

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-یاسین سپهر-علی سلامت-حمید علیزاده-کامیار علییون علیرضا ندافزاده-جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-جواد حاتمی-فشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-کیوان دارابی-سوگند روشنی محمد صحت کار-هومن عقیلی
ریاضیات گسسته	جواد ترکمن-فرزاد جوادی-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-محمد صحت کار
فیزیک	زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-فرشید رسولی-معصومه شریعت‌ناصری-مریم شیخ‌مومنی-شیلا شیرزادی-علی عاقلی عبداله فقه‌زاده-مصطفی کیانی-علی گل‌محمدی-رامشه-محمد مقدم-محمد کاظم منشادی-محمود منصور-سیده ملیحه‌میرصالحی مجتبی نکوئیان
شیمی	عین اله ابوالفتحی-مجتبی اسدزاده-علی امینی-محمد آخوندی-قادر باخاری-جعفر بازوکی-محمد رضا جمشیدی-حلما حاجی‌نقی مرتضی خوش‌کیش-حمید ذبحی-حسن رحمتی‌کوکنده-سینا رضادوست-علی رفیعی-حسین زارعی‌پاشایی-مرتضی زارعی امیرمحمد سعیدی-رضا سلیمانی-منصور سلیمانی-ملکان-سیدصدرا عادل-محمد عظیمیان‌زواره-حسن عیسی‌زاده-محمد فائزنا علی مجیدی-امیرحسین معروفی-سجاد نقی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا ندافزاده	محمد صحت کار کیوان دارابی	محمد صحت کار کیوان دارابی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی	امیررضا حکمت‌نیا امیرحسین مسلمی
ویراستار استاد	مهدی ملارمضانی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	امیرحسین برادران	محمدحسن محمدزاده مقدم
بازبینی نهایی رتبه‌های برتر	پارسا نوروزی‌منش سهیل تقی‌زاده	مهبد خالئی	مهبد خالئی	کیارش صانعی حسین بصیر ترکمبور	ماهان زواری حلما حاجی‌نقی احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌الزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

$$(f-g)\left(-\frac{5}{4}\right) = f\left(-\frac{5}{4}\right) - g\left(-\frac{5}{4}\right) = \left[-\frac{5}{4} + 3\right] - \left[2\left(-\frac{5}{4}\right)\right] \\ = -\frac{5}{4} + 3 - (-\frac{5}{2}) = 5$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۲- گزینه «۳»

(علیرضا نراف‌زاده)

$$g^{-1} = \{(-4, 2), (2, 1), (3, 0), (5, 4)\}$$

دامنه تابع f نیز بازه $[-3, 2]$ است. حال تعریف دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ را داریم:

$$D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}} \mid g^{-1} \in D_f\}$$

از میان مقادیر g^{-1} ، فقط $g^{-1}(5)$ در دامنه تابع f قرار نمی‌گیرد، پس مجموعه بالا فقط سه عضو -4 ، 2 و 3 را دارد.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۶۸)

۳- گزینه «۳»

(سعید تن‌آرا)

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 + 4x = (2x+1)^2 - 1$$

در ضابطه $f \circ g$ ، $x = -\frac{1}{2}$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(f \circ g)\left(-\frac{1}{2}\right) = (0)^2 - 1 = -1$$

حال $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ را m در نظر می‌گیریم و داریم:

$$(f \circ g)\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f(m) = m^2 - 2m = -1$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۴- گزینه «۱»

(علیرضا نراف‌زاده)

این نکته مهم را می‌دانیم که اگر $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ باشد،

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

پس در این سؤال ضابطه تابع $f \circ g$ برابر است:

$$(f \circ g)(x) = \frac{-5x+3}{x-1}$$

ضابطه تابع g که $g(x) = 3x+7$ است:

$$\Rightarrow f(3x+7) = \frac{-5x+3}{x-1} \quad (*)$$

$f^{-1}(-3)$ را k در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow f(k) = -3 \xrightarrow{(*)} \frac{-5k+3}{k-1} = -3$$

$$\Rightarrow x=0 \Rightarrow k = 3(0) + 7 = 7$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۶۸)

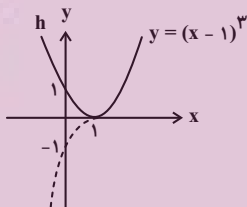
۵- گزینه «۳»

(مسعود برملا)

ابتدا ضابطه تابع $h(x) = |f(x) - g(x)|$ را می‌سازیم:

$$h(x) = |1 - x^3 + 3x^2 - 3x| = |x^3 - 3x^2 + 3x - 1| = |(x-1)^3|$$

نمودار تابع $y = (x-1)^3$ و همچنین نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده است.



تابع h روی \mathbb{R} غیریکتوا است اما روی هر کدام از بازه‌های $]-\infty, 1]$ و $]+1, +\infty[$ و زیرمجموعه‌های آن‌ها یکتوا است.

(حسابان ۱ و ۲- تابع: صفحه‌های ۶۳، ۶۶ و ۱۵ تا ۱۸)

۶- گزینه «۳»

(جوآنیش نیکنام)

وضعیت یکنوايي دو تابع داده شده مخالف هم است، به این معنی که روی

بازه‌ای که f اکیداً نزولی است، $y = f\left(-\frac{x}{2}\right)$ اکیداً صعودی است و

بالعکس. پس باید پیدا کنیم که بازه $]-0, 3]$ در تابع f (که تابع روی این

بازه اکیداً نزولی است) به چه بازه‌ای در تابع $y = f\left(-\frac{x}{2}\right)$ نظیر می‌شود:

$$0 \leq -\frac{x}{2} \leq 3 \Rightarrow -6 \leq x \leq 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۸)

۷- گزینه «۴»

(شاهین پروازی)

$$f(x) = \sqrt{(x-2)^2 - 3} + 1$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{(7-x)^2 - 3} + 1$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \sqrt{4-x} + 1$$

(عادل مسینی)

۱۰- گزینه «۱»

ابتدا $\log_{12} 6$ را با استفاده از قاعده تغییر مبنای باز می‌کنیم:

$$\log_{12} 6 = \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{\log 3 + \log 2}{\log 3 + 2 \log 2}$$

صورت و مخرج کسر بالا را بر $\log 2$ تقسیم می‌کنیم.

$$\Rightarrow \log_{12} 6 = \frac{\log_2 3 + 1}{\log_2 3 + 2} = \frac{k+1}{k+2}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه ۸۶)

(شاهین پروازی)

۱۱- گزینه «۲»

پس از رنگ‌آمیزی کامل هر صفحه $0/98$ طول مداد باقی می‌ماند، بنابراین پس از n صفحه طول باقی‌مانده مداد $(0/98)^n$ خواهد بود. ما باید نامعادله $0/6 \leq (0/98)^n$ را حل کنیم. از طرفین در مبنای 10 لگاریتم می‌گیریم:

$$n \log 0/98 \leq \log 0/6$$

$$\Rightarrow n(\log 2 + 2 \log 7 - 2) \leq \log 2 + \log 3 - 1$$

$$\Rightarrow n \geq \frac{1 - (\log 2 + \log 3)}{2 - (\log 2 + 2 \log 7)}$$

حال مقادیر تقریبی را جای گذاری می‌کنیم:

$$n \geq \frac{1 - 0/77}{2 - 1/99} = \frac{0/23}{0/01} = 23$$

پس حداقل ۲۳ صفحه را باید کامل رنگ‌آمیزی کنیم.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹ و ۸۶)

(پویانیش نیکنام)

۱۲- گزینه «۲»

دامنه تابع f بازه $(-\frac{1}{5}, +\infty)$ است. پس $x = -\frac{1}{5}$ ریشه عبارت $bx+1$ است.

$$\Rightarrow b(-\frac{1}{5}) + 1 = 0 \Rightarrow b = 5$$

از طرفی نقطه $(3, 1)$ روی نمودار تابع قرار دارد:

$$f(3) = a + \log_5(5 \times 3 + 1) = a + \log_5 16 = a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$$

پس ضابطه تابع g به صورت زیر خواهد بود:

$$g(x) = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - x\right) f\left(\frac{x}{2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - x\right) (\log_5\left(\frac{5}{2}x + 1\right) - 1)}$$

جدول تعیین علامت را برای عبارت زیر رادیکال می‌نویسیم:

	$-\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{2}$	
$\frac{5}{2} - x$		+	+	-
$\log_5\left(\frac{5}{2}x + 1\right) - 1$		-	0	+
$p(x)$		-	0	+

برای این که از نمودار تابع g به نمودار تابع $f \circ g$ برسیم، کافی است آن را 3 واحد به چپ و یک واحد به پایین منتقل کنیم:

$$g(x) = \sqrt{7-x} + 2 \quad \begin{matrix} x \rightarrow (x+3) \\ y \rightarrow y-1 \end{matrix}$$

$$g(x+3) - 1 = (\sqrt{7-(x+3)} + 2) - 1 = \sqrt{4-x} + 1 = (f \circ g)(x)$$

دقت کنید در این سؤال دامنه توابع مشکلی برای ما ایجاد نمی‌کنند.

(حسابان ۱ و ۲- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶ و ۱ تا ۱۲)

(کامیار علییون)

۸- گزینه «۳»

دامنه تابع g مجموعه اعداد حقیقی است، پس دامنه $g \circ f$ همان دامنه تابع f یعنی بازه $[-2, 2]$ است. برد تابع f نیز بازه $[0, 2]$ است. حال برای محاسبه برد تابع $g \circ f$ ، برد تابع g را با دامنه $[0, 2]$ حساب می‌کنیم. در این بازه ضابطه‌های g را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$g(x) = \begin{cases} -3x & ; 0 \leq x < \frac{3}{2} \\ -3x+1 & ; \frac{3}{2} \leq x \leq 2 \end{cases}$$

برد ضابطه‌های بالا به ترتیب $R_1 = (-\frac{9}{2}, 0]$ و $R_2 = [-5, -\frac{7}{2}]$ است. در نتیجه برد تابع $g \circ f$ برابر اجتماع این دو یعنی $R_1 \cup R_2 = [-5, 0]$ است. این بازه شامل ۶ عدد صحیح است.

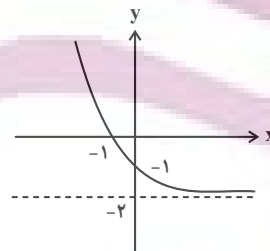
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(علیرضا نراف‌زاده)

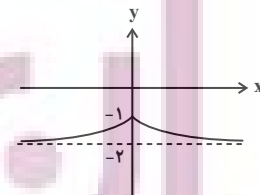
۹- گزینه «۴»

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم. برای رسم آن ابتدا نمودار

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2$$



و سپس به جای بخش $x < 0$ آن، قرینه بخش $x \geq 0$ را نسبت به محور y ها قرار می‌دهیم.



برای این که خط $y = k$ نمودار تابع بالا را در دو نقطه قطع کند، k باید در حدود $(-2, -1)$ تغییر کند.

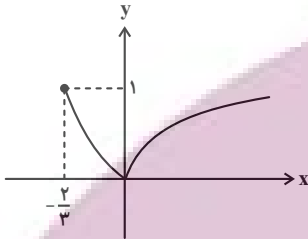
(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

دامنه تابع h همان دامنه توابع f و g است:

$$D_f : \begin{cases} x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1 + \log_3(x+1) \geq 0 \Rightarrow x+1 \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس $D_h = [-\frac{2}{3}, +\infty)$ است. نمودار تابع h در شکل زیر رسم شده

است:



این تابع روی بازه $(0, +\infty)$ و هر زیرمجموعه از آن اکیداً صعودی است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۶- گزینه «۲» (عادل مسینی)

تابع h اکیداً صعودی است و تابع k غیر یک‌به‌یک است. در تابع f ضریب

$[-x^2] + \frac{1}{4}$ که شیب پاره‌خطها را مشخص می‌کند همواره منفی (البته به جز

در $x=0$) است. پس این تابع یک‌به‌یک و اکیداً نزولی است. اما در تابع g

شیب خطها به ازای $1 \leq x \leq -1$ مثبت است و در غیر از این نقاط منفی. پس

تابع g غیر یکتوا است.

این نکته هم لازم به ذکر است که با رسم چند بازه از نمودارهای f و g یک

به‌یک بودن آن ثابت می‌شود.

(مسئله ۱ و ۲- تابع: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ و ۱۵ تا ۱۸)

۱۷- گزینه «۲» (سعید تن‌آرا)

تابع f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی است و بر همین اساس دامنه تابع g را حساب

می‌کنیم.

$$f(x^2) - f(x+2) > 0 \Rightarrow f(x^2) > f(x+2)$$

$$\xrightarrow{\text{f اکیداً نزولی}} x^2 < x+2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 2$$

پس دامنه تابع g بازه $D_g = (-1, 2)$ است و هدف سؤال یافتن تابعی

است که روی این بازه اکیداً یکتوا باشد.

پس دامنه تابع g بازه $[\frac{5}{2}, \frac{6}{5}]$ است که این بازه فقط یک عدد صحیح را

شامل می‌شود.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۳- گزینه «۲» (علیرضا نراف‌زاده)

در ابتدا باید بگوییم محدوده قابل قبول برای x بازه $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ است.

حال با ساده کردن معادله داریم:

$$\log \frac{3x+7}{4x+2} = \log(3x+1)$$

$$\Rightarrow \frac{3x+7}{4x+2} = 3x+1 \Rightarrow 3x+7 = 12x^2 + 10x + 2$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 7x - 5 = 0$$

جواب‌های معادله بالا -1 و $\frac{5}{12}$ هستند که فقط $x = \frac{5}{12}$ در دامنه

$(-\frac{1}{3}, +\infty)$ قرار دارد.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۴- گزینه «۱» (سعید علیرزاده)

ابتدا ضابطه تابع f را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & ; x \leq 1 \\ -3x+3 & ; 1 \leq x \leq 2 \\ -x-1 & ; x > 2 \end{cases}$$

پس ضابطه‌های تابع $f+g$ به صورت زیر است:

$$(f+g)(x) = \begin{cases} x & ; x \leq 1 \\ -x+2 & ; 1 \leq x \leq 2 \\ x-2 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

این تابع فقط روی بازه $[1, 2]$ اکیداً نزولی است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۵- گزینه «۴» (یاسین سپهر)

$$f(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} - 1$$

$$g(x) = \sqrt{1 + \log_3(x+1)} + 1$$

پس ضابطه تابع $|f \cdot g|$ به صورت زیر است:

$$h(x) = |f(x) \times g(x)| = |\log_3(x+1)|$$

در شکل بالا نمودار تابع g را هم می‌بینید. برای این که f و g دو نقطه تقاطع داشته باشند، لازم است که $0 \leq g(2) < -2$ باشد:

$$\Rightarrow -2 < 2k \leq 0 \Rightarrow -\frac{2}{3} < k \leq 0$$

اما k نمی‌تواند صفر باشد، پس بازه قابل قبول $(-\frac{2}{3}, 0)$ است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۲- گزینه «۴» (عادل حسینی)

پیدا کردن ضابطه وارون تابع f فراتر از دبیرستان است، اما می‌توانیم وارون تابع g را پیدا کنیم. البته این نکته هم لازم به ذکر است که g ماهیتاً وارون‌ناپذیر است. اما چون می‌خواهیم معادله حل کنیم، g را به دو قسمت وارون‌پذیر تفکیک می‌کنیم و دو معادله حل می‌کنیم:

$$y = g(x) = \frac{-2x^2 - 4x + 3}{3} = \frac{-2(x+1)^2 + 5}{3}$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5-3y}{2}} - 1$$

پس دو تابع $y = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$ و $y = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$ را با نمودار

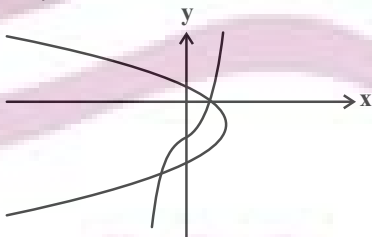
f قطع می‌دهیم. دقت کنید که اگر مختصات نقاط A و B را $A(\alpha_1, \beta_1)$ و $B(\alpha_2, \beta_2)$ در نظر بگیریم، با این کار ما β_1 و β_2 را پیدا می‌کنیم.

