها ولیّ و سرپرست جهان است و مخلوقات، جز به اجازه او نمی‌توانند در جهان تصرف کنند. چنین اجازه‌ای به معنی واگذاری ولایت خداوند به دیگری نیست، بلکه بدین معناست که خداوند آن شخص را در مسیر و مجرای ولایت خود قرار داده است. اگر خداوند، پیامبر اکرم (ص) را ولیّ انسان‌ها معرفی می‌کند، بدین

معناست که ایشان را واسطه ولایت خود و رساننده فرمان‌هایش قرار داده است. آیه شریفه «ما لهم من دونه من ولیّ و لا یشرک فی حکمه احدا: آن‌ها هیچ ولیّ [سرپرستی] جز او ندارند و او در فرمانروایی خویش کسی را شریک نمی‌سازد.» با توحید در ولایت هم‌آوایی دارد.

(درس ۲، برگرفته از سؤال ۷ امتحانات نهایی ری ۱۴۰۱، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۳۶- گزینه ۲»

(ممسن بیاتی)

خداوند در آیات ۶۰ و ۶۱ سوره یس می‌فرماید: «الم اعهد الیکم یا بنی آدم ان لا تعبدوا الشیطان انه لکم عدوّ مبین و ان اعبدونی هذا صراطٌ مستقیم: ای فرزندان آدم، آیا از شما پیمان نگرفته بودم که شیطان را نپرستید که او دشمن آشکار شماست و این‌که مرا بپرستید [که] این راه مستقیم است؟»
(درس ۴، تریب در قرآن، صفحه ۴۳)

۲۳۷- گزینه ۴»

(ممسن بیاتی)

هر عملی از دو جزء تشکیل شده است:
اول: نیت، هدف، قصد و روح عمل که به آن «حسن فاعلی» می‌گویند.
دوم: شکل و ظاهر عمل و کمیت و کیفیت عمل که به آن «حسن فعلی» می‌گویند.
حسن فاعلی بدین معناست که انجام‌دهنده کار دارای نیت الهی باشد. حسن فعلی بدین معناست که کار به‌درستی و به همان صورت که خداوند فرمان داده است انجام شود.

(درس ۴، برگرفته از سؤال ۱۵ امتحان نهایی فردار ۱۳۹۹، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۲۳۸- گزینه ۱»

(ممسن بیاتی)

اگر فردی تنها برای لاغر شدن و یا سلامت جسم روزه بگیرد، روزه‌اش باطل است چون فاقد حسن فاعلی است.
(درس ۴، برگرفته از امتحانات مدراس، صفحه ۴۵)

۲۳۹- گزینه ۱»

(فردین سماقی)

چون ذهن انسان محدود است، توان فهم چیستی و ذات (ماهیت) خداوند نامحدود را ندارد، پس از تفکر در ذات خداوند نهی شده است؛ «لا تفکروا فی ذات الله: ولیّی در ذات خداوند تفکر نکنید.»

(برگرفته از سؤال ۲۳ امتحان نهایی فردار ۱۴۰۳، درس ۱، صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۲۴۰- گزینه ۲»

(فردین سماقی)

در میان اعمال واجب، روزه تأثیر خاصی در تقویت اخلاص دارد و علت واجب شدن روزه از دیدگاه امام علی (ع) این است که خداوند، اخلاص مردم را بیازماید.
(درس ۴، برگرفته از سؤال ۴ امتحان نهایی فردار ۱۴۰۴، صفحه ۴۷)

زبان انگلیسی ۳

۲۴۱- گزینه ۱

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «اولین کتاب به زبان فارسی در مورد بیماری‌های کودکان توسط دکتر قریب نوشته شد، مگر نه؟»

نکته مهم درسی:

سؤال کوتاه باید منفی باشد چون جمله مثبت است (رد گزینه‌های «۲» و «۴»). از سوی دیگر، در ساخت دنباله سؤالی باید از ضمیری استفاده کنیم که جایگزین فاعل جمله شده است (رد گزینه «۳»).

