

# ایران توشه

- رانلور نمونه سوالات امتحانی

- رانلور گام به گام

- رانلور آزمون گاج و قلم چی و سنجش

- رانلور فیلم و مقاله آنلیزشی

- رانلور و مشاوره

 [IranTooshe.ir](http://IranTooshe.ir)

 [@irantooshe](https://t.me/irantooshe)

 [IranTooshe](https://www.instagram.com/IranTooshe)



۱- اگر  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -n, 2^m \leq n\}, n \in \mathbb{N}$ , آن گاه مجموعه  $A_4 \cap A_7$  چند زیر مجموعه دارد؟

۸(۱)      ۱۶(۲)      ۳۲(۳)      ۳۶(۴)

۲- اگر  $A_i = \{m \in \mathbb{Z} | -i \leq m \leq 8-i\}$ , مجموعه  $\bigcup_{i=1}^4 A_i - \bigcap_{i=1}^4 A_i$  چند عضو دارد؟

۱۳(۱)      ۱۴(۲)      ۱۵(۳)      ۱۶(۴)

۳- کدامیک از مجموعه های زیر، برابر تهی نیست؟

(۱)  $\{x \in \mathbb{N} | |x| = 0\}$

(۲)  $\{x \in \mathbb{N} | x^2 + 27 = 0\}$

(۳)  $\{x \in \mathbb{N} | x^2 - x + 6 = 0\}$

(۴)  $\{x \in \mathbb{N} | x = 4^k, |k| < 2, k \in \mathbb{Z}\}$

۴- چند مجموعه مانند  $x$  وجود دارد به طوری که  $\{-2, -1, \dots, 4\} \subseteq x \subseteq \{-1, 1, 3\}$  باشد؟

۱۶(۱)      ۳۲(۲)

۸(۳)      ۱۲۸(۴)

۵- متمم مجموعه  $C \cup A' \cup B'$  نسبت به مجموعه جهانی با کدام مجموعه برابر نیست؟

(۱)  $(A \cap B) - (A \cap C)$

(۲)  $(A - C) \cup (B - C)$

(۳)  $A \cap (B - C)$

(۴)  $(A \cap B) - C$

۶- اگر  $(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$ , آن گاه کدام یک درست است؟

$A = \emptyset$  (۲)  $B = \emptyset$  (۱)

$A = U$  (۴)  $A = B$  (۳)

۷- دو مجموعه  $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 3m\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 4\}$  مفروض اند. اگر  $C \subseteq B, C \subseteq A$ , آن گاه مجموعه  $C$  حداکثر چند عضو می تواند داشته باشد؟

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۸- دو مجموعه  $A = \{x^2 - 8, 4 - 4x\}$ ,  $B = \{y^2 + 3\}$  نشان دهنده یک مجموعه هستند  $x+y$  کدام می تواند باشد؟

۷ (۱) -۳ (۲) -۱۱ (۳) ۱ (۴)

۹- اگر  $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$  مجموعه جهانی باشد، آن گاه چند مجموعه مانند  $A$  وجود دارد به گونه ای که  $A \cup \{1\} = A \cap \{1, 2\}$  باشد؟

۱ (صفر) ۲ (۲) ۳ (۴) ۴ (۸)

۱۰- به ازای چه مقداری از  $m$ , عدد  $\frac{2+\sqrt{7}}{m+5\sqrt{7}}$  عددی عضو مجموعه  $Q$  می شود؟

۱۰ (۱)  $10+5\sqrt{7}$  (۲)

$5\sqrt{7}$  (۴)  $10-5\sqrt{7}$  (۳)

۱۱- به ازای چند مقدار صحیح  $k$ , عدد  $\sqrt{216-k}$  عددی عضو مجموعه  $\mathbb{Z}$  است؟

۳۰ (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۲۹ (۴)

۱۲- چه تعداد از گزاره های زیر در مورد دو مجموعه  $A, B$  نادرست است؟

الف  $A \not\subseteq (A \cup B)$  ب  $(A \cup B) \subseteq (A \cap B)$

پ) اگر  $a \in (A \cup B)$ , آن گاه  $a \in A$  (ت) اگر  $a \in B$ , آن گاه  $a \in (A \cap B)$

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۳- کدام گزینه، قسمت رنگی در شکل مقابل را مشخص نمی کند؟

(۱)  $(C-B) \neq \cap A$       (۲)  $(A \cap C) - (B \cap C)$       (۳)  $(A-C) \cap B$       (۴)  $(C \cap A) - (A \cap B)$

۱۴) کدامیک از روابط شرطی در مجموعه ها، برگشت پذیر نیست؟

(۱)  $A=B \Rightarrow A \cap C = B \cap C$

(۲)  $A-B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$

(۳)  $A-B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$

(۴)  $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

۱۵) کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- \right\}$

(۲)  $Z = \left\{ \frac{a}{b} \mid \frac{a}{b} \in Q, b = 1 \right\}$

(۳)  $Z^- = Z \cap N$

(۴)  $\left\{ \sqrt{n} \mid n \in N \right\} \subseteq Q$

ایران توننه

۱۶) اگر  $\left\{ x, k = \frac{1}{k} \in N \in Z \right\} \in A$ ، آن گاه A چند عضو دارد؟

۳)۴

۲)۳

۱)۲

بی شمار

۱۷) کدام عضو زیر وجود دارد؟

(۱) بزرگترین عدد گنگ کوچکتر از ۲

(۲) بزرگترین عدد گویای کوچکتر از ۲

۳) بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از ۲

۴) کوچکترین عدد صحیح کوچکتر از ۲

۱۸) چه تعداد از مجموعه های زیر برابر A می شود؟

الف  $A - (A \cap B)$  ب  $(A \cap B) \cup (A - B)$  پ  $A - \emptyset$  ت  $A - (B - A)$  ث  $A - A'$

۱(۱)

۲(۲)

۳(۳)

۴(۴)

۱۹) کدام مجموع متناهی است؟

(۱)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 5.2\}$

(۲)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0.5\}$

(۳)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 60\}$

(۴)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 1/2\}$

۲۰) چه تعداد از مجموعه های زیر نامتناهی هستند؟

الف) مجموعه اعداد طبیعی که از معکوس خود کوچکترند.

ب) مجموعه اعداد حقیقی بین ۰ و ۱

پ) مجموعه اعداد صحیح کمتر از ۲ -

ت) مجموعه اعداد صحیح بزرگتر از ۲ -

۴(۱)

۳(۲)

۲(۳)

۱(۴)

۲۱) اگر مجموعه A با پایان و مجموعه هایی C, B بی پایان باشند، در مورد هر یک از مجموعه های

$B - (A \cap C), A \cap (B \cup C)$  به ترتیب از راست به چپ چه می توان گفت؟

۱) بی پایان - بی پایان    ۲) با پایان - با پایان    ۳) بی پایان - با پایان    ۴) با پایان - بی پایان

۲۲) چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

الف) اجتماع دو مجموعه متناهی، مجموعه ای متناهی است.

ب) اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی، مجموعه ای نامتناهی است.

پ) اشتراک مجموعه مضارب عدد ۵ با مجموعه مضارب عدد ۷، متناهی است.

ت) اگر  $A$  مجموعه ای متناهی و  $B$  مجموعه ای نامتناهی باشد، مجموعه  $A - B$  نامتناهی است.

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۲۳) چه تعداد از مجموعه های زیر، مساوی مجموعه مرجع  $U$  هستند؟

الف  $A \cap (A' \cup B)$

ب  $(A \cup B) \cup B'$

پ  $(A' \cap B) \cup (A' \cap B')$

ت  $(B' \cup A) \cup (B \cap A')$

۲۴) جمعیت شهری برابر با ۲ میلیون نفر می باشد که از این جمعیت ۷۰ درصد در سن کار هستند. اگر این شهر ۱۵۰ هزار نفر بی کار داشته باشد، نرخ بی کاری این شهر تقریباً برابر با کدام گزینه است؟

۰/۰۵(۴)

۰/۱(۳)

۰/۲(۲)

۰/۳(۱)

۲۵) اگر مجموعه  $A$   $2m$  عضو و مجموعه  $B$   $n$  عضو و مجموعه  $AB$   $\frac{m+n}{2}$  عضو داشته باشد، مجموعه

$(A - B) \cup (B - A)$  چند عضو خواهد داشت؟

$m + 2n$  (۴)

$m + n$  (۳)

$n$  (۲)

$m$  (۱)

۲۶)  $\frac{1}{3}$  از تعداد اعضا مجموعه  $A$  با مجموعه  $B$ ،  $\frac{2}{5}$  از تعداد اعضا  $B$  با  $A$  مشترک هستند. اگر  $n(A \cup B) = 45$

باشد، در این صورت  $n(A \cap B)$  کدام است؟



بازه - الگو خطی - الگو درجه ۲ - الگو و دنباله

۱- حاصل  $A = ([-6, 4] \cap (-\infty, 1]) - [0, 2]$  کدام است؟

- (۱)  $[-6, 0]$       (۲)  $[-6, 0)$       (۳)  $[-6, 2)$       (۴)  $(2, 4]$

۲- اگر  $0 < x < 1$ ، حاصل  $\left(-\frac{1}{x}, \frac{1}{x}\right) \cup \left(-\frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^2}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\left(-\frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^2}\right)$       (۲)  $\left(-\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}\right)$       (۳)  $\left(-\frac{1}{x^2}, \frac{1}{x}\right)$       (۴)  $\left(-\frac{1}{x}, \frac{1}{x}\right)$

۳- بازه  $\left(-\infty, \frac{a}{2}\right] \cap \left[\frac{2a-1}{3}, +\infty\right)$  تک عضوی است،  $a$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۴- اشتراک بازه های  $[-2, a]$ ،  $(b, 4]$  برابر  $\left(-\frac{2}{3}, 1\right)$  است. اجتماع بازه های  $(-2a-1, b)$ ،  $(b, a)$  کدام است؟

- (۱)  $(-3, 1)$       (۲)  $\left(-1, \frac{2}{3}\right)$       (۳)  $(1, 4)$       (۴)  $(-3, 1) - \left\{-\frac{2}{3}\right\}$

۵- به ازای چه مقادیری از  $k$ ، عدد ۳- متعلق به بازه  $(2k-1, 5k+3)$  است؟

- (۱)  $\left(-1, -\frac{5}{6}\right)$       (۲)  $\left(1, \frac{6}{5}\right)$       (۳)  $\left(-\frac{6}{5}, -1\right)$       (۴)  $\left(-\frac{6}{5}, 1\right)$

۶- اگر  $\left\{1, 2, 3, 4, 9\right\} \in \left[\frac{9-i}{2}, \dots, \frac{9-i}{2}\right]$ ، آن گاه مجموعه  $(A_1 \cap A_7) - (A_2 \cap A_5)$  به کدام صورت است؟

- (۱)  $(1, 2) \cup (-2, -1)$       (۲)  $[1, 2] \cup (-2, -1)$       (۳)  $[-1, 1]$       (۴)  $\emptyset$