حال داریم:

$$x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \quad (1)$$

$$x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \quad (2)$$

نمودارهای این توابع به صورت حدودی در شکل زیر رسم شده‌اند.



این یعنی هر کدام از معادله‌های (۱) و (۲) فقط یک جواب دارند.

اعداد احتمالی صفر، ± 1 ، ± 2 ، و ... را بررسی می‌کنیم و می‌بینیم که $x = 1$ در معادله (۱) و $x = -1$ در معادله (۲) صدق می‌کند. پس $\beta_1 = 1$ و $\beta_2 = -1$ است. با جای‌گذاری β_1 و β_2 به ترتیب در ضابطه‌های

$$y = \sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1 \quad \text{و} \quad y = -\sqrt{\frac{5-3x}{2}} - 1$$

به دست می‌آید. پس $\alpha_1 + \alpha_2 = -3$ است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

رأس سهمی $y = (x-1)^2$ در بازه D_g قرار می‌گیرد، پس این تابع روی این بازه غیریکتوا است. تابع $y = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ روی بازه $(-1, 0)$ تعریف نشده است و تابع $y = x + \sqrt{2-x}$ هم غیریکتوا است؛ زیرا نقاط $(1, 2)$ و $(2, 2)$ روی آن یکتوایی را زیر سؤال می‌برد.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۸- گزینه «۴» (علی سلامت)

صفرهای تابع f مقادیر α و β هستند که مجموع آن‌ها برابر -10 است. صفرهای تابع g نیز جواب‌های معادله‌های $\alpha, \beta, \frac{x}{k} - 2k = \alpha, \beta$ هستند، پس داریم:

$$\frac{x_1}{k} - 2k = \alpha, \quad \frac{x_2}{k} - 2k = \beta$$

$$\xrightarrow{\alpha + \beta = -10} \frac{x_1 + x_2}{k} - 6k = \alpha + \beta = -10$$

$x_1 + x_2$ برابر مجموع صفرهای تابع g است که آن را 4 در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow \frac{4}{k} - 6k = -10 \Rightarrow 4 - 6k^2 = -10k$$

$$\Rightarrow 3k^2 - 5k - 2 = (k-2)(3k+1) = 0$$

$$\Rightarrow k = 2 \quad \text{یا} \quad -\frac{1}{3}$$

که فقط مقدار $-\frac{1}{3}$ در گزینه‌ها موجود است.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

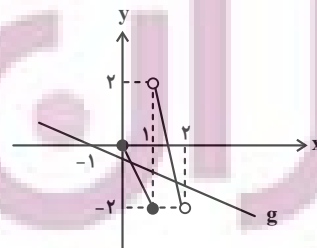
۱۹- گزینه «۱» (مسعود برملا)

ابتدا ضابطه تابع g را می‌سازیم:

$$y = x \xrightarrow{\text{تقسیم طول نقاط بر } k} y = kx$$

$$\xrightarrow{\text{انتقال یک واحد به چپ}} g(x) = k(x+1)$$

برای رسم نمودار تابع f نیز، طول نقاط روی نمودار داده شده را بر (-2) تقسیم می‌کنیم و سپس نمودار حاصل را یک واحد به راست می‌بریم. داریم:



هندسه ۳

-۲۱ گزینه «۲»

(ممر سمت کار)

درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس ABC برابر است با:(ستون j ام C) (سطر i ام A)بنابراین درایه سطر دوم و ستون سوم ماتریس A^3 برابر است با:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -3 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$= 6 + 6 + 3 = 15$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

-۲۲ گزینه «۳»

(ممر سمت کار)

ماتریس‌های B و C ماتریس‌هایی تعویض‌پذیر هستند. بنابراین:

$$BC = CB = 2I$$

$$(AC + C)(BA + 2B) = ACBA + 2ACB + CBA + 2CB$$

$$= A(2I)A + 2A(2I) + (2I)A + 2(2I)$$

$$= 2A^2 + 4A + 2A + 4I = 2A^2 + 6A + 4I$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2A^2 + 6A + 4I = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

-۲۳ گزینه «۳»

(ممر سمت کار)

$$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 - AB - BA + B^2$$

$$\Rightarrow AB + BA = A^2 + B^2 - (A - B)^2$$

$$(A - B)^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 11 & 8 \\ 20 & 19 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20 & 14 \\ -1 & 22 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

-۲۴ گزینه «۴»

(یوار ترکمن)

$$A - A^2 = I \Rightarrow A^2 - A + I = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{(A+I)} (A+I)(A^2 - A + I) = \bar{O}$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد چاق و لاغر}} A^3 + I = \bar{O} \Rightarrow A^3 = -I$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 99} A^{99} = -I \xrightarrow{A^2 \times} A^{101} = -A^2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

-۲۵ گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^{10} - A^9 = (A^2)^5 - (A^2)^4 \times A = I^5 - I^4 \times A$$

$$= I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & -(a+1) \\ a-1 & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a & a+1 \\ 1-a & a+1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

-۲۶ گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

ابتدا درایه‌های ماتریس A را به دست می‌آوریم و سپس توان‌های بالاتر آن

را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = 2A$$

-۲۷ گزینه «۱»

(ممر سمت کار)

پسندیدم این آزمون را

$$\Rightarrow [ra_{ij}] = \bar{O} \Rightarrow ra_{ij} = 0 \Rightarrow r = 0 \text{ یا } a_{ij} = 0$$

$$\Rightarrow r = 0 \text{ یا } [a_{ij}] = \bar{O}$$

$$\Rightarrow r = 0 \text{ یا } A = \bar{O}$$

(۳) این رابطه در حالت کلی نادرست است، زیرا:

$$(AB)^T = (AB)(AB)$$

تذکر: اگر A و B تعویض پذیر باشند، این رابطه صحیح است.

(۴) جمع ماتریس با عدد معنی ندارد، بلکه معادل درست این فاکتورگیری به صورت زیر است:

$$A^T + 3A = A(A + 3I) = (A + 3I)A$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۲۹- گزینه «۱» (امیرمسین ابومصوب)

ابتدا حاصل ضرب AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & c & -2 \\ -1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & 0 \\ -b & a+3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a+3c+2b & b-2a-6 \\ -a+15-4b & -b+4a+12 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن برابر یکدیگر و درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر هستند، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} b-2a-6=0 \\ -a+15-4b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=-6 \\ a+4b=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \end{cases}$$

$$a+3c+2b = -b+4a+12 \Rightarrow 3c = 3a-3b+12$$

$$\xrightarrow{a=-1, b=4} 3c = 3(-1) - 3(4) + 12 = -3 \Rightarrow c = -1$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۳۰- گزینه «۴» (افشین قاضی‌فان)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} 1 & n & \frac{n(n+1)}{2} \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{10} = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 55 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها = ۷۸

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

$$\Rightarrow A^n = 2^{n-1}A \Rightarrow A^{20} = 2^{19}A = \begin{bmatrix} 2^{19} & -2^{19} \\ -2^{19} & 2^{19} \end{bmatrix}$$

A حاصل ضرب درایه‌های 2^{19}

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۷- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

برای آن که حجم محاسبات کاهش پیدا کند، از ماتریس A فاکتور می‌گیریم تا به جای دو بار عمل ضرب ماتریس‌های 3×3 در یکدیگر، یک بار این عمل را انجام دهیم. خواهیم دید، اوضاع از این هم بهتر است:

$$2A^2 + 3AB = A(2A + 3B)$$

اما:

$$2A + 3B = \begin{bmatrix} 6 & 6 & -6 \\ 12 & 0 & 1 \\ -12 & -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -6 & 6 \\ -12 & 6 & -1 \\ 12 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A + 3B = 6I$$

در نتیجه داریم:

$$2A^2 + 3AB + 9B = A(2A + 3B) + 9B = A \times 6I + 9B$$

$$= 6A + 9B = 3(2A + 3B) = 3 \times 6I = 18I = \begin{bmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3 \times 18 = 54$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

۲۸- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(۱) نادرستی این رابطه را می‌توان با مثال نقض نشان داد:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \neq \bar{O}, B \neq \bar{O}, AB = \bar{O}$$

(۲) درستی این رابطه را اثبات می‌کنیم:

$$A = [a_{ij}] \Rightarrow rA = [ra_{ij}]$$

ریاضیات گسسته

گزینه «۱» - ۳۱

(ممر صحت کار)

$$\begin{cases} a | 2n - 3 \Rightarrow a | (2n - 3)(2n + 3) \Rightarrow a | 4n^2 - 9 \\ a | n^2 + 2 \Rightarrow a | 4n^2 + 8 \end{cases}$$

بنابراین:

$$a | (4n^2 + 8) - (4n^2 - 9) \Rightarrow a | 17 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 17$$

با توجه به این که براساس فرض مسئله $a \neq 1$ است، پس a فقط می‌تواند عدد ۱۷ باشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۴» - ۳۲

(ممر صحت کار)

با در نظر گرفتن این که $64 = 2^6$ ، $81 = 3^4$ و $125 = 5^3$ نتیجه می‌گیریم اعدادی نسبت به هر سه عدد اول هستند که نه عامل ۲ داشته باشند، نه عامل ۳ و نه عامل ۵. در این شرایط کوچک‌ترین عدد دو رقمی مرکب عدد $7^2 = 49$ و بزرگ‌ترین عدد $7 \times 13 = 91$ است. پس جواب تست برابر است با:

$$91 - 49 = 42$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

گزینه «۲» - ۳۳

(ممر صحت کار)

$$3x^2 - 2 = xy + 2y \Rightarrow 3x^2 - 2 = y(x + 2) \Rightarrow y = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$$

برای آن که به ازای اعداد صحیح مانند x ، اعدادی صحیح مانند y داشته باشیم باید صورت کسر بر مخرجش بخش‌پذیر باشد. به عبارت دیگر:

$$x + 2 | 3x^2 - 2$$

برای یافتن جواب‌های این مسئله می‌توانیم به دو روش زیر عمل کنیم:

روش اول:

$$\begin{cases} x + 2 | 3x^2 - 2 \\ x + 2 | x + 2 \Rightarrow x + 2 | 3x^2 + 6x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + 2 | (3x^2 + 6x) - (3x^2 - 2) \Rightarrow x + 2 | 6x + 2$$

بنابراین:

$$\begin{cases} x + 2 | 6x + 2 \\ x + 2 | x + 2 \Rightarrow x + 2 | 6x + 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + 2 | (6x + 12) - (6x + 2) \Rightarrow x + 2 | 10$$

حالا با توجه به شمارنده‌های عدد ۱۰ باید ابتدا x ها را پیدا کنیم و سپس باقرار دادن این مقادیر در معادله $y = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$ ، مقادیر y را به دست

آوریم. فقط باید دقت کنیم که نقاط مورد نظر باید در ناحیه دوم دستگاه

مختصات باشند. به عبارت دیگر باید x عددی منفی و y عددی مثبت

باشد:

$x + 2$	-۱	۱	-۲	۲	-۵	۵	-۱۰	۱۰
x	-۳	-۱	-۴	۰	-۷	۳	-۱۲	۸
y	-۲۵	۱	-۲۳	\times	-۲۹	\times	-۴۳	\times

با توجه به محاسبات فوق فقط نقطه $(-1, 1)$ روی این منحنی و در ناحیه دوم دستگاه مختصات است.

روش دوم: برای یافتن جواب‌های صحیح معادله $y = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$ کافی است

که ریشه منخرج را در صورت کسر قرار دهیم:

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 3(-2)^2 - 2 = 10 \Rightarrow x + 2 | 10$$

بقیه محاسبات مشابه روش اول خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

گزینه «۲» - ۳۴

(مصطفی برداری)

$$a + b + \frac{1}{a + b} \geq 2$$

باید ثابت کنیم:

با استفاده از استدلال بازگشتی داریم:

$$a + b + \frac{1}{a + b} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{(a + b)^2 + 1}{a + b} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow (a + b)^2 + 1 \geq 2a + 2b$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab - 2a - 2b + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (a + b - 1)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۳۵- گزینه «۴»

(مصطفی درباری)

$$d \mid a, d \mid b \Rightarrow d \mid a+b \Rightarrow (a+b, d) = d$$

$$\begin{matrix} a \mid c \\ b \mid c \end{matrix} \Rightarrow ab \mid c^2 \Rightarrow [ab, c^2] = c^2$$

همچنین $d \mid c$ پس $d \mid c^2$ و در نتیجه $(d, c^2) = d$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۶- گزینه «۴»

(کیوان درباری)

فرض کنید عدد طبیعی d همزمان $10m + \alpha$ و $7m + 2$ را بشمارد. آن‌گاه:

$$\begin{cases} d \mid 10m + \alpha \\ d \mid 7m + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 70m + 7\alpha \\ d \mid 70m + 14 \end{cases} \Rightarrow d \mid 7\alpha - 14$$

از طرفی طبق فرض، d هیچ عامل اولی ندارد، بنابراین $d = 1$. بنابراین:

$$7\alpha - 14 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} 7\alpha - 14 = 1 \Rightarrow 7\alpha = 15 \Rightarrow \alpha = 3 \\ 7\alpha - 14 = -1 \Rightarrow 7\alpha = 13 \Rightarrow \alpha \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین $\alpha + 4 = 7$ بر ۷ بخش پذیر است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۷- گزینه «۱»

(کیوان درباری)

$$(8a + 6, 8a + 2) = 2(4a + 3, 4a + 1)$$

حال اگر $d' = (4a + 3, 4a + 1)$ ، آن‌گاه:

$$\begin{matrix} d' \mid 4a + 3 \\ d' \mid 4a + 1 \end{matrix} \Rightarrow d' \mid 2 \xrightarrow{<d'>} d' = 1 \text{ یا } 2$$

اما $d' = 2$ غیرقابل قبول است، زیرا $4a + 1$ عددی فرد است و داریم

$$4a + 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ بنابراین } d' = 1 \text{ و } d = 2d' = 2$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۳۸- گزینه «۴»

(کیوان درباری)

$$\begin{cases} 5 \mid 2a + 3b + k - \frac{x^2}{5} \Rightarrow 5 \mid 6a + 9b + 3k \\ 5 \mid 3a + 2b + 1 - \frac{x^2}{5} \Rightarrow 5 \mid 6a + 4b + 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 5 \mid 5b + 3k - 2$$

اما $5 \mid 5b$ بنابراین: $5 \mid 3k - 2$ و در بین گزینه‌ها کوچک‌ترین مقدار طبیعی k برابر با ۴ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۳۹- گزینه «۳»

(فرزاد یواری)

بررسی گزاره‌ها:

الف) $a = 2$ و $b = -2$ مثال نقض می‌باشد.ب) گزاره شرطی (ب) زمانی برقرار است که $b \neq 0$ باشد. زیرا اگر $b = 0$ نمی‌توان گفت الزاماً: $|a| \leq |b|$ مثال نقض عبارتست از مثلاً $a = 2$ و $b = 0$ ، ملاحظه می‌شود که $2 \mid 0$ اما $0 \nmid 2$.ج) عکس گزاره قسمت (ج) درست است. اما خود گزاره (ج) درست نمی‌باشد. (کافی است $a = 5$ و $b = 17$ و $c = 2$ گرفته شود.)

$$5 \mid 17 - 2$$

اما $5 \nmid 17$ و $5 \nmid 2$.