(گراهر)

۲۴۲- گزینه ۳

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «دختر جوان وقتی پدرش سرش داد زد، زیر گریه زد، مگر نه؟»

نکته مهم درسی:

جمله‌ای را که با «when» شروع می‌شود را برای ساخت «tag» ملاک قرار نمی‌دهیم (رد گزینه‌های «۱» و «۴»). با توجه به زمان فعل «shouted» مشخصاً زمان جمله گذشته است و باید از فعل کمکی «did» استفاده کنیم (رد گزینه «۲»).

(گراهر)

۲۴۳- گزینه ۲

(آزمین رممانی)

ترجمه جمله: «شما می‌توانید همین حالا یا پس از دریافت سفارش خود وجه را پرداخت کنید.»

نکته مهم درسی:

برای بیان انتخاب بین دو چیز از حرف ربط «or» به معنای «یا» استفاده می‌کنیم. (گراهر)

۲۴۴- گزینه ۲

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «علاوه بر تمیز کردن اتاقم، به مامان در شستن ظرف‌ها هم کمک کردم.»

(۱) نتیجه

(۲) علاوه

(۳) وضعیت، شرط

(۴) دلیل

(واژگان)

۲۴۵- گزینه ۱

(رسمت اله استیری)

ترجمه جمله: «فسر پلیس سعی کرد اطلاعات بیشتری در مورد تصادف از شاهد حادثه به دست آورد.»

(۱) بیرون کشیدن، استخراج کردن

(۳) وصل کردن

(۲) نشان دادن

(۴) تأیید کردن

(واژگان)

۲۴۶- گزینه ۳

(بیبا قربان‌پور)

ترجمه جمله: «وقتی تصمیم گرفتی به دوستت در انجام تکالیفش کمک کنی، انتخاب خیلی خوبی کردی.»

(۱) فعالیت

(۳) انتخاب

(۲) حقیقت

(۴) تضاد

(واژگان)

ترجمه متن درک مطلب:

تلفن‌های همراه بخش مهمی از جامعه ما هستند و استفاده اصلی آن‌ها ارتباط است. آن‌ها با دادن قدرت تعامل با دنیا به دانش‌آموزان، آن‌ها را با بقیه جهان در ارتباط نگه می‌دارند. در گذشته، اگر یادتان می‌رفت ناهارتان را بیاورید، باید به دفتر مدرسه برای تماس با خانه اتکا می‌کردید. حالا، دانش‌آموزان توانایی آن را دارند که مشکلات خود را حل کرده و با برخی از شرایط اضطراری به تنهایی مقابله کنند.

تلفن‌های همراه همچنین به دانش‌آموزان اجازه می‌دهند با دوستان و دانش‌آموزان در مدارس دیگر در ارتباط باشند. اگرچه روابط بهتر مستقیماً برای آموزش مفید نیست، اما می‌تواند به عزت نفس بالاتر و کاهش انزوا منجر شود، که برای همه خوب است. به همین ترتیب، تلفن‌های همراه دوربین‌دار به دانش‌آموزان اجازه می‌دهند خاطراتی را ثبت کنند که به ساخت یک فرهنگ مدرسه‌ای قوی کمک می‌کند. در برخی موارد، آن‌ها می‌توانند به عنوان مستندی برای رفتارهای نادرست عمل کنند زیرا مدرک فراهم می‌کنند و از رفتارهای بد جلوگیری می‌کنند.

از نظر آکادمیک، تلفن همراه می‌تواند از درس‌هایی که ممکن است نیاز به مرور بعدی داشته باشند، فیلم یا صدا ضبط کند. و فقط تصور کنید اگر کلاس‌ها به راحتی برای دانش‌آموزان غایب ضبط می‌شدند، چه می‌شد اگر حتی می‌شد آن‌ها را به صورت زنده پخش کرد و فوراً از خانه دید؟

۲۴۷- گزینه ۱

(مهم‌مهری رغلوی)

ترجمه جمله: «ایده اصلی متن چیست؟»

«اهمیت تلفن‌های همراه در ارتباطات و آموزش»

(درک مطلب)

۲۴۸- گزینه ۲

(مهم‌مهری رغلوی)

ترجمه جمله: «کلمه «they» در پاراگراف «۱» به چه چیزی اشاره دارد؟»

«تلفن‌های همراه (Cell phones)»

(درک مطلب)

۲۴۹- گزینه ۱

(مهم‌مهری رغلوی)

ترجمه جمله: «بر اساس متن، تلفن‌های همراه به دانش‌آموزان کمک می‌کنند ...»