۷- به ازای چند مقدار طبیعی  $n$ ، دو مجموعه  $A = [-2, 2]$ ،  $B = [n-2, 3n+1]$  جدا از هم نیستند؟

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

۸) اگر  $(-\infty, 2) \cup \left[\frac{a-6}{2}, +\infty\right)$  برابر کل اعداد حقیقی باشد، محدوده  $a$  کدام است؟

- (۱)  $[-1, 3]$  (۲)  $(-1, 3]$  (۳)  $\mathbb{R}$  (۴)  $(-\infty, 10]$

۹) در دنباله ای که از یک الگو خطی پیروی می کند، اگر جمله سوم برابر ۷ و جمله هفتم برابر ۳ باشد، چند جمله این دنباله مثبت است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۰) در یک دنباله خطی با جمله عمومی  $a_n$ ،  $\frac{a_7}{2} = \frac{a_2}{3}$  و جمله پنجم، دو واحد بیشتر از قرینه نصف جمله اول است. جمله یازدهم کدام است؟

- (۱)  $-6$  (۲)  $-4$  (۳)  $4$  (۴)  $6$

۱۱) در یک الگو خطی با جمله متمایز  $a_n$  کدا عبا ر براب جمله سیزده نیست

- (۱)  $5a_5 - 4a_7$  (۲)  $\frac{a_8 + a_{18}}{2}$  (۳)  $\frac{a_{20} - a_{24}}{4}$  (۴)  $\frac{5a_8 + a_{28}}{6}$

۱۲) چه تعداد از الگوهای زیر خطی هستند؟

- ۱)  $a_n = n^2$  ۲)  $a_n = 1 + 3n$  ۳)  $a_n = \frac{5}{n}$  ۴)  $a_n = 10$  ۵)  $a_n = \sqrt{n}$  ۶)  $a_n = |n-1| + |n+5|$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳) در یک الگو خطی غیر ثابت با جمله عمومی  $t_n$ ،  $t_1 + t_5 + t_9 + t_{13} = 48$  می باشد. اگر  $t_7 + t_{11} + t_{15} = 36$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۳ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰

۱۴) دنباله  $a_n = 102n - 6n^2$  دارای چند جمله مثبت است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۱۵) جمله شانزدهم در الگوی درجه دوم  $3, -3, 1, 9, \dots$  کدام است؟

۴۱۷(۴)      ۴۲۷(۳)      ۴۲۶(۲)      ۴۱۸(۱)

۱۶) اگر دنباله با جمله عمومی  $a_n = an(2-n) + 2n^2 - a$  یک دنباله خطی و جمله دوم دنباله  $t_n = \left(\frac{b}{2}\right)n + a^2$  برابر  $a_p$  باشد،  $b$  کدام است؟

۷۲(۴)      ۳۶(۳)      ۴(۲)      ۶(۱)

۱۷) در الگو عددی ۳, ۵, ۸, ۱۲, ۱۷ مجموع جمله نهم و دهم کدام توان باشد

۱۰۴(۴)      ۹۴(۳)      ۸۴(۲)      ۷۴(۱)

۱۸) در یک الگو، از جمله دوم به بعد، هر جمله یک واحد از نصف مربع شماره همان جمله بیشتر است. جمله چهاردهم این الگو کدام است؟

۹۳(۱)      ۹۵(۲)      ۹۷(۳)      ۹۹(۴)

۱۹) در دنباله اعداد طبیعی زوج، کدامیک از روابط زیر مجموع جمله  $n$  ام و  $(n+1)$  ام را نشان می دهد؟

۲n (۱)      n+2 (۲)      2n (۳)      2n+2 (۴)

۲۰) دنباله  $t_n = \frac{23}{2n+1}$  چند جمله صحیح دارد؟

صفر(۱)      یک(۲)      دو(۳)      سه(۴)

۲۱) کوچکترین جمله دنباله  $a_n = 3n^2 - 11n + 3$  کدام است؟

-۷(۱)      -۵(۲)      ۷(۳)      ۳(۴)

۲۲) چند جفت از جمله دنباله  $a_n = n^2 - 8n + 10$  با هم برابرند؟

دو (۱)      پنج (۲)      چهار (۳)      سه (۴)

۲۳) چند جمله اول دنباله ای ب صورت  $\frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{10}{11}, \frac{17}{14}$  است. ساده ترین جمله عمومی این دنباله کدام است؟

$$a_n = \frac{2n^2 + n - 1}{4n + 1} \quad (۱)$$

$$a_n = \frac{n^2 + 1}{2n + 2} \quad (2)$$

$$a_n = \frac{2n^2}{2n + 2} \quad (3)$$

$$a_n = \frac{n^2 + n}{2n + 1} \quad (4)$$

۲۴ دنباله  $a_n = \frac{2n - 7}{5n - 14}$  چند جمله منفی دارد؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) صفر      ۴) بی شمار

۲۵) چند جمله از دنباله با جمله عمومی  $a_n = \frac{4n + 29}{2n - 11}$  عدد صحیح است؟

- ۱) ۴      ۲) ۶      ۳) ۷      ۴) ۸

۲۶) در دنباله اعداد  $2, 8, 24, \dots$  مجموع جملات  $n$ ام و  $(n-1)$ ام کدام است؟

- ۱)  $(n-2)2^n$       ۲)  $(n+2)2^n$       ۳)  $(2n+1)2^{n-1}$       ۴)  $(2n-1)2^{n-1}$

۲۷) رابطه  $U_{n+2} = U_{n+1} + U_n$  بین جملات دنباله برقرار است اگر  $U_1 = U_2 = 1$  باشد، جمله نهم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۳۲      ۲) ۳۳      ۳) ۳۴      ۴) ۳۵

۲۸) در یک دنباله اعداد  $a_1 = 1$  و برای هر  $n \geq 2$  داریم:  $a_n = 2a_{n-1} + 1$ . جمله هشتم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۱۲۷      ۲) ۱۵۹      ۳) ۲۴۷      ۴) ۲۵۵

۲۹) در دنباله  $a_{n+1} = \frac{4 - a_n}{3}$ ، اگر  $a_5 = 3$  باشد، جمله هشتم چند برابر جمله سوم است؟

- ۱)  $\frac{25}{513}$       ۲)  $\frac{23}{517}$       ۳)  $\frac{25}{531}$       ۴)  $\frac{23}{571}$

۳۰) مجموع صد جمله اول از دنباله  $a_{n+1} = \frac{3 + a_n}{2a_n + 2}$  ( $a_1 = 1$ ) کدام است؟

- ۱) ۲۰۰      ۲) ۱۵۰      ۳) ۴۰۰      ۴) ۱۰۰

## دنباله حسابی و هندسی

۱- در دنباله  $3, a, b, 17, c, d, \dots$  به ازای  $n \geq 2$  همواره  $a_n - a_{n-1}$  مقداری ثابت است. این مقدار ثابت کدام است؟

$4(1)$        $3(2)$        $\frac{14}{3}(3)$        $\frac{11}{3}(4)$

۲- چند جمله از دنباله حسابی  $a_1 = 70, a_7 = 61$ ، بزرگتر از عدد ۳ می باشند؟

$7(1)$        $8(2)$        $9(3)$        $10(4)$

۳- در یک دنباله حسابی مجموع جملات شش بهارده برابر  $A$  و جمله هشتم برابر  $B$  می باشد. جمله دوازده کد است؟

$A+B(1)$        $A-B(2)$        $\frac{A}{2}+B(3)$        $A+\frac{B}{2}(4)$

۴- اگر  $a_n$  جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ باشد، در این صورت  $m$  در رابطه  $a_{36}^2 - a_1^2 = ma_{23}$  کدام است؟

$46(1)$        $104(2)$        $92(3)$        $69(4)$

۵- بین دو عدد ۳ و ۴۷ چند عدد می توان درج کرد به طوری که با این دو عدد تشکیل دنباله حسابی داده و اختلا بزرگترین و کوچکترین این اعداد برابر ۳۶ باشد؟

$12(1)$        $11(2)$        $10(3)$        $9(4)$

۶- اگر  $a, 2a-1, 3a-1, \dots, 7a+2$ ، سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، واسطه هندسی دو عدد  $3^{2a+b}$ ،  $3^{a-b}$  کدام می تواند باشد؟

$-3(1)$        $3(2)$        $27(3)$        $\frac{1}{27}(4)$

۷- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی  $t_n$ ، مجموع سه جمله اول ۱۲ و مجموع سه جمله بعدی ۳۰ است.  $t_7$  کدام است؟

۱۷(۱)                      ۱۶(۲)                      ۱۸(۳)                      ۱۴(۴)

۸- ۳۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده ایم که سهم های دریافت شده، دنباله حسابی تشکیل دهند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگتر، مساوی مجموع دو سهم کوچکتر است. بیشترین سهم دریافتی نان ها چند قرص است؟

۳۰(۱)                      ۹۰(۲)                      ۱۰۰(۳)                      ۱۲۰(۴)

۹) در دنباله حسابی  $3, 8, 13, 18, \dots$ ، جملا  $t_1, t_2, t_3, \dots$  دنباله حسابی جدیدی تشکیل می دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۲۰)۱                      ۲۲)۲                      ۲۸)۳                      ۳۲)۴

۱۰) اگر کوچکترین ضلع یک مثلث قائم الزاویه  $2\text{cm}$  باشد و اضلا ای مثلث تشکی دنباله حسابی دهند میی ای مثلث کدام است؟

۱)  $\frac{8}{3}$                       ۲)  $\frac{16}{3}$                       ۳) ۸                      ۴) ۱۶

۱۱- اگر اعداد  $3x, 5x - 2y, 8x + 3, 5x - 10y$  به ترتیب جملا متوال ی دنباله حسابی باشند مقدا  $x^2 + y^2$  کدام است؟

۲(۱)                      ۵(۲)                      ۱۰(۳)                      ۱۳(۴)

۱۲- اگر  $x, a_1, a_2, y$  و هم چنین  $x, b_1, b_2, b_3, y$  جملا متوال د دنباله حسابی باشند مااص  $\frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}$  کدام است؟ ( $x \neq y$ )

۱)  $\frac{2}{3}$                       ۲)  $\frac{3}{2}$                       ۳)  $\frac{4}{3}$                       ۴)  $\frac{3}{4}$

۱۳- کدام عبارت نادرست است؟

۱) اگر جملا ی دنباله حسابی پیرثا ب ر ب عدد جم کنیم دنباله جدید نی دنباله حسابی ملت

۲) اگر جملا ی دنباله حسابی پیرثا ب ر د عدد مخال صف ضر کنیم دنباله جدید نی دنباله حسابی است

۳) اگر جملا ی دنباله حسابی پیرثا ب ر ب توا د برسانیم دنباله جدید نی دنباله حسابی است

۴) اگر جملا ی دنباله حسابی پیرثا ب ر ا عدد ک کنیم دنباله جدید نی دنباله حسابی است