د) گزاره (د) درست می‌باشد و مثال نقض ندارد.

(هر عدد اول مانند P نسبت به همه اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش اول است.) پس در کل سه مورد از چهار گزاره بالا با مثال نقض رد می‌شوند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

۴۰- گزینه «۲»

(یواری ترکمن)

$$7 \mid 5n + 3 \xrightarrow{\times 7} 49 \mid 35n + 21$$

$$7 \mid 5n + 3 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 49 \mid 25n^2 + 30n + 9$$

طرف دوم این دو رابطه را جمع می‌زنیم:

$$49 \mid 25n^2 + 65n + 30$$

$$\begin{cases} 49 \mid 25n^2 + mn + 30 \\ 49 \mid 25n^2 + 65n + 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 49 \mid (m - 65)n \Rightarrow 49 \mid m - 65 \Rightarrow m - 65 = 49q$$

$$\Rightarrow m = 49q + 65$$

به ازای $q = 1$ کوچک‌ترین عدد سه رقمی مانند m به دست می‌آید:

$$q = 1 \Rightarrow m = 49 + 65 = 114$$

مجموع ارقام این عدد برابر ۶ است.

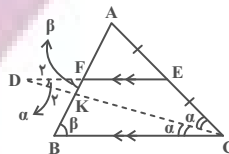
تذکر: چون $7 \mid 5n + 3$ ، پس $7 \mid n$ ، یعنی n فاقد عامل ۷ است. بنابراین رابطه $49 \mid (m - 65)n$ تنها در صورتی برقرار است که $49 \mid m - 65$.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۱»

(بوار ترکمن)



$$\begin{cases} DE \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب } DC} \hat{D} = \hat{C} = \alpha \\ DE \parallel BC \xrightarrow{\text{مورب } FB} \hat{F} = \hat{B} = \beta \end{cases}$$

پس دو مثلث DFK و CBK به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{DF}{CB} = \frac{FK}{BK} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{FK}{2} \Rightarrow FK = 1$$

از طرفی FE || BC و E وسط ضلع AC است، پس F نیز وسط ضلع AB خواهد بود.

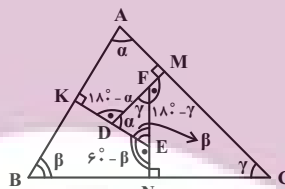
$$AF = BF = BK + FK = 2 + 1 = 3$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴۲- گزینه «۳»

(بوار ترکمن)

می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی برابر با 360° است. اگر زاویه‌های داخلی مثلث ABC را $\hat{A} = \alpha$ ، $\hat{B} = \beta$ و $\hat{C} = \gamma$ بنامیم، داریم:



$$AMDK : \hat{M} + \hat{K} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - \alpha$$

$$\xrightarrow{\text{مکمل}} \hat{FDE} = \alpha$$

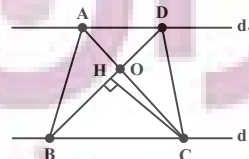
به همین ترتیب در دو چهارضلعی BKEN و CMFN، نتیجه می‌گیریم که $\hat{DEF} = \beta$ و $\hat{EFD} = \gamma$ (به حالت ز) متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} \Rightarrow \frac{EF}{12} = \frac{4}{15} \Rightarrow EF = 3/2$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴۳- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)



$$S_{ABC} = S_{DBC} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times CH \times BD = \frac{1}{2} \times 4 \times BD$$

$$\Rightarrow BD = 10$$

$$DB = BO + OD = 10 \Rightarrow OB + 4 = 10 \Rightarrow OB = 6$$

$$S_{BOC} = \frac{CH \times BO}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12$$

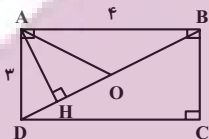
$$\Delta ADO \sim \Delta BOC \Rightarrow \frac{S_{ADO}}{S_{BOC}} = \left(\frac{OD}{OB}\right)^2 = \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow S_{ADO} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۴۴- گزینه «۳»

(اسحاق اسفندیار)



$$BD^2 = AD^2 + AB^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BD = 5$$

$$AD^2 = DH \times DB \Rightarrow 9 = DH \times 5 \Rightarrow DH = 9/5$$

$$DO = 2/5$$

$$HO = DO - DH = 2/5 - 9/5 = -1/1 = 0/1$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴۵- گزینه «۱»

(هومن عقیلی)

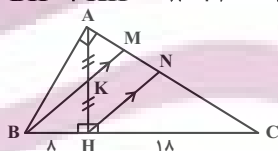
می‌دانیم $AH^2 = BH \times CH = 144$ ، پس $AH = 12$ ، یعنی

$AH = 12$ و در نتیجه $AK = KH = 6$. از H پاره‌خط HN را

موازی BM رسم می‌کنیم، یعنی $HN \parallel BM$

همچنین داریم:

$$\Delta BKH : BK^2 = BH^2 + KH^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow BK = 10$$



$$KM = x \Rightarrow HN = 2x$$

$$\Delta BMC : HN \parallel BM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{2x}{x+10} = \frac{18}{26}$$

$$\Rightarrow 52x = 18x + 180 \Rightarrow x = MK = \frac{90}{17}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴۶- گزینه «۳»

(هومن عقیلی)

ارتفاع و میانه وارد بر وتر را رسم می‌کنیم. می‌دانیم میانه وارد بر وتر، نصف وتر است. یعنی $AM = MB = 4$ و $\hat{A}_1 = 22/5^\circ$ در نتیجه

$\hat{M}_1 = 45^\circ$ پس $AH = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2}$ و می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه $AB \times AC = AH \times BC$ پس $AB \times AC = 16\sqrt{2}$.

(امیرمسین ابومصوب)

۴۹- گزینه «۲»

تعداد قطرهای یک n ضلعی از رابطه $\frac{n(n-3)}{2}$ به دست می آید، بنابراین

داریم:

$$\frac{(n+3) \times n}{2} = 2 \times \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow n+3 = 2(n-3)$$

$$\Rightarrow n+3 = 2n-6 \Rightarrow n=9$$

اندازه هر زاویه خارجی یک n ضلعی منتظم برابر $\frac{360^\circ}{n}$ است، پس داریم:

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی } 9 = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$

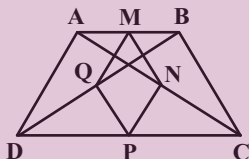
(هنرسه ۱- هندسه ضلعی ها: صفحه ۵۵)

(پواد ماتمی)

۵۰- گزینه «۲»

در مثلث ABC ، نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع AB و AC

هستند، یعنی داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

$$\xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$$

به دلیل مشابه در مثلث های ADC ، ABD و BDC ، به ترتیب

$$NP = \frac{1}{2} AD, PQ = \frac{1}{2} BC, MQ = \frac{1}{2} AD$$

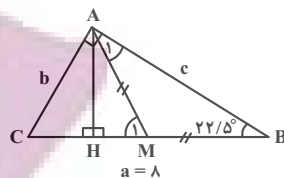
داریم:

$$\text{محیط } MNPQ = MN + NP + PQ + MQ$$

$$= \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD + \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AD$$

$$= AD + BC = 2 \times 3 = 6$$

(هنرسه ۱- هندسه ضلعی ها: صفحه های ۶۱ تا ۶۴)

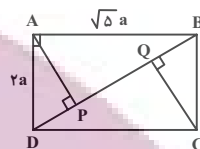


(هنرسه ۱- هندسه ضلعی ها: صفحه های ۶۰ و ۶۴)

۴۷- گزینه «۴»

(اخشین فاضلهان)

طبق قضیه فیثاغورس:



$$DB^2 = \Delta a^2 + 4a^2 = 9a^2 \Rightarrow DB = 3a$$

در مثلث قائم الزاویه ABD از رأس قائم A عمودی بر وتر BD رسم شده است. بنابراین خواهیم داشت:

$$AD^2 = DP \cdot DB \Rightarrow 4a^2 = DP \cdot 3a \Rightarrow DP = \frac{4}{3} a$$

به طریق مشابه $BQ = \frac{4}{3} a$ ، بنابراین:

$$PQ = 3a - 2\left(\frac{4}{3} a\right) = \frac{1}{3} a \Rightarrow \frac{AD}{PQ} = \frac{2a}{\frac{1}{3} a} = 6$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۳۱ و ۳۲)

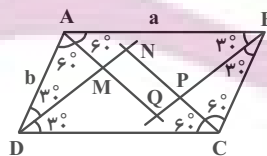
(اخشین فاضلهان)

۴۸- گزینه «۴»

با توجه به معلومات مسئله و تعریف متوازی الاضلاع، شکل را کامل می کنیم.

می دانیم در یک مثلث قائم الزاویه، ضلع مقابل به زاویه 30° نصف وتر و ضلع

مقابل به زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است:



$$AQ = \frac{a}{2}, AM = \frac{b}{2} \Rightarrow MQ = AQ - AM = \frac{a-b}{2}$$

$$DN = \frac{\sqrt{3}}{2} a, DM = \frac{\sqrt{3}}{2} b$$

$$\Rightarrow MN = DN - DM = \frac{\sqrt{3}}{2} (a-b)$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{MQ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} (a-b)}{\frac{1}{2} (a-b)} = \sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه ضلعی ها: صفحه های ۶۰ و ۶۴)



هندسه ۲

گزینه «۴» -۵۱

(فرزانه فاکپاش)

ترکیب دو دوران متوالی به مرکز O و زاویه 90° در جهت ساعتگرد، یک دوران با زاویه 180° است. دوران تنها در صورتی تبدیل همانی است که زاویه دوران مضربی از 360° باشد و در غیر این صورت موقعیت نقطه در صفحه تغییر می‌کند. در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» ترکیب دو تبدیل هندسی مشخص شده، یک تبدیل همانی است.

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۴۹)

گزینه «۱» -۵۲

(امیرمسین ابومیبوب)

می‌دانیم در یک تجانس به نسبت k ، طول پاره‌خطها $|k|$ برابر و اندازه مساحت‌ها k^2 برابر می‌شود. طول هر ضلع مربعی به طول قطر $\sqrt{2}$ برابر ۱ است. اگر S و S' به ترتیب مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع ۴ و مساحت مثلث تبدیل یافته آن تحت این تجانس باشند، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{S'}{S} = k^2 \Rightarrow \frac{S'}{4\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow S' = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

گزینه «۳» -۵۳

(امیرمسین ابومیبوب)

ترکیب دو انتقال با بردارهای \vec{v}_1 و \vec{v}_2 ، انتقالی با بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ است. مطابق شکل داریم:

$$\vec{DO} = \vec{OB} \Rightarrow \vec{AO} + \vec{DO} = \vec{AO} + \vec{OB} = \vec{AB}$$

بنابراین کافی است با برداری هم‌اندازه و خلاف جهت \vec{AB} ، انتقال را انجام دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ بر $ABCD$ منطبق گردد که در بین گزینه‌ها، تنها بردار \vec{CD} دارای این ویژگی است، یعنی داریم:

$$\vec{CD} = \vec{BA} = -\vec{AB}$$

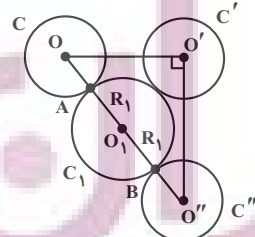
(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۰ و ۴۱)

گزینه «۲» -۵۴

(فرزانه فاکپاش)

دوران تبدیلی طولی است، بنابراین $O'O'' = OO' = 6$ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'O''$ داریم:

$$OO''^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2 \Rightarrow OO'' = 6\sqrt{2}$$



مطابق شکل C_1 کوچک‌ترین دایره‌ای است که بر هر دو دایره C و C'' مماس است. شعاع دایره‌های C و C'' برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$AB = OO'' - (OA + O''B) = 6\sqrt{2} - 2 \times 2$$

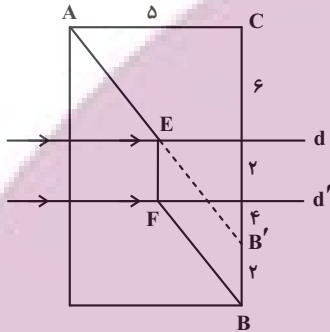
$$\Rightarrow 2R_1 = 6\sqrt{2} - 4 \Rightarrow R_1 = 3\sqrt{2} - 2$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

گزینه «۳» -۵۵

(امیرمسین ابومیبوب)

ابتدا نقطه B را ۲ واحد (به اندازه فاصله بین d و d') به طرف بالا انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید. سپس از B' به A وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه E قطع کند و از خط d' عمود رسم می‌کنیم تا آن را در نقطه F قطع نماید. مسیر $AEFB$ کوتاه‌ترین مسیر ممکن مطابق فرض سؤال است که طول آن برابر $AB' + B'B$ است.



$$\Delta ACB': AB'^2 = AC^2 + CB'^2 = 5^2 + 1^2 = 169$$

$$\Rightarrow AB' = 13$$

$$AB' + B'B = 13 + 2 = 15$$

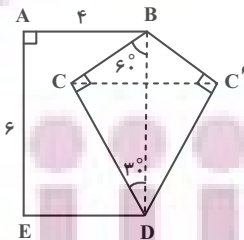
(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۵)

گزینه «۲» -۵۶

(فرزانه فاکپاش)

برای افزایش مساحت این قطعه زمین بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع پنج‌ضلعی $ABCDE$ ، کافی است بازتاب نقطه C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به دست آوریم. اگر بازتاب یافته نقطه C را C' بنامیم، آن‌گاه دو مثلث BCD و $BC'D$ هم‌نهشت هستند. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع روبه‌رو به زوایای 30° و 60° به

ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، پس مطابق شکل داریم:



$$BC = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$DC = \frac{\sqrt{3}}{2} BD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

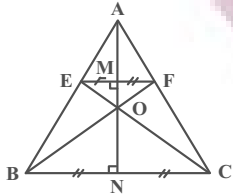
$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$



(هومن عقیلی)

۵۹- گزینه «۲»

مطابق شکل A مرکز تجانس مستقیم و O مرکز تجانس معکوس است و نقاط A, O و M روی عمودمنصف‌های دو پاره خط EF و BC قرار دارند.



$$\triangle OEF \sim \triangle OBC \Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{4}$$

$$\text{میانۀ AN} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$\text{میانۀ AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow MN = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM + ON = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$ON = 4OM$$

$$\Rightarrow OM + 4OM = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM = \frac{3\sqrt{3}}{10}$$