«با دنیا تعامل داشته باشند»

(درک مطلب)

۲۵۰- گزینه ۴

(مهم‌مهری رغلوی)

ترجمه جمله: «کدام یک از موارد زیر بر اساس متن درست است؟»

«دانش‌آموزان می‌توانند درس‌ها را برای مرور بعدی ضبط کنند.»

(درک مطلب)

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)

۱۶ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
ویراستار	آرین غلامی
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرحسین افجه، علی کریمی فرع، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
ویراستار مستندسازی	ستایش یآوری

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۱»

(مأمدر کریمی)
متن از اقداماتی سخن می‌گوید که شخص پیش از نتیجه‌گیری، اغلب ناخودآگاه، انجام می‌دهد که برابر نتیجه ناخوشایندی که «محتمل» است بهانه‌ای داشته باشد.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه «۴»

(مأمدر کریمی)
در انتهای متن، از اکتفای نظام آموزشی به برجسب‌زنی دانش‌آموزان به صفات «بی‌مسئولیت» و «تنبل» انتقاد و آن، ادامه‌دهنده مشکل شمرده شده است، نه حل‌کننده آن. پس در انتهای متن هم باید به همین موضوع اشاره کند. این کار، چرخه معیوب ترس از شکست و نقصان‌گرایی خودبازدارنده را تداوم می‌بخشد.

(درک متن، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه «۳»

(مأمدر کریمی)
حرف «ی» در انتهای واژه «عامل» معنا و کاربرد «نکره وحده» دارد: یک عامل

(ساقتمان واژه‌ها، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه «۳»

(مأمدر اصفهانی)
واژه «فرست‌سوزی» سه جزء دارد و دیگر واژه‌ها چهار جزء: خودبازدارنده: خود + باز + دار + نده
برهم‌کنش: بر + هم + کن + ش
دانشگاهی: دان + ش + گاه + ی
فرست‌سوزی: فرصت + سوز + ی
بی‌سازوکار: بی + ساز + و + کار

(ساقتمان واژه‌ها، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه «۱»

(مأمدر اصفهانی)
«سنگ»، «سبو» را می‌شکند و صدا، سکوت را.
(روابط بین واژگان، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه «۳»

(مأمدر اصفهانی)
در الگوی صورت سؤال، حرف‌های چهارم، سوم و دوم هر کلمه با همین ترتیب حرف‌های اول و دوم و سوم کلمه بعد است. پس باید سه حرف نخست کلمه جایگزین علامت سؤال «مار» باشد که در واژه «مارمولک» چنین هست.
(روابط بین واژگان، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه «۳»

(مأمدر اصفهانی)
در شکل صورت سؤال، تعریف اعم از تعریف‌شونده است. در گزینه‌ها: قوم‌و خویش، ممکن است انسان‌هایی باشد که شخص با آن‌ها رابطه‌ای بر مبنای خون ندارد.
مرتج، دقیقاً شکلی است که همه ویژگی‌های مستطیل و همه ویژگی‌های لوزی را دارد.
انسان، یکی از جاندارانی است که برای زنده‌ماندن، به هوا، آب و غذا احتیاج دارد. اما هر جاندار که برای زنده‌ماندن، به هوا، آب و غذا احتیاج دارد، انسان نیست. در واقع این تعریف، اعم از تعریف‌شونده است.
مثلاً، شکلی است که مجموع زوایای داخلی آن ۱۸۰ درجه است، ولی تنها برخی مثلث‌ها زاویه‌ای ۹۰ درجه دارند.