۱۴- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی  $t_n$ ، داریم  $t_n + t_{n+1} = 4n$ ، در این صورت جمله اول کدام است؟

(۱)  $1(2)$       (۲)  $-1(2)$       (۳)  $-2(3)$       (۴)  $2(4)$

۱۵- در یک دنباله هندسی جمله سوم مساوی با دو برابر جمله دوم به اضافه سه برابر جمله اول است. کدام دو عدد می توانند قدرنسبت این دنباله باشند؟

(۱)  $1(2)$       (۲)  $-1(2)$       (۳)  $1(3)$       (۴)  $-2(1)$

۱۶- در مثلث قائم الزاویه ای، اضلاع مثلث دنباله هندسی مسازند مرتبه قدرنسب این دنباله ققدراست

(۱)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$       (۲)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$       (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       (۴)  $2(4)$

۱۷- در یک دنباله اعداد،  $a_1 = 512$  و برای هر  $n \geq 2$  داریم  $a_n = 3a_{n-1} - a_n$ . جمله دهم این دنباله کدام است؟

(۱)  $3^9$       (۲)  $\frac{3^9}{2}$       (۳)  $\frac{3^{10}}{4}$       (۴)  $\frac{3^{10}}{2}$

۱۸- اگر حاصل ضرب ۱۵ جمله اول از یک دنباله هندسی ۱۰۰ باشد، جمله هشتم این دنباله کدام است؟

(۱)  $\sqrt[15]{100}$       (۲)  $\frac{100}{15}$       (۳)  $100^{15}$       (۴)  $15 \times 100$

۱۹- در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جمله چهارم ده برابر  $\frac{1}{64}$  است. حاصل ضرب سیزده جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱)  $4^{-13}$       (۲)  $32^{13}$       (۳)  $8^{-13}$       (۴)  $4^{13}$

۲۰- بین دو عدد  $49 \times 40$  و  $121 \times 25$  کدام عدد مثبت را قرار دهیم تا سه عدد، تشکیل دنباله هندسی دهند؟

(۱)  $7700$       (۲)  $7800$       (۳)  $8400$       (۴)  $8700$

۲۱- در یک دنباله هندسی، جمله هفتم عکس جمله بیست و سوم است. جمله پانزدهم کدام گزینه می تواند باشد؟

(۱)  $\pm 1$       (۲)  $\pm 4$       (۳)  $\pm 5$       (۴) غیر قابل تعیین

۲۲- در یک تصاعد عددی جمله او نه نه نه سه جمله متوالا تصاع هندس هستند جمله پانزدهم ای تصاعد چند برابر جمله سوم آن است؟

۲/۵(۱)

۳(۲)

۳/۵(۳)

۴(۴)

۲۳- حاصل ضرب جملات او سو ی دنباله هندسه براب  
ضرب جملات پنج هفته کدا است

۲۵۶(۱)

۱۲۸(۲)

۶۴(۳)

۳۲(۴)

۲۴- سه عدد  $۳, a, ۲۷$  جملات متوال دنباله عدد هستند ا عد  $a$  چند واحد کم شود تا دنباله هندسی حاصل شود؟

۳(۱)

۴(۲)

۶(۳)

۷(۴)

۲۵- سه عدد نابرابر  $a, b, c$  جملات متوال دنباله عدد اند. کدا مقدار به سه عدد اضافه شود تا جملات متوال  
دنباله هندسی حاصل گردد؟

a) ۱(

b) ۲(

c) ۳(

۴ نشدنی

۲۶- اگر مساحت مربع هایی تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۹ بدهند، آن گاه محیط این مربع ها تشکیل یک  
دنباله..... با قدرنسبت می دهند.

۱) هندسی، ۲،

۳) حسابی، ۳،

۳) هندسی، ۴،

۹) حسابی، ۹،

۲۷- چه تعداد از گزاره های زیر درست است؟

الف) اگر جملات  $۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, ۳۸, ۳۹, ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۳, ۴۴, ۴۵, ۴۶, ۴۷, ۴۸, ۴۹, ۵۰$  دنباله هندسه در عدد ضرب شوند دنباله حسابی یا دنباله هندسه است

ب) اگر جملات  $۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۲۹, ۳۰, ۳۱, ۳۲, ۳۳, ۳۴, ۳۵, ۳۶, ۳۷, ۳۸, ۳۹, ۴۰$  دنباله هندسه نباشد

پ) یک دنباله نمی تواند هم حسابی و هم هندسی باشد.

ت) اگر نرخ رشد سالیانه جمعیت در یک کشور ۴ درصد باشد، نتیجه می گیریم که جمعیت کشور در هر سال، یک دنباله  
با قدرنسبت ۴ را تشکیل می دهد.

۲۸- در یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d (d \neq 0)$  به سه جمله اول به ترتیب  $\frac{d}{۳}, \frac{۲d}{۳}, \frac{۳d}{۳}$  واحد اضافه کرده ایم تا سه

جمله دنباله هندسی حاصل شود. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

۲(۱)

۳(۲)

۲(۳)

۳(۴)

۲۹- اگر اعداد  $a+1, b+3, c+4$  هم سه جمله متوالی یک دنباله حسابی و هم سه جمله متوالی یک دنباله هندسی

باشند، حاصل  $\frac{b-c+1}{a^2+b^2-2ab}$  کدام است؟

۰/۷۵(۴)

۰/۲۵(۳)

۱(۲)

۰/۵(۱)

۳۰- بین اعداد  $8, \frac{81}{4}$  سه عدد چنان درج شده است که رشته حاصل تشکیل دنباله هندسی می دهد. دومین عدد درج

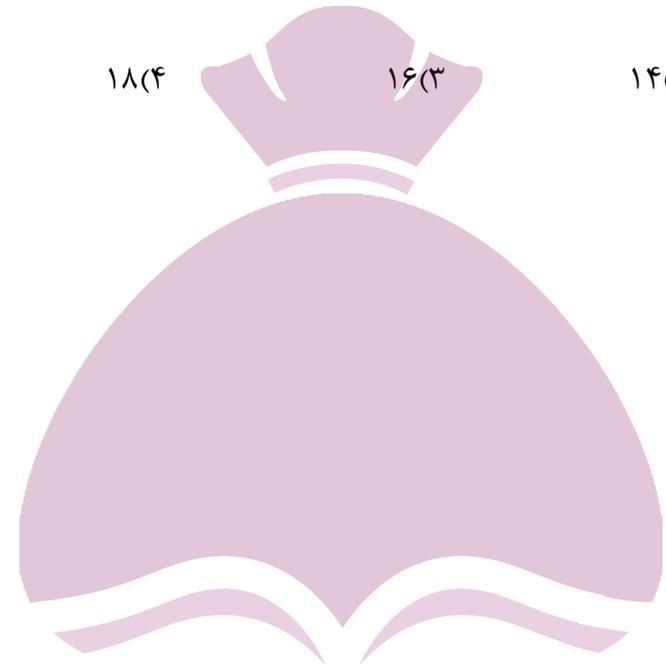
شده چند است؟

۱۸(۴)

۱۶(۳)

۱۴(۲)

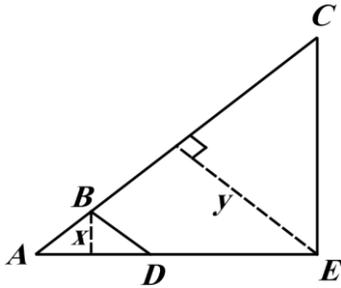
۱۲(۱)



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

## مثلثات

۱- در شکل مقابل،  $DE = 4$ ،  $BC = AD$ ،  $AB = 8$  = ۶، نسبت  $\frac{x}{y}$  کدام است؟



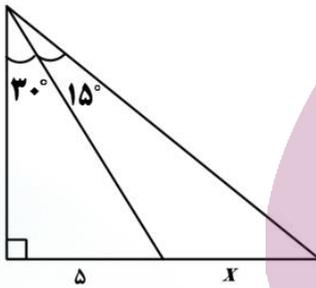
(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{5}{9}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

۲- اگر وتر مثلث بزرگ مقابل مقابل را  $y$  بنامیم، حاصل  $x + y$  کدام است؟



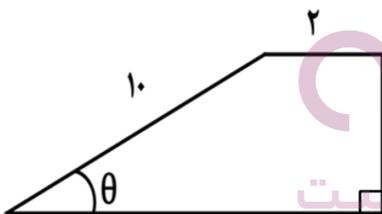
(۲)  $5(1 - 2\sqrt{3})$

(۱)  $5(2\sqrt{3} - 1)$

(۴)  $5\left(1 - \sqrt{3} - 2\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

(۳)  $5\left(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

۳- اگر در دوزنقه شکل مقابل  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  باشد، مساحت آن کدام است؟



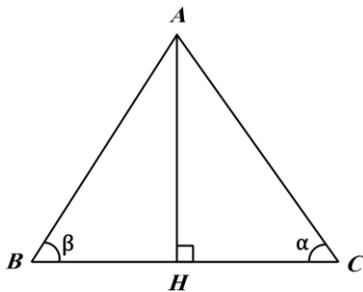
(۲) ۲۴

(۱) ۱۲

(۴) ۱۸

(۳) ۳۶

۴- در شکل مقابل حاصل  $\frac{BH}{AC}$  کدام است؟



(۲)  $\cos \alpha \times \tan \beta$

(۱)  $\sin \alpha \times \cot \beta$

(۴)  $\cot \alpha \times \tan \beta$

(۳)  $\cot \alpha \times \cos \beta$

۵- اگر  $A = \frac{\cot 30^\circ - 2 \sin 60^\circ + \tan 45^\circ}{\tan^2 30^\circ - \frac{\cos 60^\circ}{2} + \cot 45^\circ}$  حاصل،  $\frac{13A}{2}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{12}{13}$  (۲)  $\frac{13}{12}$  (۳) ۶ (۴)  $\frac{1}{6}$

۶- حاصل عبارت  $A = \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ} \times \frac{\sin 2^\circ}{\cos 2^\circ} \times \dots \times \frac{\sin 89^\circ}{\cos 89^\circ}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) صفر (۳)  $-1$  (۴) تعریف نشده

۷- اگر  $A, B$  به صورت زیر داده شده باشند، حاصل  $A, B$  کدام است؟

$$A = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 90^\circ} \times \frac{\sin 46^\circ}{\sin 91^\circ} \times \dots \times \frac{\sin 89^\circ}{\sin 134^\circ} \times \frac{\sin 90^\circ}{\sin 135^\circ}$$

$$B = \frac{\cos 1^\circ}{\cos 135^\circ} \times \frac{\cos 2^\circ}{\cos 136^\circ} \times \dots \times \frac{\cos 44^\circ}{\cos 178^\circ} \times \frac{\cos 45^\circ}{\cos 179^\circ}$$