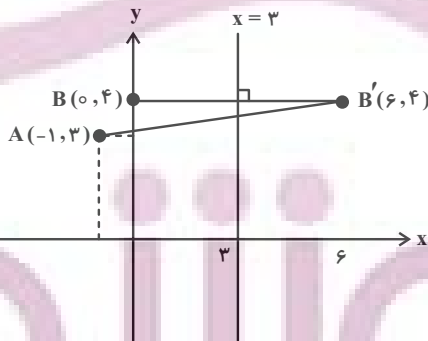
$$\Rightarrow OA = \frac{3\sqrt{3}}{10} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4\sqrt{3}}{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۵۱)

(هومن عقیلی)

۶۰- گزینه «۱»

نقطه C(۳, a) روی خط x=۳ حرکت می‌کند. طبق مسئله هر دو نقطه C را روی خط x=۳ باید طوری بیابیم که CA+CB کمترین باشد. برای این منظور بازتاب نقطه B را نسبت به خط x=۳ به دست می‌آوریم (نقطه B'(۶, ۴) و آن را به A وصل می‌کنیم تا خط d رادر نقطه C قطع کند.



$$m_{AB'} = \frac{4-3}{6+1} = \frac{1}{7} \Rightarrow AB': y-3 = \frac{1}{7}(x+1)$$

$$x=3 \Rightarrow y = \frac{4}{7} + 3 = \frac{25}{7} \Rightarrow a = \frac{25}{7}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۵۳)

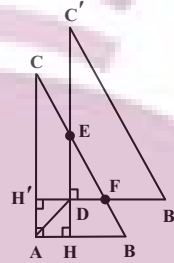
$$2S_{BCD} = 2 \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

(اسحاق اسفندیار)

۵۷- گزینه «۴»

نقطه همرسی نیمسازها در مثلث از سه ضلع به یک فاصله است و این فاصله برابر شعاع دایره محاطی داخلی مثلث است.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$\text{شعاع دایره محاطی داخلی: } r = DH = DH' = \frac{S}{P}$$

$$= \frac{6 \times 8}{6 + 8 + 10} = \frac{48}{24} = 2$$

از طرفی چهارضلعی DHAH' مربع است.

$$(\hat{A} = \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ, DH = DH')$$

$$AD = \sqrt{2}DH = \sqrt{2}(2) = 2\sqrt{2}$$

طول بردار انتقال $2\sqrt{2}$ است.

$$\triangle ABC: HE \parallel AC \Rightarrow \frac{HE}{AC} = \frac{HB}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{2+DE}{8} = \frac{6-2}{6} \Rightarrow 2+DE = \frac{16}{3} \Rightarrow DE = \frac{10}{3}$$

$$\triangle ABC: H'F \parallel AB \Rightarrow \frac{H'F}{AB} = \frac{H'C}{AC} \Rightarrow \frac{2+DF}{6} = \frac{8-2}{8}$$

$$2+DF = \frac{9}{2} \Rightarrow DF = \frac{5}{2}$$

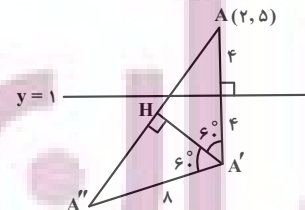
$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE \times DF = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{6}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(اسحاق اسفندیار)

۵۸- گزینه «۱»

فاصله نقطه A تا خط d برابر با ۴ است. بنابراین اندازه پاره خط‌های A'A'' و A'A (شعاع دوران) برابر با ۸ خواهد بود. با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\triangle A'HA'': \sin 60^\circ = \frac{A''H}{8} \Rightarrow A''H = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$AA'' = AH + A''H = 2A''H = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

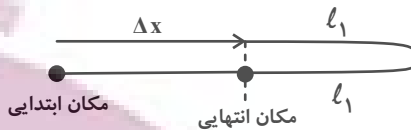
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

فیزیک ۳

گزینه «۴» - ۶۱

(معمومه شریعت نامبری)

جابه‌جایی یعنی برداری که نقطه آغاز و پایان را به هم وصل می‌کند و مسافت طول مسیری است که متحرک طی می‌کند. جابه‌جایی برابر با Δx است و با توجه به شکل مسافت طی شده برابر است با:



مسافت: $l = |\Delta x| + l_1 + l_1 \xrightarrow{\text{باتوجه به صورت سؤال}} 5 \Rightarrow |\Delta x| = |\Delta x| + 2l_1$

$$4|\Delta x| = 2l_1 \Rightarrow l_1 = 2|\Delta x|$$

اولاً نقطه آغاز تا نقطه تغییر جهت

فاصله نقطه پایان تا نقطه تغییر جهت

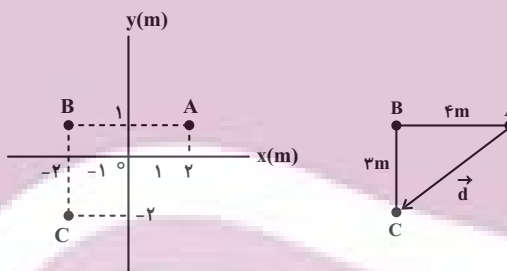
$$= \frac{\Delta x + l_1}{l_1} = \frac{\Delta x + 2\Delta x}{2\Delta x} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۳» - ۶۲

(مریم شیخ‌ممو)

با توجه به شکل زیر، مسافت طی شده توسط متحرک برابر $7m$ و جابه‌جایی آن برابر $5m$ است. بنابراین داریم:



$$d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ و } l = 4 + 3 = 7m$$

$$\frac{l}{d} = \frac{7}{5} = 1.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۱» - ۶۳

(مهم‌الکظم منشاری)

برای به دست آوردن سرعت متوسط باید از فرمول $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده کرد. حال با توجه به این که زمان هر حرکت در دسترس نیست می‌توانیم از

$$\text{فرمول } \Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}} \text{ زمان را محاسبه کرده و در مخرج کسر اول قرار دهیم:}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \frac{\Delta x_3}{v_3}} \quad \Delta x = d, \Delta x_1 = \frac{d}{3}$$

$$\Delta x_2 = \frac{d}{2}, \Delta x_3 = d - \frac{d}{3} - \frac{d}{2} = \frac{d}{6}$$

$$= \frac{d}{\frac{d}{3} + \frac{d}{2} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{2d}{6} + \frac{3d}{6} + \frac{d}{6}} = \frac{d}{\frac{6d}{6}} = \frac{d}{d} = 1 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

گزینه «۴» - ۶۴

(معمومه شریعت نامبری)

در نمودارهای خطی $x-t$ شیب خط ثابت است. بنابراین سرعت متحرک ثابت بوده و سرعت متوسط در تمام بازه‌های زمانی یکسان و با سرعت لحظه‌ای برابر است. نمودار در بازه‌های صفر تا $6s$ و $6s$ تا $9s$ خطی و شیب نمودار ثابت است. بنابراین سرعت متوسط در بازه صفر تا $6s$ با سرعت متوسط در بازه $3s$ تا $6s$ برابر است. بنابراین:

$$|v_{av}| = |v_{av}| = |v_{av}|$$

سه ثانیه دوم ۶s تا ۳s ۶s تا ۰

$$= \frac{|x_{6s} - x_0|}{6} = \frac{|x_{6s} - 0|}{6} = \frac{|x_{6s}|}{6}$$

$$|v_{av}| = |v_{av}| = \frac{|0 - x_6|}{3} = \frac{|x_6|}{3} \Rightarrow \frac{|x_{6s}|}{6} = \frac{1}{2} \frac{|x_{6s}|}{3}$$

سه ثانیه سوم ۹s تا ۶s

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

گزینه «۳» - ۶۵

(زهرا آقاممدری)

به بررسی عبارت‌های داده شده می‌پردازیم:

(الف) نادرست؛ جهت حرکت متحرک دو بار در لحظه‌های $1s$ و $3s$ عوض شده است.

(ب) نادرست؛ با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_0}{\Delta t} \quad x_5 > x_0 \rightarrow v_{av} > 0$$

(پ) درست؛ وقتی متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند جهت بردار مکان متحرک عوض می‌شود. پس جهت بردار مکان متحرک دو بار در لحظه‌های $2s$ و $4s$ عوض شده است.

(ت) درست؛ متحرک در بازه زمانی صفر تا $1s$ و $3s$ تا $5s$ (در مجموع $3s$) در جهت محور x حرکت کرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۶- گزینه «۲»

(علیرضا بیاری)

گام اول: با توجه به ویژگی‌های رأس سهمی، لحظه $t = \frac{1+5}{2} = 3s$ مربوط به مکان $x = -4m$ است. معادله سهمی را به صورت کلی زیر می‌نویسیم:

$$x = A(t - \alpha)(t - \beta) \quad \begin{matrix} \alpha=1s, \beta=5s \\ t=3s \Rightarrow x=-4m \end{matrix}$$

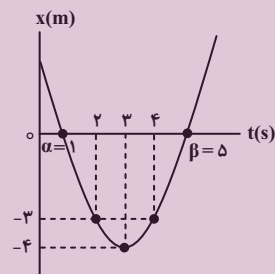
$$-4 = A(3-1)(3-5) \Rightarrow A = 1$$

گام دوم: معادله مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = (t-1)(t-5) \Rightarrow x = t^2 - 6t + 5$$

گام سوم: دو ثانیه دوم حرکت یعنی از $t = 2s$ تا $t = 4s$ ، مکان متحرک در این دو لحظه و تندی متوسط در این بازه زمانی را حساب می‌کنیم:

$$x = t^2 - 6t + 5 \Rightarrow \begin{cases} t=2s \rightarrow x = 2^2 - 6 \times 2 + 5 = -3m \\ t=4s \rightarrow x = 4^2 - 6 \times 4 + 5 = -3m \end{cases}$$



$$l = |-4 - (-3)| + |-3 - (-4)| = 1 + 1 = 2m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2}{4-2} = 1 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۷- گزینه «۳»

(عبراله فقه‌زاده)

می‌دانیم سرعت در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در آن لحظه است. بنابراین، با محاسبه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t و تعریف سرعت متوسط، x را می‌یابیم:

$$v_t = d = \text{شیب خط} = \frac{x-9}{t}$$

$$v_t = 2 \mid v_{av}(4t \text{ تا } 0) \mid \Rightarrow \frac{x-9}{t} = 2 \times \left| \frac{x_{4t} - x_0}{4t - 0} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{x-9}{t} = 2 \times \left| \frac{0-2}{4t} \right| \Rightarrow \frac{x-9}{t} = \frac{4}{4t}$$

$$\Rightarrow x-9=1 \Rightarrow x=10m$$

اکنون با داشتن x می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} v_{av}(t \text{ تا } 0) &= \frac{x_t - x_0}{t - 0} = \frac{10 - 2}{t} = -\frac{24}{10} = -2.4 \\ v_{av}(4t \text{ تا } t) &= \frac{x_{4t} - x_t}{4t - t} = \frac{-10}{3t} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۳ تا ۹)

۶۸- گزینه «۴»

(مریم شیخ‌ممو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست: مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |24 - 0| + |10 - 24| = 24 + 14 = 38m$$

(۲) درست: در لحظه $t = 7s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان که معرف سرعت متحرک است، منفی می‌باشد.

(۳) درست: در بازه زمانی $4s$ تا $6s$ که لحظه $t = 5s$ هم متعلق به این بازه زمانی است، حرکت شتابدار کندشونده می‌باشد (شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است). چون $v > 0$ است، لذا $a < 0$ خواهد بود.

(چون تفرع نمودار رو به پایین است، شتاب منفی است.)

(۴) نادرست: در بازه زمانی صفر تا $2s$ متحرک ساکن است. زیرا در این بازه زمانی سرعت (شیب خط مماس بر نمودار) صفر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۳ تا ۱۲)

۶۹- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

در لحظه $t = 2s$ که شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان صفر می‌باشد، سرعت متحرک صفر است. از طرف دیگر، چون در بازه زمانی صفر تا $4s$ تفرع نمودار $x-t$ به طرف پایین است، شتاب متوسط متحرک منفی است. بنابراین، با استفاده از رابطه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{v_{fs} - v_{rs}}{\Delta t} = \frac{a_{av} = -\frac{3m}{s^2}}{v_{rs} = 0, \Delta t = 4-2=2s}$$

$$-3 = \frac{v_{fs} - 0}{2} \Rightarrow v_{fs} = -6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فط، راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۷۰- گزینه «۴»

(مجتبی نگوئیان)

سرعت متوسط در نمودار مکان- زمان، برابر با شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه را به یکدیگر وصل می‌کند، پس در بازه زمانی صفر تا $4s$ داریم:

$$v_{20} = v_{10} = v, \quad v_0 = 0$$

$$v_{30} = v' = -\frac{3}{2}v$$

$$\left| \frac{a_{av}(0, 20)}{a_{av}(10, 30)} \right| = \left| \frac{v-0}{-\frac{3}{2}v-v} \right|$$

$$= \left| \frac{v}{-\frac{5}{2}v} \right| = 0.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

(فرضیه رسولی)

۷۲- گزینه «۳»

نکته ۱: علامت سرعت تعیین کننده جهت حرکت است.

نکته ۲: شیب نمودار سرعت- زمان برابر با شتاب حرکت است.

خودرو با سرعت اولیه منفی شروع به حرکت کرده و تا لحظه t_p سرعتش منفی است یعنی در جهت منفی محور X حرکت کرده است. در بازه صفر تا t_1 سرعت و شتاب هر دو منفی هستند و حرکت تندشونده در جهت منفی محور X است.

در بازه t_1 تا t_p سرعت منفی و شتاب مثبت است و حرکت کندشونده در جهت منفی محور X است.

در بازه t_p تا t_3 سرعت صفر شده و خودرو ساکن است اما در مورد این که در مکان مثبت یا منفی قرار دارد نمی‌توان اظهار نظر نمود.

در بازه t_3 تا t_4 سرعت و شتاب هر دو مثبت‌اند و حرکت تندشونده در جهت مثبت محور X است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

(فرضیه رسولی)

۷۳- گزینه «۱»

نکته ۱: شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب است.

نکته ۲: شتاب، آهنگ تغییر سرعت است.

بررسی موارد:

الف) درست؛ در بازه زمانی t_4 تا t_5 شیب نمودار سرعت- زمان صفر است، بنابراین حرکت یکنواخت خواهد بود.