(انساب اربعه، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه «۳»

(کتاب زره‌بین نهم)
از عبارت «ج» نتیجه می‌شود که هیچ مرد فرانسوی متأهل نیست و هیچ مرد آلمانی مجرد نیست. از عبارت «ب» می‌دانیم زوجی در جمع هست که یکی از آن‌ها فرانسوی است، ولی مرد فرانسوی متأهل نداریم. پس حتماً این ازدواج بین یک زن فرانسوی و یک مرد آلمانی انجام شده است. همچنین از آن‌جا که آلمانی‌ها طبق عبارت «الف» تماماً یک جنس دارند، زن آلمانی در جمع نیست. گفته‌های بالا به‌طور خلاصه در جدول‌های زیر جمع شده است که در آن علامت «✓» یعنی «هست» و علامت «✗» یعنی «نیست» و علامت «؟» یعنی از بودن یا نبودن آن اطلاعی نداریم:

آلمانی فرانسوی

مجرد	✗	?
زن: متأهل	✗	✓

آلمانی فرانسوی

مجرد	✗	✓
مرد: متأهل	✓	✗

پس «هیچ زن آلمانی مجردی در جمع نیست» و «حداقل یک زن فرانسوی متأهل در جمع هست»، ولی «هیچ مرد و زن آلمانی مجردی در جمع نیست»
(مقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۱»

(کتاب زره‌بین نهم)
طبق جدول‌های پاسخ سؤال قبل، از بودن یا نبودن زن فرانسوی مجرد در جمع اطلاعی نداریم. مرد آلمانی مجرد و زن آلمانی مجرد در جمع نیست. مرد آلمانی متأهل نیز حتماً در جمع هست.
(مقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

$$\Rightarrow C = \frac{5}{6} \times 12 = 10$$

(نمودار، هوش منطقی ریاضی)

(فرزاد شیرممدلی)

۲۶۵- گزینه «۱»

داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 36^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = (36^\circ - (60^\circ + 72^\circ))^\circ = 228^\circ$$

$$\hat{D} = 5\hat{B} \Rightarrow \hat{D} = 5\hat{B} \Rightarrow \hat{B} + 5\hat{B} = 228^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = \left(\frac{228}{6}\right)^\circ = 38^\circ \Rightarrow \hat{D} = 190^\circ$$

$$\hat{C} = 6^\circ, C = 180^\circ \Rightarrow C = \left(\frac{6^\circ}{360^\circ}\right) \times \text{کل}$$

همچنین:

$$= \frac{1}{6} \times \text{کل} = 180^\circ \Rightarrow \text{کل} = 1080^\circ$$

در نهایت:

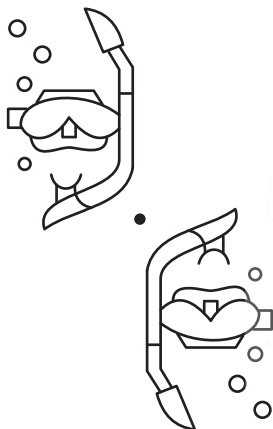
$$\frac{(\hat{D} - \hat{A})}{36^\circ} = \frac{D - A}{\text{کل}} \Rightarrow \frac{190^\circ - 72^\circ}{36^\circ} = \frac{D - A}{1080^\circ} \Rightarrow D - A = 354$$

(نمودار، هوش منطقی ریاضی)

(فاطمه راسخ)

۲۶۶- گزینه «۱»

تقارن نقطه‌ای شکل صورت سؤال، همان دوران صد و هشتاد درجه‌ای است:



(قرینه‌یابی، هوش غیرکلامی)

(فرزاد شیرممدلی)

۲۶۷- گزینه «۲»

شکل گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» از دوران یکدیگر حاصل می‌شود ولی

شکل گزینه «۲» متفاوت است. در این شکل، علامت Z باید به جای Σ

قرار گیرد تا این شکل نیز با سایر گزینه‌ها یکسان شود.

(شکل متفاوت، هوش غیرکلامی)

۲۶۰- گزینه «۱» (علی کریمی فرخ)

«ب» گفته است «الف» دروغ می‌گوید. اما «ج» هم حرف «الف» را تکرار می‌کند و «د» نیز او را راستگو می‌داند. پس اگر «ب» راستگو باشد، سه نفر دروغگو هستند که ممکن نیست. پس «ب» دروغگوست. «ه» نیز دروغگوست که خود را دزد معرفی کرده است، چون «الف» دزد است.

(منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه «۳» (علی کریمی فرخ)

نیلوفر دخترخاله شبنم و دخترخاله نرگس است. پس شبنم و نرگس یا خواهر یکدیگرند یا دخترخاله هم. پس در هر حالت، بنفشه که زن دایی شبنم است، باید زن دایی نرگس هم باشد.

زن دایی شبنم = دایی شبنم — مادر شبنم — خاله شبنم
بنفشه شبنم نیلوفر

(نسبت‌های خانواده‌ای، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه «۲» (امیرمسین افقه)

از ابتدای سال ما تا روز چهارم آبان، ۲۲۰ روز است:

$$6 \times 31 + 30 + 4 = 220$$

که این زمان برای ساکنان «ز»، برابر است با ۱۳۲ روز:

$$\frac{24}{40} \times 220 = 132$$

هر ماه این سیاره بیست روز است، پس در ماه هفتم و روز دوازدهم هستیم:

$$132 = 6 \times 20 + 12$$

(تقویم، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه «۲» (امیرمسین افقه)

ساعت اول هر ده دقیقه، یک دقیقه جلو می‌افتد. یعنی در هر ۱۰t دقیقه، ۱۱t دقیقه پیش می‌رود. ساعت دوم نیز در هر پانزده دقیقه یک دقیقه عقب می‌ماند، یعنی در هر ۱۵t دقیقه، ۱۴t دقیقه پیش می‌رود. پس اختلاف دو ساعت در t دقیقه، برابر است با:

$$\frac{11}{10}t - \frac{14}{15}t = \left(\frac{33 - 28}{30}\right)t = \frac{1}{6}t$$

برای آن که این دو ساعت دوباره عددی یکسان را نشان دهند، باید ۱۲ ساعت بگذرد، یعنی $12 \times 60 = 720$ دقیقه:

$$\frac{1}{6}t = 720 \Rightarrow t = 4320$$

(ساعت، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه «۳» (فرزاد شیرممدلی)

داریم:

$$\hat{A} = 72^\circ, \hat{C} = 6^\circ \Rightarrow \frac{C}{A} = \frac{6^\circ}{72^\circ} = \frac{5}{6}, A = 12$$

۲۶۸- گزینه «۴»

(فاطمه، راسخ)

در الگوی صورت سؤال:

در سطر اول، خانه کوچک رنگی هر بار یک واحد به سمت راست حرکت می‌کند.

در سطر دوم، خانه اول و سوم مربع‌های اول و سوم رنگی است و خانه دوم و چهارم مربع‌های دوم و چهارم.

در سطر سوم، خانه رنگی هر بار یک خانه به سمت چپ حرکت می‌کند.

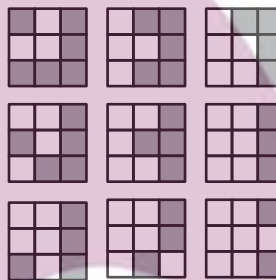
در سطر چهارم، خانه سمت چپ همواره رنگی است.

(الگوی فطی، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه «۲»

(فاطمه، راسخ)

در هر یک از نه مربع بزرگ صورت سؤال، یکی از نه مربع کوچک که نشان‌دهنده جایگاه آن مربع است، رنگی است: به جز این، در هر مربع بزرگ، یک مربع کوچک رنگی بیش‌تر از مربع سمت راست و کم‌تر از مربع بالایی، رنگی شده است.



(ماتریس، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه «۴»

(شمیر کنهی)

با ۱۸۰ درجه دوران، شکل صورت سؤال به شکل گزینه «۴» تبدیل می‌شود.

(دوران، هوش غیرکلامی)

ایران نوننه
توشه ای برای موفقیت

مُنیاز اولین نشر آنلاین کنکور کشور

از سال ۹۷ تا کنون



برترین دبیران کنکور کشور در نشر آنلاین مُنیاز