(۱) ۱ (۲) صفر (۳)  $-1$  (۴) ۲

۸- اگر  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$  باشد، حاصل  $\frac{\sin^2 x + 2 \cos 60^\circ}{\sin 30^\circ + \cot x}$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

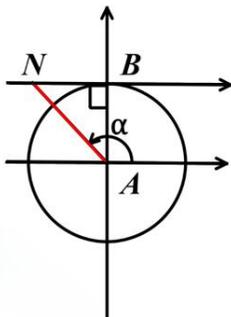
۹- اگر انتهای کمان روبرو به زاویه  $\alpha$  در ربع دوم، نقطه  $P\left(-\frac{1}{2}, y\right)$  باشد،  $\tan \alpha$  کدام است؟

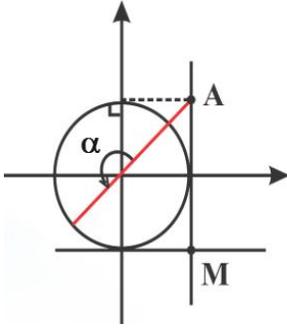
(۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $-\sqrt{3}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۰- اگر  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$  باشد، طول پاره خط  $AN$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$





۱۱- اگر  $\tan \alpha = 8$  باشد، طول پاره خط  $AM$  کدام است؟

۳(۱)      ۹(۲)

۶(۳)      ۱۲(۴)

۱۲- مجموع بیشترین و کمترین مقدار عبارت  $\frac{\cos \alpha - 1}{\cos \alpha - 2}$  کدام است؟

۳(۱)      ۲(۲)       $-\frac{1}{3}$ (۳)       $\frac{2}{3}$ (۴)

۱۳- مقدار ماکسیمم عبارت  $|\sin x - 3|$  کدام است؟

۲(۱)      ۳(۲)       $\pi$ (۳)      ۸(۴)

۱۴- اگر  $\cos x = \sqrt{\frac{\cot x}{\cot x - \alpha}}, \alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$  باشد،  $x$  در کدام ربع است؟

اول(۱)      دوم(۲)      سوم(۳)      چهارم(۴)

۱۵- کدامیک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱)  $\tan 20 > \tan 21$

(۲)  $\cot 37 > \cot 27$

(۳)  $\sin 145 > \sin 140$

(۴)  $\cos 145 < \cos 140$

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

۱۶- چه تعداد از جملات زیر درست است

الف) در دایره مثلثاتی زوایایی وجود دارد که تانژانت و کتانژانت آن ها مختلف العلام باشند

ب) در هر دور از دایره مثلثاتی دو زاویه مثبت وجود دارد که سینوس آن ها برابر  $\frac{1}{3}$  است.

پ) در دایره مثلثاتی هر چه زاویه بزرگتر باشد، مقدار سینوس آن نیز بیشتر است.

۳)۴

۲)۳

۱)۲

صفر (۱)

۱۷- ساده شده عبارت  $\frac{|2 - \cos \alpha| - |2 + \cos \alpha|}{|3 - \sin \alpha| - |3 + \sin \alpha|}$  کدام است؟

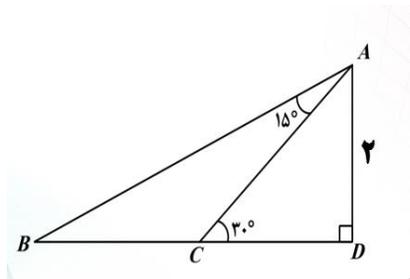
$\frac{3 \cot \alpha}{2}$  (۴)

$\cot \alpha$  (۳)

$\frac{2 \tan \alpha}{2}$  (۲)

$\frac{2 \tan \alpha}{3}$  (۱)

۱۸- در شکل زیر، مساحت مثلث  $\triangle ABC$  کدام است؟



$\frac{4\sqrt{3}}{3}$  (۱)

۴ (۲)

$4 \tan 15^\circ$  (۴)

$4\sqrt{3}$  (۳)

۱۹- نقطه P روی محیط دایره مثلثاتی و در ربع چهارم قرار دارد. کدام گزینه می تواند مختصات نقطه P باشد؟

$(\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2}{3})$  (۴)

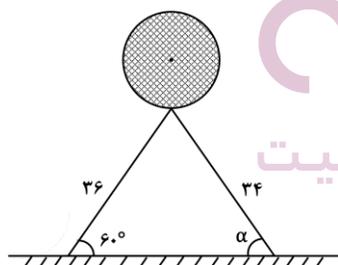
$(\frac{3}{8}, -\frac{\sqrt{7}}{8})$  (۳)

$(-\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3})$  (۲)

$(\frac{2}{5}, -\frac{3}{5})$  (۱)

۲۰- یک بالن مطابق شکل زیر توسط دو طناب به طول های ۳۴ و ۳۶ متر به زمین بسته شده است. مقدار سینوس

زاویه  $\alpha$  تقریباً کدام است؟ ( $\sqrt{3} \approx 1.7$ )



ایران توننده  
توشه ای برای موفقیت

۰/۸۵ (۱)

۰/۸۷ (۲)

۰/۸۸ (۳)

۰/۹ (۴)

۲۱- ۶ ضلعی منتظمی در داخل دایره ای به شعاع ۳ محاط شده است (رئوس ۶ ضلعی روی محیط دایره است). مساحت

بین ۶ ضلعی و دایره محیطی کدام است؟ ( $\pi = 3$ )

$$27 \left( \frac{\sqrt{3}-1}{4} \right) \quad (4) \quad 27 \left( \frac{3-\sqrt{3}}{2} \right) \quad (3) \quad 27 \left( \frac{\sqrt{3}-1}{2} \right) \quad (2) \quad 27 \left( \frac{2-\sqrt{3}}{2} \right) \quad (1)$$

۲۲- اگر خط  $y-x-1=0$  را حول محل تقاطع آن با محور طول ها  $15^\circ$  و درجهت مثلثاتی دوران دهیم، معادله خط بدست آمده کدام است؟

$$y = x\sqrt{3} + 1 \quad (4) \quad 3y = x\sqrt{3} + 1 \quad (3) \quad y = x\sqrt{3} + \sqrt{3} \quad (2) \quad 3y = x\sqrt{3} + \sqrt{3} \quad (1)$$

۲۳- اگر زاویه  $x$  به گونه ای باشد که  $1 < \sin x + \cos x$ ، آن گاه چه تعداد از نسبت های مثلثاتی  $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x$  مثبت هستند؟

$$4 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۲۴- ساده شده عبارت  $1 - \frac{\cos^2 17^\circ}{\sin^2 17^\circ}$  کدام است؟

$$(\cos 17^\circ)^{-1} \quad (4) \quad (\sin 17^\circ)^{-1} \quad (3) \quad \cos 17^\circ \quad (2) \quad \sin 17^\circ \quad (1)$$

۲۵- اگر  $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$  باشد،  $\tan \alpha - \cot \alpha$  کدام است؟

$$1/5 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 3/5 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad \text{صفر}$$

۲۶- اگر  $\frac{\cot^2 \alpha + 11}{\cot^2 \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{15}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + 10 \sin^2 \alpha}$  کدام است؟

$$2 \quad (1) \quad \frac{7}{15} \quad (2) \quad \frac{15}{7} \quad (3) \quad \frac{30}{17} \quad (4) \quad 2$$

۲۷- حاصل عبارت  $(\tan x + \cot x)^2 - \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}$  کدام است؟

$$-2 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad -1 \quad (3) \quad 4 \quad (4) \quad \text{صفر}$$

۲۸- اگر  $\frac{2}{\sin \alpha} = y \in \cot, x$  مقدار  $9x^2$  کدام است؟

$$4 + 9y^2 \quad (1) \quad 9 + 4y^2 \quad (2) \quad 36 - 4y^2 \quad (3) \quad 36 + 4y^2 \quad (4)$$

۲۹- اگر  $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $\sin^2 x + \cos^2 x$  کدام است؟

$$\frac{17}{81} \text{ (۴)}$$

$$\frac{17}{27} \text{ (۳)}$$

$$\frac{13}{81} \text{ (۲)}$$

$$\frac{13}{27} \text{ (۱)}$$

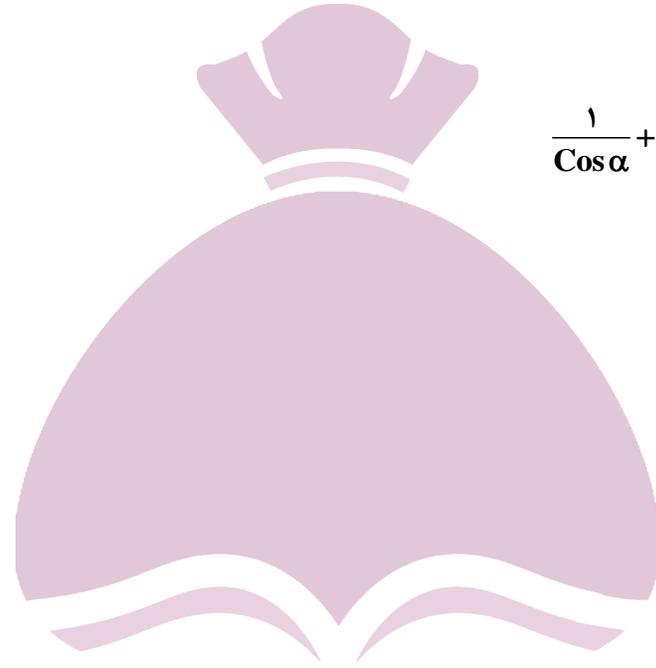
۳۰- چه تعداد از تساوی های زیر یک اتحاد مثلثاتی را نشان می دهند؟

الف  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$

ب  $(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha) = \sin^2 \alpha$

پ  $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha$

ت  $\frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha = \frac{\tan \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}$



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

توان - ریشه - اتحاد - عبارات جبری

۱- اگر  $3^y = \sqrt{7}$ ,  $7^x = \sqrt{3}$  باشد، حاصل  $\frac{81^y}{49^{x+1}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۳)  $\frac{1}{49}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{49}$

۲- حاصل  $x$  در معادله  $x^{2-\sqrt{2}} = 5$  کدام است؟

- (۱)  $5^{2-\sqrt{2}}$  (۲)  $5^{2+\sqrt{2}}$  (۳) ۱ (۴) ۵

۳- حاصل  $\sqrt{6-4\sqrt{2}} \times \sqrt{2+2\sqrt{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{1+\sqrt{2}}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{4}$

۴- اگر  $x = 1 - \sqrt{2}$  باشد، حاصل  $(x + x^{-1})^{\frac{1}{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$  (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $\sqrt{2}$

۵- مقدار عددی  $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^{1+\sqrt{5}} \times (7-4\sqrt{3})^{\frac{1}{\sqrt{5}-1}}$  چقدر است؟

- (۱)  $2 + \sqrt{3}$  (۲)  $1 + \sqrt{5}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۶- اگر  $0 < a < 1$  باشد، کدام نابرابری الزاماً درست است؟