ب) درست؛ در لحظه‌های t_1 و t_3 شیب خط مماس بر نمودار صفر و شتاب هم صفر است. همچنین شیب نمودار در بازه t_4 تا t_5 صفر و در نتیجه شتاب صفر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/25 = \frac{x_B - (-3)}{4} \Rightarrow x_B = -8m$$

بنابراین سرعت متوسط در بازه زمانی ۴s تا ۱۰s برابر است با:

$$v_{av} = \frac{0 - (-8)}{10 - 4} = \frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

از طرفی می‌دانیم که در نمودار مکان- زمان، سرعت در هر لحظه دلخواه برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است. پس:

$$t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = \frac{0 - (-8)}{20 - 4} = 3 \frac{m}{s}$$

$$t_p = 10s \Rightarrow v_p = 0$$

و در نهایت شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_p = 10s$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

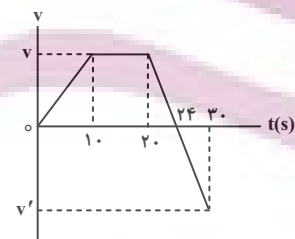
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 3}{10 - 4} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۳ تا ۱۲)

(زهره آقاممیری)

۷۱- گزینه «۲»

در بازه زمانی ۲۰s تا ۳۰s شیب نمودار ثابت است، در نتیجه می‌توانیم رابطه‌ای بین v و v' بیابیم:



$$\frac{0 - v}{24 - 20} = \frac{v' - 0}{30 - 24} \Rightarrow -\frac{v}{4} = \frac{v'}{6} \Rightarrow v' = -\frac{3}{2}v$$

اکنون با استفاده از رابطه شتاب متوسط، نسبت شتاب متوسط در بازه صفر تا ۲۰s به بازه ۱۰s تا ۳۰s را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \left| \frac{a_{av}(0, 20)}{a_{av}(10, 30)} \right| = \left| \frac{v_{20} - v_0}{v_{30} - v_{10}} \right|$$



پ) نادرست؛ در بازه زمانی t_5 تا t_6 شیب نمودار منفی و ثابت است. بنابراین شتاب ثابت و منفی و در نتیجه آهنگ تغییر سرعت ثابت و منفی است.

ت) نادرست؛ آهنگ تغییر سرعت همان شتاب است. با توجه به این که شیب خط مماس در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 ثابت نیست، بنابراین آهنگ تغییر سرعت در این بازه‌های زمانی ثابت نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۷۴- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ شتاب متحرک همواره منفی است. زیرا شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب می‌باشد، منفی است.

ب) درست؛ اندازه سرعت ابتدا کاهش می‌یابد تا به صفر می‌رسد و در ادامه در جهت منفی افزایش می‌یابد.

پ) نادرست؛ اندازه شتاب ابتدا افزایش می‌یابد و در ادامه کاهش می‌یابد. زیرا اندازه شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ که معرف شتاب می‌باشد، ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

ت) درست؛ زیرا در بازه زمانی صفر تا t' ، $\Delta v < 0$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۵- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌ممو)

چون در بازه صفر تا t_1 نمودار $v-t$ زیر محور t می‌باشد، سرعت همواره منفی می‌باشد. بنابراین متحرک در تمام این مدت بدون تغییر جهت در جهت منفی محور x حرکت کرده است. از طرف دیگر، چون در لحظه‌های t_1 و t_2 شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر صفر می‌باشد، لذا در این لحظه‌ها، شتاب صفر می‌باشد. بنابراین، شتاب متحرک سه بار صفر شده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۷۶- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا معادله حرکت متحرک را می‌نویسیم. چون تندی و جهت حرکت ثابت است، سرعت متحرک ثابت خواهد بود. بنابراین، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت و با توجه به این که $v < 0$ است، داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[v = -\frac{\Delta m}{\Delta t}]{x_0 = -25m} x = -5t + 25$$

اکنون لحظه تغییر جهت بردار مکان را می‌یابیم. دقت کنید، در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور می‌کند، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد.

$$x = -5t + 25 \xrightarrow{x=0} 0 = -5t + 25 \Rightarrow t = 5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۷۷- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

گام اول: با توجه به این که نمودار مکان- زمان به صورت یک خط با شیب ثابت است، حرکت با سرعت ثابت می‌باشد و معادله مکان آن به صورت $x = vt + x_0$ است. با جایگذاری دو نقطه معلوم، معادله مکان این حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t = 4s \\ x = -6m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 = 4v + x_0 \\ -6 = 4v + x_0 \end{cases} \Rightarrow 32 = 8v \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

$$-6 = 4 \times 4 + x_0 \Rightarrow x_0 = -22m$$

پس معادله مکان متحرک به صورت $x = 4t - 22$ است.

گام دوم: لحظه تغییر جهت بردار مکان یعنی لحظه‌ای که $x=0$ می‌شود. این لحظه را پیدا می‌کنیم:

$$x = 4t - 22 \xrightarrow[t=t_1]{x=0} 0 = 4t_1 - 22 \Rightarrow t_1 = 5.5s$$

گام سوم: لحظه‌ای را که بردار مکان متحرک به صورت $\vec{x} = 14\vec{i}$ است به دست می‌آوریم:

$$x = 4t - 22 \xrightarrow[t=t_2]{x=14m} 14 = 4t_2 - 22 \Rightarrow t_2 = 9s$$

گام چهارم: فاصله زمانی خواسته شده بین t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم:

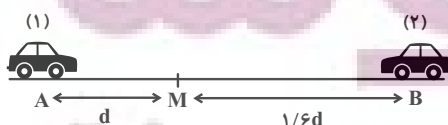
$$t_2 - t_1 = 9 - 5.5 = 3.5s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۷۸- گزینه «۲»

(سپیده‌ملیه میرصالحی)

ابتدا سرعت متحرک (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:



$$v_A = \frac{54 - 24}{10} = \frac{30}{10} = 3 \frac{m}{s}$$

$$x = v_A t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 24m} x_A = 3t + 24$$

$$t_1 = 6s \Rightarrow x_1 = 3 \times 6 + 24 = 42m$$

$$t_2 = 14s \Rightarrow x_2 = 3 \times 14 + 24 = 66m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(علی بزرگر)

۸۰- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(الف) درست؛ چون اندازه شیب دو خط ثابت و برابر است.

$$A \text{ شیب خط} = \frac{5 - (-10)}{3 - 0} = 5 \frac{m}{s}$$

$$B \text{ شیب خط} = \frac{5 - 20}{3 - 0} = -5 \frac{m}{s}$$

(ب) نادرست؛ با توجه به علامت شیب‌ها $v_A = -v_B$ است.

(پ) نادرست؛ با توجه به جهت حرکت دو متحرک داریم:

$$\Delta x_A = -\Delta x_B$$

(ت) درست؛ چون به جای جابه‌جایی اندازه آن داده شده است لذا داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_A| = |20 - (-10)| = 30m \\ |\Delta x_B| = |-10 - 20| = 30m \end{cases} \Rightarrow |\Delta x_A| = |\Delta x_B|$$

(ث) نادرست؛ می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان نشان‌دهنده

سرعت متحرک است. چون شیب خط راست ثابت است، پس سرعت

لحظه‌ای و متوسط با هم برابر و مقدار ثابتی است. پس برای متحرک B

داریم:

$$v_{av} = \frac{v_{av}}{2s \text{ تا } 6s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۹ و ۱۳ تا ۱۵)

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_1 = \frac{d}{4}$$

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_2 = \frac{1/6d}{4} = 0/4d$$

اکنون مدت زمانی که طول می‌کشد تا دو متحرک ادامه مسیر را طی کنند،

می‌یابیم:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{\substack{\Delta x_1 = 1/6d \\ v_1 = \frac{d}{4}}} \Delta t_1 = \frac{1/6d}{\frac{d}{4}} = 6/4s$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{\substack{\Delta x_2 = d \\ v_2 = 0/4d}} \Delta t_2 = \frac{d}{0/4d} = 2/5s$$

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = 6/4 - 2/5 = 3/9s$$

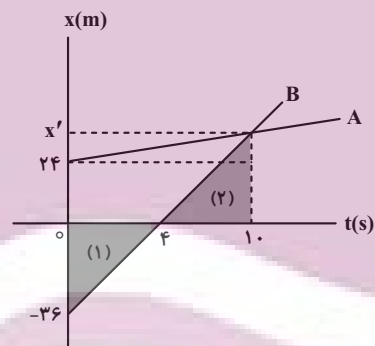
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ تا ۸)

(شیرا شیرازی)

۷۹- گزینه «۳»

ابتدا به کمک تشابه دو مثلث (۱) و (۲) که در شکل مشخص شده، مکانی را

که این دو جسم به هم رسیده‌اند مشخص می‌کنیم:



$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{10 - 4}{4 - 0} = \frac{x'}{36} \Rightarrow 4x' = 6 \times 36 \Rightarrow x' = 6 \times 9 = 54m$$

یعنی در لحظه ۱۰ ثانیه دو متحرک در مکان ۵۴ متری به هم رسیده‌اند.

دقت کنید در لحظه صفر فاصله دو متحرک از هم $60m = 24 + 36$ بوده

است و پس از ۱۰ ثانیه این فاصله صفر شده است. یعنی هر ثانیه فاصله دو

جسم ۶ متر تغییر کرده است. پس اگر بخواهیم فاصله دو جسم ۲۴ متر شود،

$(4 = 24 + 6)$ ۴ ثانیه قبل یا ۴ ثانیه بعد از ۱۰ ثانیه را باید حساب کرد،

یعنی $t_1 = 6s$ یا $t_2 = 14s$.

اکنون برای به دست آوردن مکان متحرک A، ابتدا سرعت A را از روی

شیب خط به دست می‌آوریم:

فیزیک ۱

-۸۱ گزینه ۲»

(علیرضا بیاری)

مایع A درون لوله شکل (الف)، پایین‌تر از سطح آزاد مایع و به صورت برآمده قرار دارد. پس نیروی هم‌چسبی مولکول‌های آن بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع A و شیشه است. بنابراین مایع A به صورت قطره‌های کروی روی سطح شیشه‌ای تمیز قرار می‌گیرد. (درستی «الف»)

ارتفاع‌های h_1 و h_2 به طول قسمت خالی لوله در بالا و طول قسمت پر لوله در پایین ربطی ندارند. بلکه در تعیین آن‌ها ۳ عامل زیر مؤثرند:

۱- جنس سطح داخل لوله

۲- جنس مایع

۳- قطر لوله (درستی «ت» و نادرستی «ب»)

هر چه قطر لوله موئین بیشتر باشد h_1 و h_2 کاهش می‌یابند. (نادرستی «پ»)

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیک‌ی مواد: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

-۸۲ گزینه ۱»

(مهم‌الکظم منشاری)

ابتدا محاسبه می‌کنیم که نیروی وارد بر ته لوله معادل با فشار چند سانتی‌متر جیوه می‌باشد. از فرمول $P = \frac{F}{A}$ می‌توان حداکثر فشار تحملی ته لوله را بر حسب cmHg به دست آورد.

$$pgh = \frac{F}{A} = \frac{40 / 8N}{10 \times 10^{-4}} = 13600 \times 10 \times h$$

$$\Rightarrow h_{\text{حداکثری}} = 30 \text{ cm}$$

حال فشار وارد بر ته لوله را در همین حالت محاسبه می‌کنیم:

ارتفاع ظرف را از فرمول $h = L \times \sin 53^\circ$ محاسبه می‌کنیم.

$$P_1 - pgh' = pgh \Rightarrow 10064 \times 10^5 - 13600 \times 10 \times 0.6 \times 0.8 / 8 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = 26 \text{ cm}$$

طبق رابطه زیر می‌فهمیم که می‌توان به ارتفاع 4cm لوله را در جیوه فرو برد. اما به دلیل زاویه لوله با سطح مقدار جابه‌جایی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$h_{\text{حداکثری}} - h_{\text{کنونی}} = 30 - 26 = 4 \text{ cm}$$

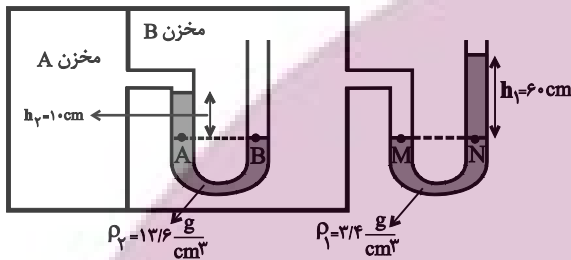
$$4 \text{ cm} + \sin 53^\circ = 5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیک‌ی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

-۸۳ گزینه ۴»

(مهم‌مقدم)

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} + \rho_2 gh_2 = P_{B_{\text{مخزن}}} \quad (1)$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{B_{\text{مخزن}}} = \rho_1 gh_1 + P. \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} P_{A_{\text{مخزن}}} + \rho_2 gh_2 = \rho_1 gh_1 + P.$$

$$\Rightarrow P_{A_{\text{مخزن}}} - P. = \rho_1 gh_1 - \rho_2 gh_2$$

$$\Rightarrow P_g = 3 / 4 \times 10^3 \times 10 \times 0.6 - 13 / 6 \times 10^3 \times 10 \times 0.1$$

$$= 20 / 4 \times 10^3 - 13 / 6 \times 10^3 = 6 / 8 \times 10^3 \text{ Pa} = 6 / 8 \text{ kPa}$$

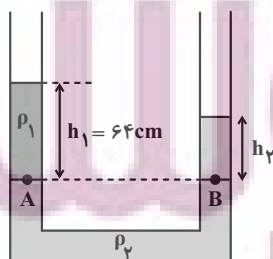
(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیک‌ی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

-۸۴ گزینه ۴»

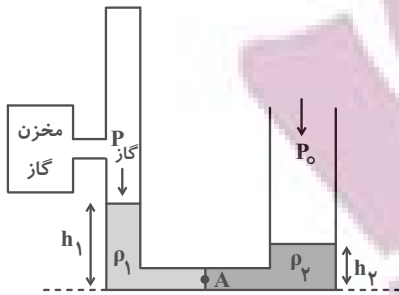
(عبداله فقه‌زاده)

ابتدا با استفاده از نقاط هم‌تراز A و B که فشار یکسانی دارند، ارتفاع

h_2 را می‌یابیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 gh_1 + P. = \rho_2 gh_2 + P. \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$



$$P_{\text{مخزن گاز}} + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن گاز}} = P_0 + \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow P_g = g(\rho_2 h_2 - \rho_1 h_1) \quad (*)$$

از طرفی با توجه به این که سؤال گفته جرم مایع‌ها برابر است. پس:

$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 A_1 h_1 = \rho_1 \times 3 h_1 = 3 \cdot$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} = 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 A_2 h_2 = \rho_2 \times 6 h_2 = 3 \cdot$$

$$\Rightarrow \rho_2 h_2 = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} = 50 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$P_g = 10 \times (50 - 100) = -500 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

۸۶- گزینه «۱» (سپرده‌لیته میرصالحی)

آهنگ شارش آب در طول لوله ثابت است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$\frac{d_1 = 13/6 \text{ cm}, d_2 = 6/8 \text{ cm}}{v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \left(\frac{13/6}{6/8}\right)^2 = \left(\frac{v_2}{5}\right)$$

$$\Rightarrow 2^2 = \frac{v_2}{5} \Rightarrow v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۸۷- گزینه «۴» (علی عاقلی)

طبق معادله پیوستگی، تندی شماره با سطح مقطع لوله نسبت عکس دارد.

بنابراین $\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{4}$. اما در مورد فشار، طبق اصل برنولی می‌دانیم

فشار در مقطع باریک‌تر، کم‌تر است اما لزوماً $\frac{1}{4}$ نیست.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

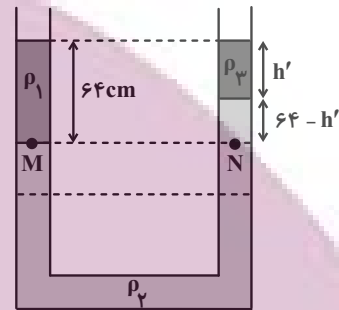
$$\rho_1 = \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \rightarrow 1 \times 64 = 1/6 h_2$$

$$\rho_2 = 1/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow h_2 = 40 \text{ cm}$$

اکنون با ریختن مایع ρ_3 در شاخه سمت راست، برای نقاط هم‌تراز M و

N داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_2 + P_0$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_2 \xrightarrow{\rho_3 = 0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

$$1 \times 64 = 1/6 \times (64 - h') + 0/8 h' \Rightarrow 80 = 2 \times (64 - h') + h'$$

$$h' = 128 - 80 = 48 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع جدید مایع } \rho_2 \text{ در شاخه سمت راست} = 64 - 48 = 16 \text{ cm}$$

می‌بینیم تفاوت ارتفاع مایع ρ_2 در شاخه‌های سمت راست و چپ که قبل از

ریختن مایع ρ_3 برابر ۴۰ cm بوده است به ۱۶ cm رسیده است. یعنی

کاهش ۲۴ cm یافته است. بنابراین، ارتفاع مایع ρ_2 از شاخه سمت راست

۱۲ cm پایین آمده است و در طرف دیگر ۱۲ cm بالا رفته است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۸۵- گزینه «۲» (شیراز شیری)

با توجه به شکل، فشار دو مایع در دو طرف نقطه A یکسان است. پس

داریم:

۸۸- گزینه «۴»

(علی کل مموری رامشه)

شناور بودن جسم A نشان می‌دهد که این جسم چگالی کمتری نسبت به مایع (با چگالی ρ_0) دارد. جسم B در حال پایین رفتن است یعنی چگالی جسم B از ρ_0 بیش‌تر است و جسم C به علت غوطه‌وری درون آب نشان می‌دهد که چگالی برابر با آب دارد.

پس در نهایت:

$$\rho_B > \rho_C = \rho_0 > \rho_A$$

از طرفی اجسام A و C در حالت شناوری و غوطه‌وری به تعادل رسیده‌اند و

این یعنی:

$$W = F_C = F_A$$

اما جسم B در حال پایین رفتن است، یعنی $W > F_B$. در نتیجه داریم:

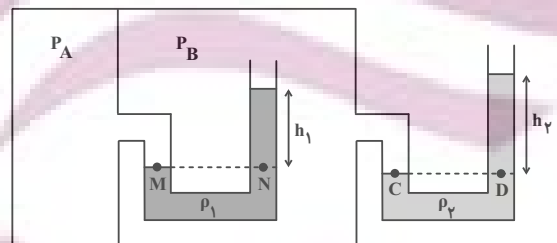
$$F_C = F_A > F_B$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۸۹- گزینه «۲»

(معمود منتهی)

اگر چگالی آب را با ρ_1 و چگالی روغن را با ρ_2 نمایش دهیم، با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز داریم:



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A = P_B + \rho_1 g h_1 \quad (I)$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_B = P_C + \rho_2 g h_2 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} P_A = P_C + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_A - P_C}_{\text{فشار پیمانه‌ای مخزن A}} = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

با توجه به داده‌های سؤال $h_2 = h_1 + \frac{20}{100} h_1 = 1/2 h_1$ خواهیم داشت:

$$0.392 \times 10^4 = (1000 \times 10 \times h_1) + (800 \times 10 \times 1/2 h_1)$$

$$\Rightarrow 3920 = 1960 h_1 \Rightarrow h_1 = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

$$h_2 = 1/2 h_1 = 1/2 \times 20 = 10 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۹۰- گزینه «۱»

(علیرضا چهاری)

گام اول: ابتدا فشار گاز درون لوله را حساب می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F=21/76 \text{ N}}{A=2 \text{ cm}^2=2 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow P = \frac{21/76}{2 \times 10^{-4}} = 10/88 \times 10^4 \text{ Pa}$$

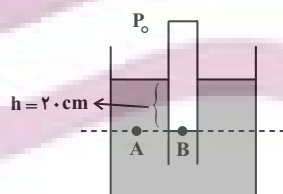
گام دوم: فشار محیط را که 75 cmHg داده شده، برحسب پاسکال بهدست می‌آوریم؛ اگر چگالی جیوه $\frac{g}{\text{cm}^3}$ و $13/6$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ باشد

می‌توان نوشت:

$$P_{(\text{Pa})} = P_{(\text{cmHg})} \times 1360 = \frac{P_0=75 \text{ cmHg}}{1360} \Rightarrow P_0 = 75 \times 1360 \text{ Pa}$$

گام سوم: فشار گاز درون لوله، همان فشار در نقطه B است. از طرفی فشار

در نقطه A با فشار در نقطه B برابر است. پس می‌توان نوشت:



$$P_B = P_A = P_0 + \rho g h \xrightarrow{P_A = P_0 = 10/88 \times 10^4 \text{ Pa}, P_0 = 75 \times 1360 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, h = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}}$$

$$108800 = 75 \times 1360 + \rho \times 10 \times \frac{2}{10} \Rightarrow 6800 = 2\rho$$

$$\Rightarrow \rho = 3400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

فیزیک ۲

گزینه «۱» - ۹۱

ابتدا مشخص می‌کنیم ظرفیت خازن چند برابر می‌شود:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{A=\text{ثابت}} \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'}$$

$$\xrightarrow{d'=3d} \frac{C'}{C} = \frac{d}{3d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{1}{3}$$

اکنون با استفاده از رابطه $Q = CV$ داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} \times \frac{V'}{V} \xrightarrow{V'=2V}$$

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{1}{3} \times \frac{2V}{V} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

گزینه «۳» - ۹۲

(علیرضا جباری)

گام اول: وقتی دو سر خازن به دو سر یک باتری متصل است، هر تغییری در ساختمان خازن ایجاد کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر خازن تغییر نکرده و ثابت می‌ماند. با توجه به رابطه انرژی خازن می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

گام دوم: انرژی خازن ۴۰ درصد افزایش داشته است. پس داریم:

$$U_2 = U_1 + \frac{40}{100} U_1 = U_1 + 0.4 U_1 = 1.4 U_1$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \xrightarrow{U_2=1.4U_1} \frac{1.4U_1}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1.4$$

گام سوم: رابطه ظرفیت خازن برحسب مشخصات ساختمانی آن به صورت

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \text{ است. } \epsilon_0, \kappa \text{ و } A \text{ در اینجا هیچ تغییری نداشته و ثابت}$$

هستند. اما فاصله دو صفحه از یکدیگر تغییر کرده است ظرفیت خازن با فاصله دو صفحه از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\frac{C_2}{C_1}=1.4, d_1=7\text{mm}} 1.4 = \frac{7}{d_2} \Rightarrow d_2 = 5\text{mm}$$

گام چهارم: تغییر فاصله بین دو صفحه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta d = d_2 - d_1 = 5 - 7 = -2\text{mm}$$

علامت منفی نشان می‌دهد که باید فاصله دو صفحه را ۲ میلی‌متر کاهش دهیم.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

گزینه «۲» - ۹۳

(فرشید رسولی)

ابتدا با بسته شدن کلید k_1 مقدار بار الکتریکی ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q_1 = CV_1 = 32 \times 10 = 320\text{ }\mu\text{C}$$

با باز شدن کلید k_1 و وصل شدن کلید k_2 بار الکتریکی جدید ذخیره شده در خازن را محاسبه می‌کنیم:

$$Q_2 = CV_2 = 32 \times 15 = 480\text{ }\mu\text{C}$$

تغییرات بار الکتریکی روی هر صفحه خازن را به دست می‌آوریم:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 480 - 320 = 160\text{ }\mu\text{C}$$

این تغییر بار الکتریکی در خازن ناشی از جابه‌جایی الکترون‌ها بین دو صفحه آن است.

$$\Delta Q = ne \Rightarrow n = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{160 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 10^{15}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳ تا ۳۲ تا ۳۰)

گزینه «۲» - ۹۴

(محمود مشهوری)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ حضور دی‌الکتریک، باعث افزایش حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن می‌شود و احتمال فروریزش را کاهش می‌دهد.

(ب) درست

(پ) درست

(ت) درست؛ زیرا اگر فاصله صفحات نصف شود، ظرفیت خازن دو برابر

می‌شود. در خازن جدا از مولد با توجه به رابطه $U = \frac{q}{2C}$ و ثابت بودن

(q) و افزایش (C)، انرژی (U) کاهش می‌یابد، پس جرقه ضعیف‌تری زده می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

گزینه «۴» - ۹۵

(مجتبی نکوئیان)

ابتدا با استفاده از قانون اهم، جریان عبوری از مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{3600 \times 10^{-3}}{1/8} = 2\text{A}$$

سپس بار الکتریکی ذخیره شده در باتری را برحسب آمپر-دقیقه محاسبه می‌کنیم:

$$q = 9/6 \times 10^4 \text{ }\mu\text{A} \cdot \text{h} = (9/6 \times 10^4)(10^{-6} \text{ A})(60 \text{ min})$$

$$= 5/76 \text{ A} \cdot \text{min}$$

و در نهایت داریم:

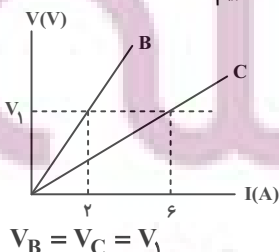
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{5/76}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2/88 \text{ min}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

گزینه «۴» - ۹۶

(شیدا شیرزادی)

با توجه به شکل، ابتدا نسبت دو مقاومت را به دست می‌آوریم. همان‌طور که پیداست، به ازای اختلاف پتانسیل ثابت V_1 داریم:



$$V_B = V_C = V_1$$

(سپرده ملیحه میرصالحی)

۹۸- گزینه «۱»

با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ نسبت $\frac{R_B}{R_A}$ را حساب می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\frac{R_B = R_A, \rho_B = 2\rho_A}{L_B = L_A} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = 2$$

جرم سیم B، ۶ برابر جرم سیم A است. بنابراین با استفاده از رابطه‌های

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ و } V = AL \text{ می‌توان نوشت:}$$

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=AL}$$

$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A} \Rightarrow 6 = \frac{2}{1} \times 2 \times 1 \Rightarrow \rho_A = \frac{18}{6} = 3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(مصطفی کیانی)

۹۹- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه مقاومت با دما، تغییر دما را می‌یابیم:

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta T) \xrightarrow{R_T = 52 \Omega, R_1 = 50 \Omega} \alpha = 4 \times 10^{-4} \frac{1}{K} \text{ یا } \frac{1}{^\circ C}$$

$$52 = 50 \times (1 + 4 \times 10^{-4} \Delta T) \Rightarrow 52 = 50 + 0.02 \Delta T$$

$$\Rightarrow 2 = 0.02 \Delta T \Rightarrow \Delta T = 100^\circ C$$

اکنون دما را حساب می‌کنیم:

$$\Delta T = T_T - T_1 \xrightarrow{T_1 = 20^\circ C} 100 = T_T - 20 \Rightarrow T_T = 120^\circ C$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(زهرا آقاممیری)

۱۰۰- گزینه «۳»

مقاومت (LDR) نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور

تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت

آن کاسته می‌شود. بنابراین در مدار شکل (الف) با افزایش روشنایی لامپ، از

مقاومت LDR کاسته شده و شدت نور لامپ LED بیشتر می‌شود. دیود،

جریان را تنها از یک مسیر عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان

در این سو ناچیز است. در مدار شکل (ب) دیود خلاف جهت جریان در مدار

قرار گرفته است، پس با بستن کلید، جریان از مدار عبور نمی‌کند و لامپ

خاموش می‌ماند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

$$R_B I_B = R_C I_C \Rightarrow 2R_B = 6R_C \Rightarrow \frac{R_B}{R_C} = 3$$

حال با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{\rho_B}{\rho_C} \times \frac{L_B}{L_C} \times \frac{A_C}{A_B}$$

$\frac{\rho_B}{\rho_C} = 1$ می‌باشد چون هر دو رسانا هم جنس هستند. از طرفی طبق سؤال چون

دو رسانا سطح مقطع برابر دارند، پس $\frac{A_C}{A_B}$ نیز مساوی یک است. پس:

$$\frac{R_B}{R_C} = \frac{L_B}{L_C} = 3 \Rightarrow L_B = 3L_C$$

یعنی طول رسانای B، سه برابر طول رسانای C می‌باشد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۶)

(علیرضا بیاری)

۹۷- گزینه «۳»

گام اول: چون جرم و جنس سیم‌ها یکسان است، حجم آن‌ها نیز با هم برابر

است. پس برای دو سیم می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_B}{L_A} = \frac{A_A}{A_B}$$

گام دوم: با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ بین دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{A_A}{A_B}} \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{A_A}{A_B} = \frac{\pi D_A^2}{4} \rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^4}$$

گام سوم: مقاومت الکتریکی سیم B، ۳۶ درصد کمتر از مقاومت الکتریکی

سیم A است، پس داریم:

$$R_B = R_A - 0.36 R_A \Rightarrow R_B = 0.64 R_A$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^4 \xrightarrow{\frac{R_B}{R_A} = 0.64 R_A} \frac{0.64}{100} = \left(\frac{D_A}{\sqrt{2}}\right)^4$$

$$\Rightarrow \frac{8}{100} = \frac{D_A^2}{2} \Rightarrow D_A = \sqrt{\frac{8}{50}}$$

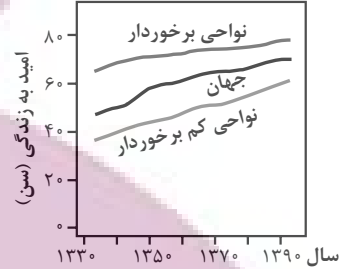
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۴»

(امیرمسین معروفی)

با توجه به نمودار زیر، در ۶۰ سال گذشته، میزان رشد و پیشرفت شاخص امید به زندگی در نواحی کم تر برخوردار (توسعه نیافته) بیش تر از نواحی برخوردار (توسعه یافته) بوده است.



(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه های ۲ و ۳)

۱۰۲- گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)

عبارت های (آ)، (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت ها:

(آ) فرمول مولکولی اسید چرب سازنده این استر سه عاملی به صورت $C_{18}H_{36}O_2$ یا $C_{17}H_{35}COOH$ می باشد.

(ب) با توجه به وجود سه گروه عاملی استری در ساختار مولکول آن، ۶ پیوند C-O وجود دارد.

(پ) ۳ مول صابون با فرمول $CH_3(CH_2)_{16}COONa$ تولید می شود.

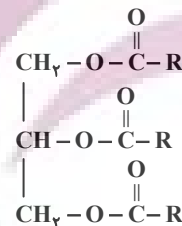
(ت) این ترکیب دارای پیوند O-H نمی باشد، پس قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول های خود را ندارد.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه های ۵ و ۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

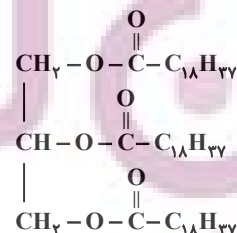
(مرتضی فوش کیش)

با توجه به ساختار کلی استرهای بلند زنجیر سه عاملی که به صورت زیر است، می توان تعداد کربن های گروه های R را به صورت زیر حساب کرد:



$$R \text{ تعداد کربن های گروه } = \frac{60-6}{3} = 18$$

بنابراین فرمول ساختاری استر بلند زنجیر با ۶۰ اتم کربن به صورت زیر است و جرم مولی این ترکیب برابر $932 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ می باشد.



با توجه به ساختار استر بلند زنجیر می توان نتیجه گرفت که از واکنش این استر با سدیم هیدروکسید کافی، صابونی با فرمول $C_{19}H_{37}O_2Na$ تولید می شود.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه های ۵ و ۶)

۱۰۴- گزینه «۱»

(امیرمسین معروفی)

عبارت های «الف» و «ب» درست هستند.