(۱)  $a^2 + a^y > a^x + a^6$

(۲)  $a^2 + a^8 > a^6 + a^6$

(۳)  $a^2 + a^y < a^x + a^6$

(۴)  $a^2 + a^8 < a^6 + a^6$

۷- حاصل عبارت  $(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}})^2 \sqrt{2\sqrt{2}}$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۱۳۵ (۲)      ۱۴۰ (۳)      ۱۵۰ (۴)

۸- اگر  $x = \sqrt[3]{5-\sqrt{17}} + \sqrt[3]{5+\sqrt{17}}$  باشد، حاصل  $x^2 - 6x$  کدام است؟

- ۸ (۱)      ۱۰ (۲)      ۸ $\sqrt{5}$  (۳)      ۱۰ $\sqrt{5}$  (۴)

۹- حاصل  $4^{\frac{1}{2}} \times (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{2}} \times (4+2\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۰- اگر  $|x-1| = 1-x$  باشد، آن گاه  $\sqrt[5]{(x-1)^5}$  برابر با کدام است؟

- (۱)  $(x-1)\sqrt[5]{(x-1)^2}$       (۲)  $(1-x)\sqrt[5]{(x-1)^2}$       (۳)  $(x-1)\sqrt[5]{(1-x)^2}$       (۴)  $(1-x)\sqrt[5]{(1-x)^2}$

۱۱- کدام گزینه درست است؟

(۱)  $2\sqrt[3]{7} < \sqrt{7} < 3\sqrt[3]{3}$

(۲)  $\sqrt{7} < 3\sqrt[3]{3} < 2\sqrt[3]{7}$

(۳)  $3\sqrt[3]{3} < 2\sqrt[3]{7} < \sqrt{7}$

(۴)  $\sqrt{7} < 2\sqrt[3]{7} < 3\sqrt[3]{3}$

۱۲- اگر  $\frac{\sqrt{(a+b)^2} \sqrt{(a+b)^2}}{\sqrt{a^2+b^2+2ab}} = (a+b)^{\frac{m}{n}}$ ،  $a+b \geq 0$  باشد و کسر  $\frac{m}{n}$  ساده نشدنی باشد، کدام است  $\frac{n}{m}$ ؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۳- اگر  $\alpha, \beta$  جواب های معادله  $5^{x^2-1} + 5^{x^2} + 5^{x^2+1} = 155$  باشند، مقدار  $\beta - \alpha$  کدام است؟ ( $\alpha < \beta$ )

- (۱)  $\sqrt[3]{4}$       (۲)  $\sqrt[3]{16}$       (۳)  $\sqrt[3]{32}$       (۴)  $\sqrt[3]{8}$

۱۴- با توجه به جدول مقابل، کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $A - C = -11$

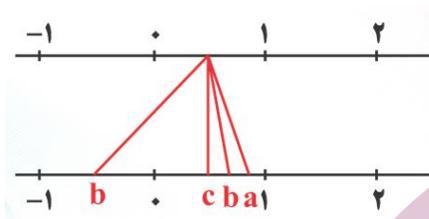
عدد	۷۲۹	B	۸۰۰۰	D
ریشه سوم	A	-۳	C	۱۵

$$\frac{B}{A} = -3 \quad (2)$$

$$B + D = 3384 \quad (3)$$

$$\frac{D}{A} = 375 \quad (4)$$

۱۵- در شکل زیر، نقطه ای از محور بالا توسط  $a, c$  و خط شکسته  $b$  به ریشه های سوم، چهارم و پنجم خود در محور پایین وصل شده است. از راست به چپ به ترتیب کدام خط مربوط به ریشه سوم، ریشه چهارم و ریشه پنجم است؟



$b, c, a$  (2)

$c, b, a$  (1)

$b, a, c$  (4)

$a, b, c$  (3)

۱۶- اگر  $x^2 + 4 - 4xy + y^2 = 0$ ، آن گاه ساده شده عبارت  $\frac{(x+1)(y^2 + 2y + 1)}{(x^2 - 2x + 1)(y-1)}$  کدام است؟ ( $x, y > 0$ )

$$\frac{(x-3)^2}{(x-1)^2} \quad (4) \quad \frac{(y+3)^2}{(y-1)^2} \quad (3) \quad \frac{(x+1)^2}{(x-3)^2} \quad (2) \quad \frac{(y+1)^2}{(y-3)^2} \quad (1)$$

۱۷- ساده ترین عبارت جبری که در  $\sqrt[4]{fa^2}$  ضرب شود تا حاصل مربع کامل گردد، کدام است؟ ( $a > 0$ )

$$2(2a)^{\frac{1}{2}} \quad (4) \quad a(2a)^{\frac{1}{2}} \quad (3) \quad (2a)^{\frac{4}{2}} \quad (2) \quad (2a)^{\frac{2}{2}} \quad (1)$$

۱۸- اگر  $x = 5 + \sqrt{17}$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{\frac{x-1}{16}} + \frac{1}{2x}$  کدام است؟

$$1/5 \quad (1) \quad 0.75 \quad (2) \quad 1/25 \quad (3) \quad 1/5 \quad (4)$$

۱۹- اگر  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2} = 27$ ، مقدار  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$  کدام است؟

$$3 \quad (1) \quad 9 \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{1}{9} \quad (4)$$

۲۰- اگر  $\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{3} + 12}$  و  $\beta = \sqrt[3]{\sqrt{3} - 12}$ ، حاصل عبارت  $(\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha\beta)$  کدام است؟

$$7 \quad (1) \quad 7\sqrt{3} \quad (2) \quad 7\sqrt[3]{3} \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

۲۱- در تجزیه عبارت  $x^2 + \frac{x\sqrt{2}}{2} - 1$  به صورت  $(ax + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right))$  مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۲- خلاصه شد عبار جبر  $\left(x - \frac{x+6}{x-4}\right)\left(\frac{x^2+9}{x+1} - 5\right)$  کدام است؟

(۱)  $x^2 + 3x - 4$  (۲)  $x^2 - 3x + 4$  (۳)  $x^2 + 5x + 6$  (۴)  $x^2 - 7x + 6$

۲۳- مساحت مستطیلی ۱ واحد مربع و عرض آن  $2 - \sqrt{3}$  است. طول آن چند واحد است؟

(۱)  $1 + \sqrt{3}$  (۲)  $4 - \sqrt{3}$  (۳)  $2 + \sqrt{3}$  (۴)  $3 - \sqrt{3}$

۲۴- اگر  $ab = \frac{a^2 + b^2}{4}$  باشد، حاصل  $(a-b)(a+b)^{-1}$  کدام است؟ ( $a > b > 0$ )

(۱)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۲)  $-\sqrt{3}$  (۳)  $-\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۴)  $\sqrt{3}$

۲۵- اگر  $\sqrt[3]{x} = \sqrt{3}$  ،  $\sqrt[3]{y} = \sqrt{2}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{x-y}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  (۳)  $-\sqrt{3} + \sqrt{2}$  (۴)  $-\sqrt{3} - \sqrt{2}$

۲۶- اگر  $A^2 + B^2 = 2$  باشد، حاصل  $\frac{B^2 + B + 1}{A^2 + A + 1}$  کدام است؟ ( $A, B \neq 1$ )

(۱)  $AB^{-1}$  (۲)  $(A-1)(B-1)^{-1}$  (۳)  $-AB^{-1}$  (۴)  $(1-A)(B-1)^{-1}$

۲۷- در تجزیه عبارت  $a^4 + 7a^2 + 16$  کدام عامل زیر وجود دارد؟

(۱)  $a^2 - a - 4$  (۲)  $a^2 + a - 4$  (۳)  $a^2 - a + 4$  (۴)  $a^2 - a - 2$

۲۸- حاصل تقسیم کوچکترین مضرب مشترک عبارات  $x^2 - 1$  ،  $(x-1)^2$  بر بزرگترین شمارنده مشترک آن ها کدام است؟

(۱)  $x^2 - 1$  (۲)  $(x-1)(x^2 - 1)$  (۳)  $x^2 + x + 1$  (۴)  $(x-1)^2(x^2 - 1)$

۲۹- اگر عبارت  $\frac{-x^2 + mx + 3n}{nx + 4}$  به ازای  $x = 2$  تعریف نشده باشد و مقدار آن به ازای  $x = -1$  برابر  $\frac{1}{2}$  شود، آن گاه مقدار  $mn$

کدام است؟

۱) -۸      ۲) ۱۰      ۳) ۸      ۴) -۱۰

۳۰- حاصل  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \frac{2}{2 + \sqrt{6}}$  کدام است؟

۱) -۲      ۲) -۱      ۳) ۱      ۴) ۲



## معادله و تابع درجه ۲

۱- اگر  $x_1, x_2$  ریشه های معادله  $x^2 + x - 6 = 0$  باشند و  $|x_1| > |x_2|$ ، آن گاه  $\frac{x_1^2}{1+x_2}$  کدام است؟

- ۳(۱)      -۳(۲)      ۲(۳)      -۲(۴)

۲- کدام یک از معادلا زیر د جواب قققیق دارد

- ۱(۱)  $mx^2 + 2x + 1 = 0$       ۲(۲)  $3x^2 - mx + 4 = 0$       ۳(۳)  $2x^2 - mx - m = 0$       ۴(۴)  $2mx^2 + 3x - m = 0$

۳- اگر اضلا قام مثلث  $2x, x$  باشند و مجموع محیط و مساحت آن  $10 + 2\sqrt{5}$  باشد، آن گاه  $x$  کدام است؟

- ۱(۱)      ۲(۲)      ۳(۳)      ۴(۴)

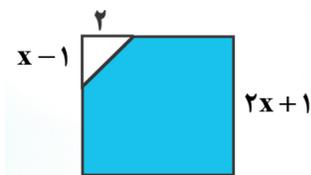
۴- در حل معادله  $2x^2 - 12x + 7 = 0$  به روشی مشابه روش مربع کامل، معادله را به فرم  $2(x+b)^2 + c = 0$  می نویسیم. حاصل ضرب ریشه های معادله چند برابر  $b+c$  است؟

- ۱/۴ (۱)      ۷/۲ (۲)      -۷/۴ (۳)      -۳/۲ (۴)

۵- در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  برقرار است، قدرمطلق تفاضل ریشه های این معادله کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) غیرقابل تعیین

۶- اگر مساحت قسمت رنگی از مربع مقابل برابر با ۲۴ سانتی متر مربع باشد،  $x$  چند سانتی متر است؟



- ۳/۲ (۱)      ۱۱/۴ (۲)

- ۳(۳)      ۲(۴)

۷- حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی ۳۲۳ می باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

$36(4)$

$35(3)$

$34(2)$

$32(1)$

۸- مجموع عدد کمتر از یک با وارونش برابر  $\frac{13}{6}$  است. سه برابر آن عدد کدام است؟