مخلوط شماره «۱»، محلول و مخلوط شماره «۲»، کلئید است.

بررسی برخی عبارت ها:

عبارت «الف»: محلولها برخلاف کلئیدها، مخلوط هایی همگن هستند.

عبارت «ب»: کلئیدها را می توان همانند پلی بین سوسپانسیونها و محلولها در نظر گرفت.

عبارت «ت»: مخلوط آب و روغن که با صابون پایدار شده یک کلئید است و ذرات آن از ذره های محلولها بزرگ تر است.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه های ۶ و ۷)

۱۰۵- گزینه «۳»

(سپار نفتی)

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] \Rightarrow -\log[\text{H}^+] = 3/2 = 4 - 0/5 - 0/3$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} \log[\text{H}^+] = -4 + 0/5 + 0/3 = \log 10^{-4} + \log 3 + \log 2$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = [\text{H}_3\text{O}^+]$$

حال اگر فرض کنیم که یک لیتر از محلول داریم:

$$? \text{ g H}_3\text{O}^+ = 1 \text{ L محلول} \times \frac{6 \times 10^{-4} \text{ mol H}_3\text{O}^+}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{19 \text{ g H}_3\text{O}^+}{1 \text{ mol H}_3\text{O}^+}$$

$$= 6 \times 19 \times 10^{-4} \text{ g H}_3\text{O}^+$$

$$? \text{ g محلول} = 1 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1/2 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}}$$

$$= 1200 \text{ g محلول}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم H}_3\text{O}^+}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{6 \times 19 \times 10^{-4}}{1200} \times 10^6$$

$$= 9/5$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تندرستی: صفحه های ۱۸ تا ۲۸)

۱۰۶- گزینه «۳»

(رضا سلیمانز)

با توجه به رابطه تفکیک استیک اسید داریم:



$$\begin{array}{ccc} \text{قبل از یونش} & & \\ \text{بعد از یونش} & \text{M} - x & +x \end{array}$$

$$K_a = \frac{x^2}{M-x} \quad K_a < 10^{-4} \rightarrow K_a = \frac{x^2}{M} \Rightarrow x = \sqrt{K_a \times M}$$

$$V' = 1 + 3 = 4 \text{ mL} \Rightarrow V' = 4 \text{ V} \Rightarrow M' = 0/25 \text{ M}$$



$$\begin{array}{ccc} \text{قبل از یونش} & & \\ \text{بعد از یونش} & 0/25 \text{ M} - x' & +x' \end{array}$$

$$K_a = \frac{x'^2}{0/25 \text{ M} - x'} \rightarrow K_a = \frac{x'^2}{0/25 \text{ M}}$$

$$\Rightarrow x' = \sqrt{K_a \times 0/25 \text{ M}}$$

با توجه به رابطه درجه یونش:

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}}$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{x'}{x}}{\frac{0.25M}{x}} = \frac{x'}{x} \times \frac{x}{0.25M} = \frac{x'}{0.25M} \times x$$

$$\frac{x'}{x} = \frac{\sqrt{K_a \times 0.25M}}{\sqrt{K_a \times M}} = \sqrt{0.25} = 0.5$$

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{x'}{x} \times 4 = 0.5 \times 4 = 2$$

برای محاسبه تغییر pH به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$[H^+]_1 = \sqrt{K_a \times M} \Rightarrow [H^+]_1 = \sqrt{1.8 \times 10^{-5} \times 10^{-2}} \\ = \sqrt{1.8 \times 10^{-8}} = 3\sqrt{2} \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH_1 = 4 - \log 3 - \frac{1}{2} \log 2 \\ = 4 - 0.5 - 0.15 = 3.35$$

$$[H^+]_2 = \sqrt{K_a \times M_2} \Rightarrow [H^+]_2 = \sqrt{1.8 \times 10^{-5} \times \frac{1}{4} \times 10^{-2}}$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{1.8 \times 10^{-8}} = \frac{1}{4} \times 3\sqrt{2} \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

برای راحت‌تر شدن محاسبات $\frac{\sqrt{2}}{4}$ را به صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}$ می‌نویسیم:

$$[H^+]_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow pH_2 = 4 - \log 3 + \frac{1}{2} \log 2 \\ = 4 - 0.5 + 0.15 = 3.65$$

پس تغییر pH ، 0.3 واحد است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۰۷- گزینه «۳»

(سینا رضادوست)

برای محاسبه pH محلول یک اسید قوی، فقط به غلظت آن نیاز داریم و حجم محلول تأثیری در محاسبات ندارد. بدون در نظر گرفتن حجم‌های داده شده، pH محلول اسیدهای قوی HCl و HBr را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = [HCl] = 0.1 \text{ mol.L}^{-1} \\ \Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-1} = 1$$

$$[H^+] = [HBr] = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H^+] = -\log 2 \times 10^{-1} = 1 - \log 2 = 0.7$$

pH محلول اسید HCl به اندازه 0.3 بالاتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۰۸- گزینه «۳»

(سیدرضا عادل)

$$0.94g HA \times \frac{1 \text{ mol HA}}{47g HA} = 0.02 \text{ mol HA}$$

HA	\rightleftharpoons	H ⁺	+	A ⁻	
0.02		0		0	غلظت اولیه
-4 × 10 ⁻³		+4 × 10 ⁻³		+4 × 10 ⁻³	تغییرات غلظت
0.016		4 × 10 ⁻³		4 × 10 ⁻³	غلظت تعادلی

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow \frac{(4 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{16 \times 10^{-3}} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

دقت کنید که به ازای تولید هر مول A⁻ همان مقدار H⁺ تولید می‌شود. مقدار pH محلول برابر است با:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 4 \times 10^{-3} = 3 - \log 4 \\ = 3 - \log 4 = 3 - 2 \log 2 = 2/4$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-3}} = 2/5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{pH}{[OH^-]} = \frac{2/4}{2/5 \times 10^{-12}} = 9/6 \times 10^{11}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

۱۰۹- گزینه «۲»

(مهم‌آفرینی)

با افزودن آب به اسید pH به ناحیه خنثی نزدیک می‌شود. یعنی pH افزایش می‌یابد. (رد گزینه‌های «۱» و «۳»)

pH اولیه محلول اسید: $pH = -\log 10^{-2} = 2$

گزینه «۲»: پس از افزودن آب غلظت جدید اسید برابر است با:

$$\text{mol HI} = M \times V = 0.01 \times 0.02 = 2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$[HI] = [H^+] = \frac{2 \times 10^{-4}}{(20 + 30) \times 10^{-3}} = 0.004 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log 4 \times 10^{-3} = 2/4$$

تغییر pH نسبت به اسید اولیه برابر 0.4 است. پس گزینه «۲» صحیح است. گزینه «۴» پس از افزودن آب غلظت جدید اسید برابر است با:

$$\text{mol HI} = M \times V = 0.01 \times 0.07 = 7 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$[HI] = [H^+] = \frac{7 \times 10^{-4}}{(70 + 30) \times 10^{-3}} = 0.007 \text{ mol.L}^{-1}$$

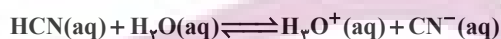
$$pH = -\log 7 \times 10^{-3} = 3 - 0.85 = 2.15$$

تغییر pH نسبت به اسید اولیه برابر 0.15 است پس گزینه «۴» نادرست است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۱۰- گزینه «۲»

(مغفر بازوکی)



$$pH = 5/4 \Rightarrow [H^+] = [CN^-] = 10^{-5/4} = 4 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[H_2O^+][CN^-]}{[HCN]} = 4/8 \times 10^{-10} = \frac{(4 \times 10^{-6})^2}{[HCN]}$$

$$\Rightarrow [HCN] = \frac{10^{-10} \times 10^{-2}}{4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H_2O^+] = [HCN] \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{4 \times 10^{-6}}{\frac{10^{-10} \times 10^{-2}}{4}} = 1/2 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \% \alpha = 0.012$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^{-6}} = 2/5 \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{2/5 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-6}} = 6/25 \times 10^{-4}$$

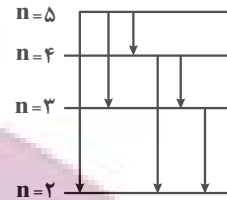
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۲»

(عمیر زهی)

با توجه به شکل مقابل، در انتقال یک الکترون از لایه پنجم به لایه دوم، ۶ انتقال مختلف ممکن است که هر یک از آن‌ها می‌تواند خط طیفی مخصوص خود را با طول موج معین، ایجاد کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

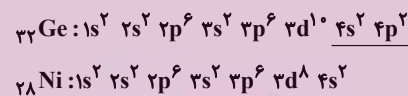
گزینه «۱»: در طیف نشری - خطی هیدروژن، با کاهش طول موج نوارها (افزایش انرژی)، فاصله بین نوارهای مرئی، کاهش می‌یابد.
گزینه «۳»: انرژی لایه‌های الکترونی پیرامون هسته هر اتم، ویژه همان اتم بوده و به عدد اتمی آن وابسته است.
گزینه «۴»: هر بخش پرنیگ در ساختار لایه‌ای، نشان‌دهنده ناحیه‌ای است که احتمال حضور الکترون در آن بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۱۲- گزینه «۳»

(حسن رمضانی کونکره)

با توجه به آرایش الکترونی دو اتم ژرمانیم و نیکل، شمار الکترون‌های ظرفیت ژرمانیم و تعداد زیرلایه‌های پر شده در آرایش الکترونی اتم نیکل به ترتیب برابر با ۴ و ۶ است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: زیرلایه‌های ۴f، ۵d، ۶p و ۷s دارای $n+l=7$ و زیرلایه‌های ۲p و ۳s دارای $n+l=3$ هستند.

گزینه «۲»: در آزمایش شعله لیتیم و ترکیب‌های آن دارای رنگ شعله قرمز هستند. نئون که دومین گاز نجیب جدول تناوبی است، در تابلوهای تبلیغاتی برای تولید نور سرخ‌فام استفاده می‌شود.

گزینه «۴»: نخستین عنصر دسته p و ششمین عنصر دسته d به ترتیب بور و آهن با عدد اتمی ۵ و ۲۶ هستند، پس میان این دو عنصر، ۲۰ عنصر در جدول تناوبی قرار دارند.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۳۵)

۱۱۳- گزینه «۳»

(قارر باقری)

آرایش الکترونی یون Mn^{2+} به صورت

موجود در سومین لایه الکترونی و شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه d این یون به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$3s^2 3p^6 3d^5 \Rightarrow 2+6+5=13$$

$$I=2 \Rightarrow 3d^5$$

$$\Rightarrow 13-5=8$$

بنابراین فقط عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «آ»: به فاصله دو قله (یا دو دره) متوالی در نمودار موج، طول موج گفته می‌شود. پرتو حاصل از سشوار صنعتی و شمع به ترتیب قرمز و زرد هستند، پس طول موج نور حاصل از سشوار صنعتی بلندتر از نور شمع است.

عبارت «ب»: هر چه طول موج یک نور کوتاه‌تر باشد، انرژی آن بیش‌تر بوده و در هنگام عبور از منشور، بیش‌تر منحرف می‌شود.

عبارت «پ»: در ساختار لایه‌ای اتم با دور شدن از هسته، سطح انرژی لایه‌ها به یکدیگر نزدیک‌تر شده و اختلاف سطح انرژی لایه‌های متوالی، کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۰، ۲۷ تا ۳۴، ۳۷ تا ۳۹)

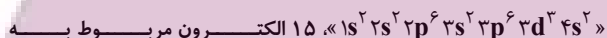
۱۱۴- گزینه «۲»

(حسن عیسی زاره)

عنصر A که متعلق به گروه پنجم و دوره چهارم جدول تناوبی است، دارای عدد اتمی ۲۳ است و در دسته d طبقه‌بندی می‌شود؛ بنابراین یون M^{3+} دارای ۲۳ الکترون بوده و عدد اتمی آن برابر ۲۶ است، پس جمله داده شده همانند عبارت گزینه «۲» درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در اتم A با آرایش الکترونی



زیرلایه‌های $2p^6$ ، $3p^6$ ، $3d^1$ که دارای $l \geq 1$ هستند. یازدهمین عنصر دسته p، همان کلر با عدد اتمی ۱۷ است.

گزینه «۲»: با توجه به اینکه نماد یون فلئوئورید، به صورت F^- است، پس بار کاتیون عنصر M برابر با ۳ است؛ بنابراین این کاتیون در واکنش با یون اکسید می‌تواند ترکیبی با فرمول شیمیایی M_3O_3 تولید کند.

گزینه «۳»: با توجه به آرایش الکترونی اتم M که آرایش الکترونی آن به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$ است، مجموع خواسته شده برابر با ۳۸ است.

گزینه «۴»: اتم ${}_{28}\text{A}$ دارای ۲۸ نوترون است. با توجه به عبارت، اختلاف تعداد نوترون‌ها در این دو اتم برابر ۵ است، پس شمار نوترون‌ها در عنصر M برابر با ۳۳ بوده و نماد آن به صورت ${}_{28}^{59}\text{M}$ خواهد بود.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۵- گزینه «۲»

(علی مبینی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) زیرلایه ۳d در لایه سوم است اما در عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی، الکترونی وارد آن نمی‌شود. الکترون‌گیری این زیرلایه در عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی انجام می‌شود.

(ت) ۷ عنصر ستون اول و ۶ عنصر گروه دوم به همراه هلیوم از گروه ۱۸، عناصر دسته s را تشکیل می‌دهند. (۱۴ عنصر) همچنین در دوره سوم جدول تناوبی ۸ عنصر وجود دارد؛ بنابراین اختلاف خواسته شده برابر با ۶ است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۴)

۱۱۶- گزینه «۳»

(امیرمهد سعیدی)

طبق آرایش لایه ظرفیت داده شده برای عناصر، نماد یون‌های پایدار این عناصر به صورت A^{2-} ، B^+ ، C^{3-} و D^{2+} است؛ بنابراین عبارتهای اول و دوم درست‌اند. بررسی عبارتهای:

عبارت اول: ترکیب یونی حاصل از B^+ و C^{3-} به صورت B_3C است که نسبت خواسته شده، با نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در AlF_3 برابر است.

عبارت دوم: با توجه به بار کاتیون و آنیون در تشکیل ترکیب مورد نظر، به ازای تولید هر مول ترکیب DA ، دو مول الکترون مبادله می‌شود.

عبارت سوم: عنصری از دسته p بوده و می‌تواند با گرفتن ۳ الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دوره خود برسد.

عبارت چهارم: عنصر D متعلق به گروه دوم و دوره سوم جدول دوره‌ای است و فرمول اکسید آن به صورت DO است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۱۷- گزینه «۴»

(مرتضی زارعی)

کلسیم سولفید (CaS) همانند منیزیم فسفید (Mg_3P_2) یک ترکیب یونی دوتایی است، چون از دو نوع عنصر ساخته شده است. هنگام تشکیل هر مول کلسیم سولفید و منیزیم فسفید به ترتیب، ۲ و ۶ مول الکترون بین کاتیون (ها) و آنیون (ها) مبادله می‌شود. اگر فرض کنیم در تشکیل هر دوی آن‌ها، ۶ مول الکترون مبادله شده باشد داریم:

$$?g Mg_3P_2 = 6 \text{ mole} \times \frac{1 \text{ mol } Mg_3P_2}{6 \text{ mole}} \times \frac{134g Mg_3P_2}{1 \text{ mol } Mg_3P_2} = 134g Mg_3P_2$$

$$?g CaS = 6 \text{ mole} \times \frac{1 \text{ mol } CaS}{2 \text{ mole}} \times \frac{72g CaS}{1 \text{ mol } CaS} = 216g Ca_2N_2$$

$$\frac{\text{جرم } CaS}{\text{جرم } Mg_3P_2} = \frac{216}{134} \approx 1/6$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۱۸- گزینه «۳»

(علی امینی)

با توجه به روند پر شدن زیرلایه‌های لایه سوم ($n=3$) و لایه چهارم ($n=4$) عدد اتمی عنصرها را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= {}_{20}Ca : [18Ar]4s^2 & B &= {}_{34}Se : [18Ar]3d^10 4s^2 4p^4 \\ E &= {}_{24}Cr : [18Ar]3d^5 4s^1 & F &= {}_{30}Zn : [18Ar]3d^10 4s^2 \\ C &= {}_{35}Br : [18Ar]3d^10 4s^2 4p^5 \end{aligned}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اختلاف عدد اتمی عنصرهای A و E با این مقدار در عنصرهای F و B یکسان و برابر با ۴ است. نخستین عنصر گروه دوم جدول تناوبی، عنصر برلیوم با عدد اتمی ۴ است.

گزینه «۲»: عنصر C همان برم است که با عنصر کلر در گروه ۱۷ جدول تناوبی قرار دارند. عنصر کلر در دما و فشار اتاق به صورت گاز دو اتمی بوده و به عنوان رنگ‌بر و گندزدا کاربرد دارد.

گزینه «۳»: با توجه به آرایش الکترونی این دو عنصر، نسبت خواسته شده برابر با ۵/۰ است.

گزینه «۴»: فرمول شیمیایی ترکیب‌های خواسته شده به صورت زیر است:

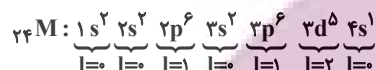


(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۳۰ تا ۳۱ و ۳۳)

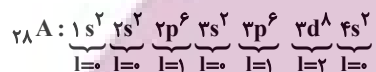
۱۱۹- گزینه «۱»

(مشابه سراسری خارج از کشور تهرنی ۹۹)

آرایش الکترونی دو عنصر M و A به صورت زیر است:



$$\rightarrow \begin{cases} l=1 = 12 = \text{تعداد الکترون‌های } l=1 \\ l=2 = 10 = \text{تعداد الکترون‌های } l=2 \end{cases}$$



$$\rightarrow \begin{cases} l=1 = 12 = \text{تعداد الکترون‌های } l=1 \\ l=2 = 16 = \text{تعداد الکترون‌های } l=2 \text{ (حذف گزینه‌های ۳ و ۴)} \end{cases}$$

عنصر M دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. X در گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد و این عنصر هم در لایه ظرفیت خود ۶ الکترون دارد؛ در حالی که در لایه ظرفیت D ، ۵ الکترون دیده می‌شود. عنصرهای X و D به ترتیب می‌توانند مواد XO_2 و $(DO)_2$ یا (D_2O) را تولید کنند که ویژگی ذکر شده تنها در مورد XO_2 صدق می‌کند.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۱، ۳۰ و ۳۱)

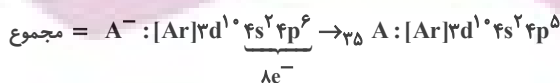
۱۲۰- گزینه «۴»

(مشابه سراسری خارج از کشور تهرنی ۱۳۰۰)

عنصر با عدد اتمی ۱۳، در گروه ۱۳ قرار دارد و بار یون پایدار آن $+3$ است، اما عنصر D نمی‌تواند یون پایدار با بار $+3$ تولید کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

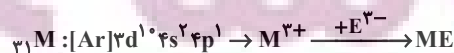


$$\left. \begin{aligned} {}_{29}D^{2+} : [Ar]3d^9 \rightarrow b=9 \\ {}_{33}E^{3-} : [Ar]3d^1 4s^2 4p^6 \rightarrow a=10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اعداد ردیف II جدول}$$

گزینه «۲»: عدد اتمی X برابر ۲۷ و فلز قلیایی هم‌دوره‌اش K ۱۹ است.



گزینه «۳»:



(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳، ۳۰ تا ۳۱ و ۳۳ تا ۳۹)

شیمی ۲

گزینه ۳» ۱۲۱-

(منصور سلیمانی ملکان)

حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود. بخش اعظم نیم دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

گزینه ۲» ۱۲۲-

(هلمامایی نقی)

کربن افزون بر پیوند اشتراکی یگانه، توانایی تشکیل پیوندهای اشتراکی دوگانه و سه‌گانه را نیز با خود یا با سایر نافلزها دارد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

گزینه ۱» ۱۲۳-

(ممد عظیمیان زواره)

عبارت‌های «پ»، «ب»، «ت» و «ث» درست هستند.

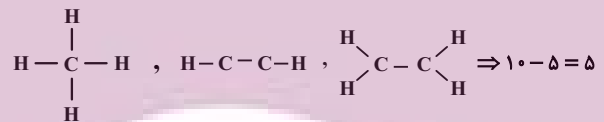
بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: حدود ۹۰ درصد از نفت خامی که استخراج می‌شود به عنوان سوخت سوزانده می‌شود؛ بنابراین نسبت خواسته شده حدود ۹ است.

عبارت «ب»: در ساختار هر یک از مولکول‌های متان، اتن و اتین به ترتیب ۴،

۵ و ۶ پیوند کووالانسی یافت می‌شود، پس اختلاف خواسته شده برابر با ۵

است:



عبارت «پ»: اتم کربن دارای ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است و اغلب

تمایل دارد تمام این الکترون‌ها را به اشتراک بگذارد. به همین دلیل در

ساختار ترکیب‌های خود اغلب فاقد جفت ناپیوندی است.

عبارت «ت»: هیدروکربن‌هایی دارای چند پیوند دوگانه مانند بنزن، در

نفت خام یافت می‌شوند.

عبارت «ث»: در ساختار آلکان‌ها، هر اتم کربن با چهار پیوند اشتراکی به

چهار اتم دیگر متصل بوده و به اصطلاح سیرشده هستند. از این رو آلکان‌ها

تمایل چندانی به انجام واکنش شیمیایی ندارند. این ویژگی سبب می‌شود تا

میزان سمی بودن آن‌ها کمتر شده و اشتقاق آنها بر شش‌ها و بدن تأثیر

چندانی نداشته باشد و تنها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۹ و ۴۱)

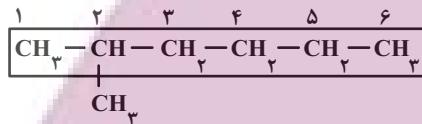
گزینه ۲» ۱۲۴-

(علی رفیعی)

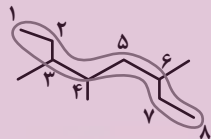
جمله داده شده همانند نام داده شده در ترکیب (الف) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست.

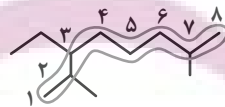


(ب) نادرست.



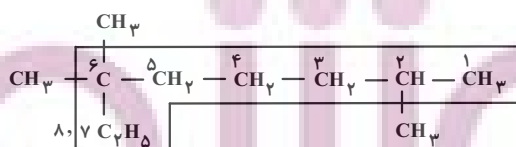
۳، ۴، ۶-تری‌متیل‌اوکتان

(پ) نادرست.



۳-اتیل-۲، ۴، ۶-دی‌متیل‌اوکتان

(ت) نادرست.

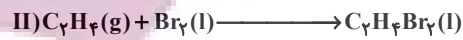
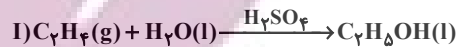


۲، ۶، ۶-تری‌متیل‌اوکتان

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۱۲۵- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان زواره)



با توجه به واکنش‌های ذکر شده، عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (پ): کاتالیزگر به کار رفته در واکنش I، سولفوریک اسید (H_2SO_4)

می‌باشد.

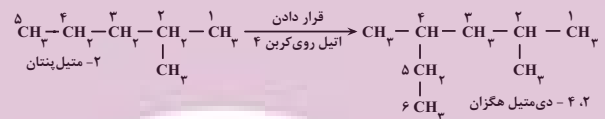
عبارت (ت): در شرایط یکسان، نقطه جوش آب (H_2O)، از نقطه جوش اتانول

(C_7H_7OH) بیشتر است؛ به همین دلیل اتانول نسبت به آب فرارتر است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱۲۶- گزینه «۱»

(مسین زارعی پاشایی)

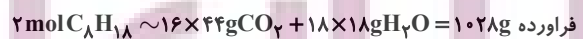
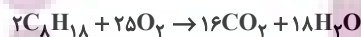


همان‌طور که از شکل مشخص است جهت شماره‌گذاری تغییر نمی‌کند، زیرا همچنان از سمت راست زودتر به شاخه فرعی می‌رسیم؛ بنابراین عبارت‌های «پ» و «ت» همانند جمله داده شده، نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) نام جدید آن ۲، ۴-دی‌متیل هگزان خواهد شد که مجموع شماره شاخه‌های فرعی آن ($2+4=6$)، عددی زوج است.

(ب) آلکان جدید دارای فرمول C_8H_{18} می‌باشد.



$$\text{فراورده } 102 / 8 \text{ g } C_8H_{18} = \frac{1028 \text{ g}}{2 \text{ mol } C_8H_{18}} \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_{18}}{114 \text{ g } C_8H_{18}} \times \frac{22}{8} = 102 / 8 \text{ g}$$

(پ)

$$\left. \begin{array}{l} \text{پیوند } 25 \rightarrow C_8H_{18} = \text{ترکیب جدید} \\ \text{پیوند } 19 \rightarrow C_6H_{14} = \text{ترکیب اولیه} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{25}{19} < 2$$

$$\frac{C_8H_{18}}{C_6H_{14}} \rightarrow \frac{\text{تعداد H}}{\text{تعداد C}} = \frac{10}{5} = 2$$

سومین عضو سیکلوآلکان‌ها

(ت) با فرض ثابت نگه داشتن شاخه متیل روی کربن دوم، شاخه دیگر را می‌توان بر روی کربن‌های ۲، ۳، ۵ متصور شد.

با فرض ثابت نگه داشتن شاخه متیل روی کربن چهارم، شاخه دیگر را می‌توان بر روی کربن‌های ۳، ۴، ۵ متصور شد.

که در هر دو صورت به ۳ ترکیب جدید دست خواهیم یافت و نه ۴ ترکیب!

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و ۴۲)

۱۲۷- گزینه «۴»

(مجتبی اسدزاده)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: فرمول مولکولی سومین آلکان راست‌زنجیر بدون شاخه جانبی، به صورت C_6H_{14} بوده و جرم مولی آن ۵۶ گرم بر مول است. سبک‌ترین

سیکلوآلکان نیز، سیکلوپروپان (C_3H_6) با جرم مولی ۴۲ گرم بر مول است.

گزینه «۲»: نفتالن در دما و فشار اتاق، جامدی سفیدرنگ است. در ساختار

هر مولکول نفتالن ۸ پیوند یگانه کربن - هیدروژن، ۶ پیوند یگانه کربن -

کربن و ۵ پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد، پس نسبت خواسته شده

برابر با ۲/۸ است.

گزینه «۳»: درصد نفت کوره در نفت سنگین ایران (۴۶٪)، کم‌تر از درصد

نفت کوره در نفت سنگین کشورهای عربی (۵۲/۵٪) و بیشتر از درصد

نفت کوره در نفت برنت دریای شمال (۳۸٪) است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۶)

۱۲۸ - گزینه «۴»

(مهمر خانزیا)

موارد دوم و سوم عبارت مورد نظر را به درستی تکمیل می‌کند.

بررسی موارد:

مورد اول: ۲- متیل بوتان (C_5H_{12}) نسبت به ۳- اتیل پنتان (C_7H_{16}).

جرم مولی کمتری دارد؛ لذا نقطه جوش آن نیز از ۳- اتیل پنتان کمتر است.

مورد دوم: هر چه شمار اتم‌های کربن در یک آلکان بیشتر باشد، گران‌روی

آن نیز بیشتر خواهد بود؛ بنابراین گریس نسبت به وازلین، گران‌روی کمتری

دارد.

مورد سوم: هر چه نقطه جوش آلکانی کمتر باشد، فراریت آن بیشتر است.

شمار اتم‌های کربن در هگزان نسبت به دکان، کمتر است، پس فراریت آن

بیشتر است.

مورد چهارم: در آلکان‌ها، شمار پیوندهای کربن - کربن یکی کمتر از شمار

اتم‌های کربن است، پس هر دو آلکان دارای ۷ پیوند کربن - کربن هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۱۲۹ - گزینه «۴»

(عین‌اله ابوالفتی)

گاز متان همانند سایر آلکان‌ها، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: سوخت هواپیما به‌طور عمده شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده

کربن است. در هر آلکان، شمار پیوندهای کووالانسی از سه برابر شمار

اتم‌های کربن یکی بیشتر است، پس در ساختار آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم

کربن، ۳۱ تا ۴۶ پیوند کووالانسی یافت می‌شود.

گزینه «۲»: حدود ۶۶ درصد از سوخت، از طریق لوله و مابقی آن به‌وسیله

راه آهن، نفت کش جاده‌پیما و کشتی نفتی به مراکز توزیع انتقال می‌یابد.

گزینه «۳»: یکی از مشکلات زغال‌سنگ، شرایط دشوار استخراج آن است.

به‌گونه‌ای که در سده اخیر، بیش از ۵۰۰ هزار نفر در سطح جهان در اثر

انفجار یا فروریختن معدن، جان خود را از دست داده‌اند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱۳۰ - گزینه «۲»

(مهمر رضا جمشیری)

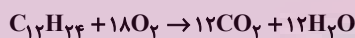
ساده‌ترین سیکلو آلکان، سیکلو پروپان با ۹ پیوند کووالانسی در ساختار خود

است. با این توصیف ابتدا هیدروکربن مورد نظر را مشخص می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند در آلکان } n = \frac{3n}{2} \Rightarrow 3n + 1 = 36 \leftarrow \text{نادرست}$$

$$\text{تعداد پیوند در آلکن } n = 12 \Rightarrow 3n = 36 \leftarrow \text{درست}$$

$$\text{تعداد پیوند در آلکین } n = \frac{3n}{2} - 1 = 36 \Rightarrow 3n - 1 = 36 \leftarrow \text{نادرست}$$



$$56g C_{12}H_{24} \times \frac{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}}{168g C_{12}H_{24}} \times \frac{20}{100} \times \frac{12 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{12}H_{24}}$$

$$\times \frac{22}{4} L CO_2 = 17/92 L CO_2$$

$$\frac{56 \times 20}{1 \times 168 \times 100} = \frac{x}{12 \times 22/4} \Rightarrow x = 17/92 L \quad \text{راه حل دوم:}$$

همچنین درصد جرمی کربن، در تمامی آلکن‌ها یکسان و به‌تقریب برابر با

۸۵/۷ درصد است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)