$3(4)$

$2(3)$

$1/8(2)$

$1/5(1)$

۹- معادله  $(x^2 - 1)^2 + (x + 1)^2 = 0$  چند جواب حقیقی دارد؟

$4(4)$

$3(3)$

$2(2)$

$1(1)$

۱۰- دو معادله  $x^2 + 2x + a^2 + 1 = 0$ ،  $x^2 - x - 2a^2 - 2 = 0$  ریشه مشترک  $k$  دارند.  $k$  کدام است؟

$2(4)$

$1(3)$

$0(2)$

$-1(1)$

۱۱- ریشه های معادله  $x^2 - 6x + 8 = 0$ ، جملا سو پنج ی دنبال هندس نزول ب جملات مشت هستند ا  $q$  قدر نسبت این دنباله باشد، حاصل  $1 + q^4$  کدام است؟

$\frac{5}{32}(4)$

$\frac{5}{4}(3)$

$\frac{1}{16}(2)$

$\frac{1}{4}(1)$

۱۲- اگر  $\alpha, \beta$  ریشه های معادله  $x^2 + 2mx + m + 2 = 0$  در رابطه  $-2 < \alpha < 1 < \beta$  صادق باشند، محدوده  $m$  کدام است؟

$(-1, 2)(4)$

$(2, +\infty)(3)$

$(-\infty, -1)(2)$

$\mathbb{R} - -1, 2(1)$

۱۳- کدام گزینه یک معادله درجه دوم است؟

$(x^2 - 2)(x^2 + 2) = x^2(x + 2)(2)$

$(2k - 5)^2 = (5 - 2k)^2(1)$

$(1 - P)^2 = 2(P + 1)^2 - 3(4)$

$(\Delta m + 1)^2 = (2 - \Delta m)^2(3)$

۱۴- اگر  $x$  متغیر معادله درجه دوم  $x^2 + (2y + 1)x + (3y + 2)(-1 - y) = 0$  باشد، آن گاه کدام رابطه همواره درست است؟

$x + 3y = 2(4)$

$x + y = 1(3)$

$x + 3y = -2(2)$

$x - y = -1(1)$

۱۵- در یک لیگ والیبال، ۴۵ بازی انجام شده است. اگر هر تیم با سایر تیم های لیگ، فقط یک بازی انجام داده باشد، تعداد تیم های لیگ کدام است؟

۱۱(۴)

۱۰(۳)

۱۲(۲)

۹(۱)

۱۶- شخصی که در لبه فوقانی ساختمانی به ارتفاع ۸۰ متر ایستاده است، توپی را با سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه به سوی بالا پرتا م کند بعد از  $t$  ثانیه، ارتفاع توپ از سطح زمین با  $h = -5t^2 + 20t + 80$  برابر می شود. پس از چند ثانیه، توپ به زمین می رسد؟

۲(۴)  $2\sqrt{5} - 2$

۳(۳)  $4 + 2\sqrt{5}$

۲(۲)  $2 + 2\sqrt{5}$

۱(۱)  $2 + \sqrt{10}$

۱۷- اگر سه نقطه از سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  باشند، آن گاه  $\frac{a+b}{c}$  کدام است؟

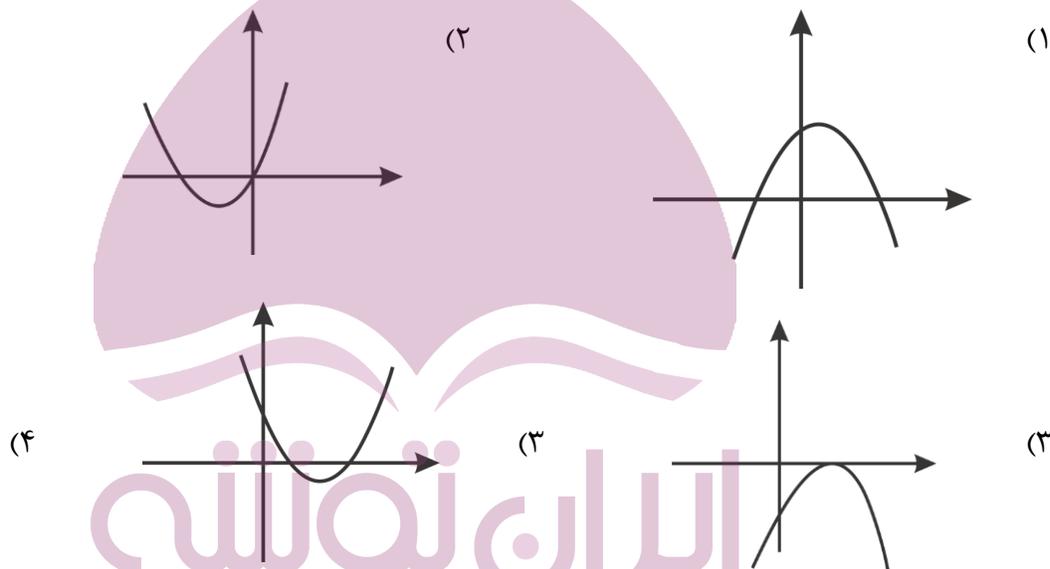
۲(۴)

۳(صفر)

۲(۱-)

۱(۱)

۱۸- منحنی های زیر مربوط به سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  هستند. در کدامیک از آن ها  $abc$  عددی مثبت است.



ایران نوشته  
توشه ای برای موفقیت

۱۹- منحنی به معادله  $y = x^2 - 4x + 3$  بالا تا کجا خرا م گیرد

۴(۴)  $-x - y + 3 = 0$

۳(۳)  $y + 1 = 0$

۲(۲)  $y - x - 3 = 0$

۱(۱)  $y = 1$

۲۰- به ازای کدام مقدار  $m$ ، نمودار تابع  $y = m(x^2 + 1) - 2x^2 - 3x + 2$  بالا موو  $x$  ها و مماس بر آن است؟

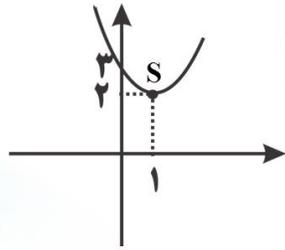
۴(۳) ۳

۳(۲)  $\frac{5}{2}$

۲(۱)  $-\frac{5}{2}$

۱(۱) -۳

۲۱- نمودار تابع  $y = a(2x - b)^2 + c$  داده شده است.  $abc$  کدام است؟



۴(۱)                      ۳(۲)

۲(۳)                      ۱(۴)

۲۲- کمترین مقدار سهمی  $y = x^2 - x + k$  برابر  $-\frac{9}{4}$  است. نقاط تلاقی سهمی با محور  $y$  را یکدیگر به فاصل

ای دارند؟

۱(۱)                      ۲(۲)                      ۳(۳)                      ۴(۴)

۲۳- اگر محور تقارن سهمی  $y = \frac{1}{3}(x - k)(x + 2)$  خط  $x = 8$  باشد، نمودار آن محور  $y$  ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

۱۲(۱)                       $\frac{28}{3}$ (۲)                       $-\frac{28}{3}$ (۳)                      ۱۲(۴)

۲۴- یک سهمی محور طول ها را در نقاط ۴ و -۲ و محور عرض ها را در نقطه ۲۴- قطع می کند، عرض رأس این سهمی کدام است؟

۱(۲۹)                      ۲(۲۶)                      ۳(۲۸)                      ۴(۲۷)

۲۵- به ازای چه مقدار صحیح  $m$ ، نمودار سهمی  $y = mx^2 + 3x + 5 - m$  از ناحیه سوم عبور نمی کند؟

۱) بی شمار                      ۲) ۴                      ۳) ۵                      ۴) ۶

۲۶- کوتاه ترین فاصله نقاط سهمی  $y = \frac{x^2}{2} - 5$  از مبدأ مختصات چقدر است؟

۱)  $\sqrt{10}$                       ۲) ۳                      ۳) ۲                      ۴)  $\sqrt{8}$

۲۷- به ازای کدام مقدار  $k$  کمترین مقدار تابع  $y = x^2 + kx + k^2 - 12$  روی محور  $x$  هاست؟

۱) ۴                      ۲) -۴                      ۳)  $\pm 4$                       ۴)  $\pm 2\sqrt{3}$

۲۸- منحنی های توابع با ضابطه  $y = x^2 - 2ax + 3$  بر خط  $y = 0$  مماس اند. نقطه وسط دو نقطه تماس کدام است؟

(0,1) (4)

(1,0) (3)

$(-\sqrt{2},1)$  (2)

$(\sqrt{2},1)$  (1)

۲۹- از بین مستطیل هایی با محیط ۲۴ واحد، اندازه کوتاه ترین قطر کدام است؟

$6\sqrt{3}$  (4)

$6\sqrt{2}$  (3)

$4\sqrt{3}$  (2)

$4\sqrt{2}$  (1)

۳۰- محیط مستطیلی ۱۰۰ متر است. بیشترین مساحت آن کدام است؟

۷۰۰ (4)

۶۲۵ (3)

۵۵۰ (2)

۴۲۰ (1)



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

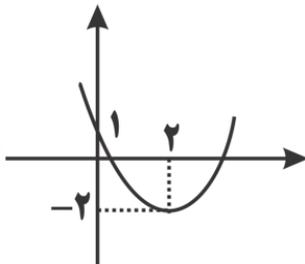
## نامعادله و تعیین علام

۱- اگر جدول تعیین علام عبار  $y = (2a+b)x - 6a - 2b$  به صورت مقابل باشد، آن گاه کدام عبارت صحیح است؟

$x$	$-\infty$	$a$	$+\infty$
$y$	-	$\phi$	+

(۱)  $a = 2, b > -6$       (۲)  $a = -2, b > -6$

(۳)  $a = 2, b < -6$       (۴)  $a = -2, b < -6$



۲- کدام گزینه تعیین علام صیبه سهم مقابل است

$x$	$-2-2\sqrt{2}$	$-2+2\sqrt{2}$	
$y$	+	-	+

(۲)

$x$	$-2$	$+2$	
$y$	+	-	+

(۱)

$x$	$+$
$y$	$+$

(۴)

$x$	$\frac{6-2\sqrt{6}}{3}$	$\frac{6+2\sqrt{6}}{3}$	
$y$	+	-	+

(۳)

ایران نوشتن

نوشته ای برای موفقیت

۳- عبارت درجه اول  $f(x) = 2mx + m^2 - 27$  به ازای  $x < m$  مثبت و به ازای  $x > m$  منفی است.  $m$  کدام است؟

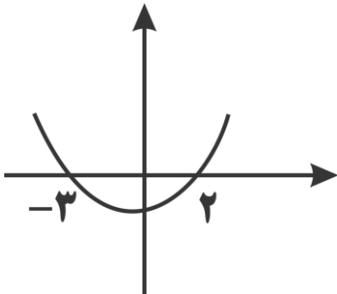
- (۱)  $-3, 3$       (۲) فقط  $-3$       (۳) فقط  $3$       (۴)  $-2$

۴- اگر عبارت  $P(x) = -x^2 + bx + c$  دارای ریشه های  $x = 3, x = -1$  باشد، عبارت  $A = \frac{P(x)}{(x^2 - x + 1)(-x^2 + 4x - 3)}$  به

ازای چه مقدار صحیح  $x$  منفی است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) بی شمار

۵- با توجه به نمودار تابع مقابل که مربوط به سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  است. جواب نامعادله  $\frac{x}{ax^2 + bx + c} \geq 0$  کدام است؟



- (۱)  $-2, 0 \cup 2, +\infty$  (۲)  $-3, 0 \cup 2, +\infty$   
 (۳)  $-3, 2 - 0$  (۴)  $-\infty, -3 \cup 2, +\infty \cup 0$

۶- در چند جمله  $p(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر  $\frac{\Delta}{4a} < 0$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) معادله  $p(x) = 0$  فاقد ریشه است.  
 (۲) چند جمله ای  $p(x)$  همواره مثبت است.  
 (۳) چند جمله ای  $p(x)$  همواره منفی است.  
 (۴) علامت  $p(x)$  وابسته به  $a$  است.

۷- اگر دو نامعادله  $\begin{cases} A + 2B > 18 \\ 3A + B < 12 \end{cases}$  برقرار باشند، حدود  $A$  کدام است؟

- (۱)  $A > 9$  (۲)  $A > \frac{9}{4}$  (۳)  $A < \frac{9}{4}$  (۴)  $A < 9$

۸- نرخ جدید کالای  $n$  عد طبیعی و روابط دوبار و سه بار خرید آن ها به صورت های  $2n - 2 < 85, 2n + 1 > 55$  است.  $n$  چقدر است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۹ (۳) ۲۸ (۴) ۲۷

۹- مجموعه جواب نامعادله  $4x(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}) \geq -2x - \frac{1}{x}$  کدام است؟

- (۱)  $3, +\infty$  (۲)  $(\frac{3}{2}, 3)$  (۳)  $(0, 3)$  (۴)  $(-3, 3) - \{\frac{3}{2}\}$

۱۰- نمودار تابع  $f(x) = mx^2 + 2x + m + 1$  به ازای چه مقدار  $m$  همواره بالا موو  $x$  هاست؟

- (۱)  $m > \frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (۲)  $m < \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$  (۳)  $m > 0$  (۴)  $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} < m < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

۱۱- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، نمودار تابع  $y = (m-1)x^2 + x\sqrt{3} + m$  همواره پایین محور  $x$  هاست؟

$$m > \frac{3}{2} \quad (4) \quad 1 < m < \frac{3}{2} \quad (3) \quad -\frac{1}{2} < m < 1 \quad (2) \quad m < -\frac{1}{2} \quad (1)$$

۱۲- در کدام بازه منحنی به معادله  $y = x^2 + 2x^2$  در زیر خط  $y = x + 2$  قرار می گیرد؟

$$(-\infty, -2) \cup (-1, 1) \quad (4) \quad (-1, 1) \cup (2, +\infty) \quad (3) \quad (-1, 1) \quad (2) \quad (-2, 1) \quad (1)$$

۱۳- در کدام بازه منحنی  $y = \frac{2x-5}{2x^2+3x+2}$  بالاتر از منحنی  $y = \frac{1}{x}$  قرار دارد؟

$$(-\frac{1}{4}, \frac{5}{2}) \quad (4) \quad (-\frac{1}{4}, 0) \quad (3) \quad (-\frac{1}{2}, 0) \quad (2) \quad (-2, \frac{1}{2}) \quad (1)$$

۱۴- نمودار کدام تابع در بازه  $0, 1$  بالاتر از سایرین است

$$y = x\sqrt{x} \quad (4) \quad y = x^2 \quad (3) \quad y = \sqrt[3]{x^2} \quad (2) \quad y = \sqrt{x} \quad (1)$$

۱۵- به ازای کدام مقادیر  $m$  خط  $y = mx$  نمودار تابع  $y = (2x+1)(x+8)$  را قطع نمی کند؟

$$5 < m < 13 \quad (4) \quad 15 < m < 23 \quad (3) \quad 7 < m < 15 \quad (2) \quad 9 < m < 25 \quad (1)$$

۱۶- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2-5x+6}{x^2+2x-8} > \frac{x^2-x-2}{x^2-2x-3}$  کدام است؟

$$(-\infty, -4) \cup (\frac{17}{8}, 3) \quad (4) \quad (-\infty, -4) \cup (2, 3) \quad (3) \quad (-4, \frac{17}{8}) \cup (3, +\infty) \quad (2) \quad (-\infty, 2) \cup (3, 4) \quad (1)$$

۱۷- بازار فروش  $S$  هزار واحد کالا  $t$  هفته بعد از معرض از رابطه  $S = \frac{200t}{t^2+100}$  محاسبه می شود.  $t$  چند عدد صحیح می تواند باشد اگر فروش هفتگی کالا هزار واحد یا بیشتر در هفته باشد

$$10) 1 \quad 2) بی شمار \quad 3) 15 \quad 4) 16$$

۱۸- مجموعه جواب نامعادله  $-1 < \frac{x+1}{1-x} \leq 2$  کدام است؟

$$\mathbb{R} - (\frac{1}{3}, +\infty) \quad (4) \quad (-\infty, \frac{1}{5}) \quad (3) \quad [\frac{1}{3}, 1) \quad (2) \quad (-\infty, 1) \quad (1)$$

۱۹- مجموعه جواب های حقیقی نامعادله  $x^2 - 3x^2 + 3x - 1 > \frac{3x(x-1)^2}{2}$  کدام است؟

$$-3 < x < -1 \quad (4) \quad x < -2 \quad (3) \quad x < -1 \quad (2) \quad x > -3 \quad (1)$$

۲۰- اگر مجموعه جواب نامعادله  $ax^2 + bx + 3 < 0$  بازه  $(1, 2)$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $x^2 + 2bx + 2a < -5$  کدام است؟

- (۱)  $x < 1$  یا  $x > 8$  (۲)  $1 < x < 8$  (۳)  $1 < x < 2$  (۴)  $x > 2$  یا  $x < 1$

۲۱- مجموعه جواب نامعادله  $3x < |2x - 1| \leq 4$  کدام است؟

- (۱)  $[\frac{5}{2}, +\infty)$  (۲)  $(-1, +\infty)$  (۳)  $\mathbb{R} - [-\frac{3}{2}, 0)$  (۴)  $(-\infty, -\frac{3}{2}] \cup (-1, +\infty)$

۲۲- اگر مجموعه جواب نامعادله های  $A \leq -2x + 3 \leq B$ ،  $|\frac{x-1}{2} - 1| \leq 3$  برابر باشند،  $A + B$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۷ (۴) -۷

۲۳- اگر مجموعه جواب نامعادله  $|ax + b| > 5$  به صورت  $\mathbb{R} - [2, 3]$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۴- نمایش مجموعه جواب نامعادله  $|x - 2| < 2$  بر روی محور مطابق شکل است. اشتراک جواب های دو نامعادله  $|x - a| > 3$ ،  $|x - 2| < b$  کدام است؟



- (۱) ۳, ۶ (۲) (۳, ۶)

- (۳) (-۲, ۳) (۴) (-۳, ۶)

۲۵- نامعادله  $|2x - 3| < x$  معادل کدام نامعادله است؟

- (۱)  $|x - 2| < 1$  (۲)  $|x - 2| < 2$  (۳)  $0 < |x - 2| < 1$  (۴)  $0 < |x - 1| < 1$

پیران توننه

توسعه ای برای موفقیت

۲۶- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 2|x| + 3} < 1$  کدام است؟

- (۱)  $x > 0$  (۲)  $x > -3$  (۳)  $x > -\frac{3}{5}$  (۴)  $-\frac{3}{5} < x < 0$

۲۷- مجموعه جواب نامعادله  $|\frac{2x-1}{2-x}| \leq 1$  معادل کدام مجموعه جواب نامعادله است؟

- (۱)  $0 < x^2 \leq 1$  (۲)  $x^2 \leq 1$  (۳)  $0 < |x| \leq 1$  (۴)  $|x| < 1$

۲۸- تعداد جواب های صحیحی که در نامعادله  $\frac{|4-x^2|}{|4x^2+3x-22|} < 1$  صدق نمی کنند، کدام است؟

- (۱) صفر                      (۲) ۱                      (۳) ۲                      (۴) ۳                      (۵) ۴

۲۹- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{1}{|x-1|} < \frac{1}{|x-3|}$  به صورت  $b - (a, +\infty)$  باشد،  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۲                      (۲) ۳                      (۳) ۴                      (۴) ۵

۳۰- مجموعه جواب نامعادله  $|x^2+1| > |x-2| - 2x+1$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 1)$                       (۲)  $(-1, 1)$                       (۳)  $(-1, 2)$                       (۴)  $(1, 2)$



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

۱- اگر تابع  $f = (3, -4), (3, 2a), (a+b, c-b)$  فقط یک زوج مرتب داشته باشد، آن گاه حاصل  $\frac{c+b}{a}$  کدام است؟

- ۲(۱)      -۳(۲)      ۳(۳)      -۲(۴)

۲- کدامیک تابع است؟

(۱) رابطه ای که به هر عدد، ریشه چهارم آن را نسبت می دهد.

(۲) رابطه ای که به هر نویسنده، کتاب های او را نسبت می دهد.

(۳) رابطه ای که به هر عدد، مضارب فرد آن را نسبت می دهد.

(۴) رابطه ای که به هر کتاب، قیمتش را نسبت می دهد.

۳- عبارت اول کدام گزینه تابعی از عبارت دوم آن نیست؟

(۱) مساحت مربع-اندازه ضلع مربع

(۲) محیط مثلث متساوی الاضلاع-طول ض

(۳) مساحت دایره- شعاع دایره

(۴) زاویه A در مثلث  $\hat{A}BC$  - طول ضلع AB

۴- رابطه  $R = (x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2$  چند زوج مرتب دارد؟

- ۴(۱)      ۶(۲)      ۷(۳)      ۸(۴)

۵- اگر رابطه  $f = \left\{ (a-1, 2), (2a, \frac{1}{3}), (a-1, \frac{a+b}{2}), (2a, 2b) \right\}$  یک تابع باشد،  $a-b$  کدام است؟

- $\frac{4}{3}$ (۱)      ۲(۲)       $\frac{1}{3}$ (۳)      ۴(۴)

۶- در رابطه  $f = (2, 1), (3, 4), (5, 1), (2, 4), (3, 4), (1, 1)$  با حذف حداقل چند عضو تابع حاصل می شود؟

۱)۱      ۲)۲      ۳)۳      ۴)صفر

۷- رابطه مقابل، بیان گر تابعی با دامنه ۲,۳,۴ و برد ۵,۲,۶- است.  $a-b$  کدام است؟

ورودی	۲	$2a^2 + 5$	۴
خروجی	۵	$\frac{a}{2} - 3b$	$a - 5$

۱)  $\frac{11}{6}$       ۲)  $-\frac{1}{6}$

۳)  $-\frac{11}{6}$       ۴)  $\frac{1}{6}$

۸- اگر داشته باشیم  $\frac{3x}{f(x)-2} = \frac{2}{f(x)+2}$ ، حاصل  $f(1) - f(-2)$  کدام است؟

۱)  $-3$       ۲)  $9$       ۳)  $-9$       ۴)  $3$

۹- در مورد تابع خطی  $f$  می دانیم،  $f(f(0)) = -8, f(2) = 4$  ضابطه این تابع کدام می تواند باشد؟

۱)  $y = 2x + 8$       ۲)  $y = 8x - 2$       ۳)  $y = 2x + 3$       ۴)  $y = 3x - 2$

۱۰- اگر تابع  $f = (1, m), (2, 0), (m, -8)$  یک تابع خطی باشد، مقادیر  $m$  کدام است؟

۱)  $(2, -4)$       ۲)  $(2, -2)$       ۳)  $(4, -4)$       ۴)  $(4, -2)$

۱۱- اگر برد تابع  $f(x) = 3x - 2$  بازه  $(2, -3)$  باشد، دامنه این تابع کدام است؟

۱)  $(4, -1)$       ۲)  $(2, -3)$       ۳)  $(\frac{4}{3}, -\frac{1}{3})$       ۴)  $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$

۱۲- اگر دامنه تابع خطی  $f$  برابر  $1, 2$  و برد آن نیز برابر  $2, 4$  باشد، در این صورت کدام مورد همواره برقرار است؟

۱)  $f(-1) = -2$       ۲)  $f(0) = 2$       ۳)  $f(\frac{1}{2}) = 1$       ۴)  $f(3) = -4$

۱۳- مجموع دو عدد مثبت برابر ۴ است. نمایش جبری تابعی که حاصل ضرب آن دو عدد  $(P)$  را بر حسب مجموع

جذرهای آن دو عدد  $(x)$  نشان می دهد، کدام است؟

۱)  $P(x) = (\frac{x}{2} + 2)^2$       ۲)  $P(x) = (\frac{x}{2} + 2)^2$       ۳)  $P(x) = (\frac{x}{2} - 2)^2$       ۴)  $P(x) = (\frac{x}{2} - 2)^2$

۱۴- اگر  $f(x) = x - x^2$  باشد، بیشترین مقدار  $f(2x + 3)$  کدام است؟

۱)  $\frac{1}{4}$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{3}{4}$       ۴)  $\frac{3}{2}$

۱۵- اگر از دامنه تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  نقطه  $x = k$  را حذف کنیم، از برد آن  $f(k)$  حذف می شود. حاصل  $k \times f(k)$  کدام است؟

۸(۱)      -۸(۲)      ۴(۳)      -۴(۴)

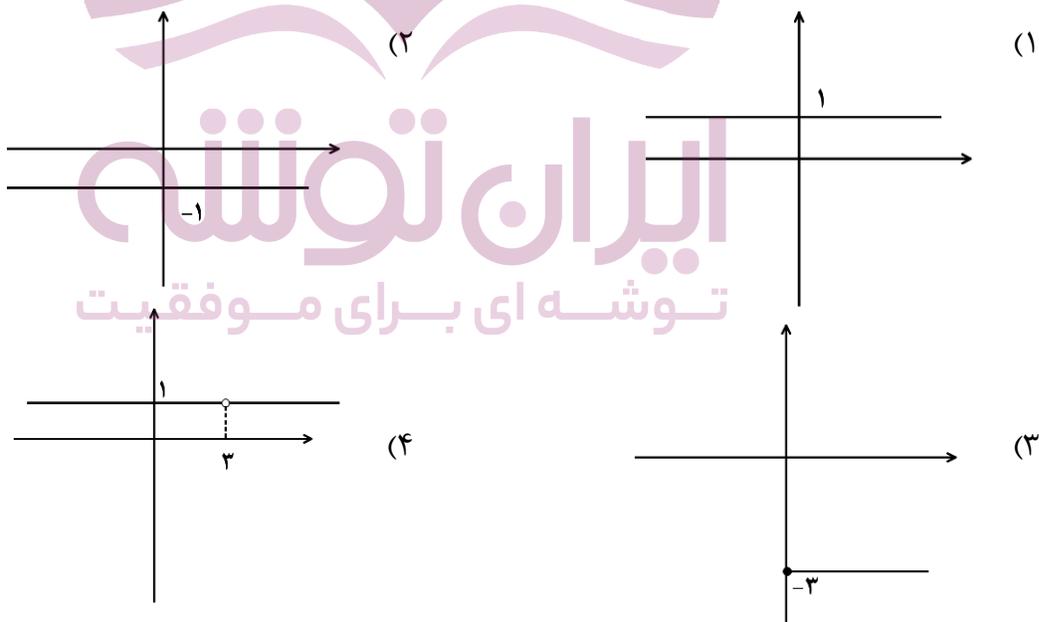
۱۶- اگر  $f(x) = \begin{cases} 2ax + 5b & x \geq 2 \\ 1 - 2x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ b - ax & x \leq -1 \end{cases}$  یک تابع باشد،  $ab$  کدام است؟

۱(۶-)      ۲(۱-)      ۳(صفر)      ۴(۸)

۱۷- اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابع ثابت باشد و داشته باشیم  $\frac{g(-1)f(4) + g(4)f(2)}{g(2) + f(-2)} = 3$ ، آن گاه  $f(\frac{2}{3}) \times g(\frac{3}{2})$  کدام است؟

۱(۳-)      ۲(صفر)      ۳( $\frac{5}{3}$ )      ۴(۶)

۱۸- اگر  $f(x) = \frac{ax - 3}{x - 3}$  یک تابع ثابت باشد، نمودار این تابع کدام گزینه می تواند باشد؟



۱۹- تعداد نقاط مشترک نمودارهای  $(x - y + 2)(3x + y - 4) = 0$ ،  $(2x - 5y + 7)(x + y - 2) = 0$  کدام است؟

۱۶(۴)

۶(۳)

۴(۲)

۲(۱)

۲۰- اگر  $f(x) = \frac{6x^2 + 16x + 3m}{6}$  مربع عبارت خطی نسبت به  $x$  باشد، مقدار  $m$  بین کدام دو عدد است؟

-۳ و -۴(۴)

۶ و ۵(۳)

۵ و ۴(۲)

۴ و ۳(۱)

۲۱- اگر  $f(x) = x^2 + 3x - f(1)$  باشد،  $f(2)$  کدام است؟

۱۴(۴)

۱۰(۳)

۹(۲)

۸(۱)

۲۲- اگر  $\frac{f(-x)}{\sin x} + \frac{f(x)}{\cos x} = 4$ ، آن گاه حاصل  $f(45^\circ) + f(-45^\circ)$  کدام است؟

 $-\sqrt{2}$ (۴) $-2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱)

۲۳- اگر  $f(3 \cos x - 9 \cos x) = 2 - \cot^2 x$  باشد، آن گاه  $f(-6)$  کدام است؟

تعریف نشده(۴)

۲(۳)

-۲(۲)

 $\frac{3}{2}$ (۱)

۲۴- اگر  $x^2 < x$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{1+x-2\sqrt{x}} + \sqrt{x^2+x-2x\sqrt{x}}$  کدام است؟

 $1+x$ (۴) $1-x$ (۳) $1+\sqrt{x}$ (۲) $1-\sqrt{x}$ (۱)

۲۵- اگر رأس نمودار تابع  $f(x) = x^2 - 2x + k$ ، نقطه  $S(1, 5)$  باشد، رأس نمودار تابع  $f(x+3)$  کدام است؟

(۴ و ۸)(۴)

(۳ و ۵)(۳)

(۲ و ۵)(۲)

(۱ و ۲)(۱)

۲۶- مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع  $y = 3 - |x - 1|$  و محور  $x$  ها کدام است؟

۶(۱)

۹(۳)

۸(۲)

۶(۱)

۲۷- محیط ناحیه محدود به نمودار تابع  $y + |x| = 3$  و محور  $x$  ها کدام است؟

 $6(1+\sqrt{2})$ (۴) $6(1+\sqrt{3})$ (۳) $3(1+\sqrt{2})$ (۲) $3(1+\sqrt{3})$ (۱)

۲۸- کمترین مقدار تابع  $f(x) = |-x^2 - 2| + 3$  کدام است؟

۱(۴)

۵(۳)

۲(۲)

۳(۱)

۲۹- نمودار تابع  $y = |x| - 2$  را یک واحد به طرف  $y$  های مثبت و ۴ واحد به طرف  $x$  های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع اند؟

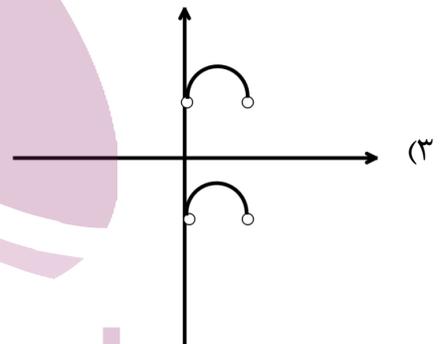
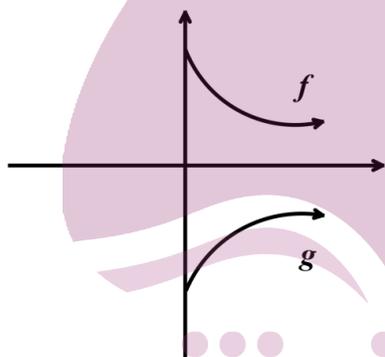
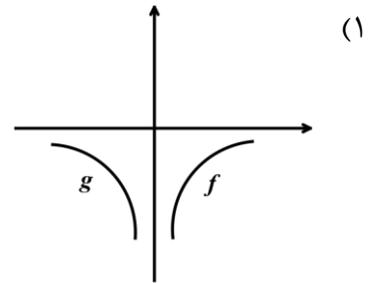
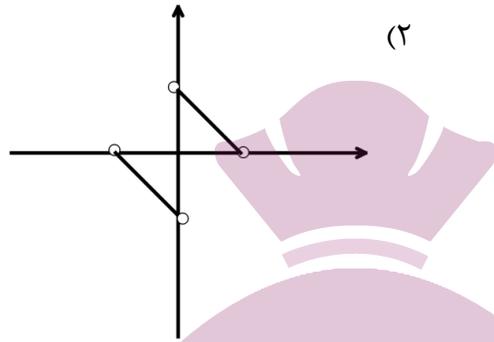
-۱/۵(۴)

۱/۵(۳)

-۲/۵(۲)

۲/۵(۱)

۳۰- اگر  $g, f$  دو تابع باشند به طوری که  $f(x) + g(x) = 0$ ، آن گاه کدام گزینه نشان دهنده نمودارهای آن هاست؟



ایران تونل  
توشه ای برای موفقیت

## شمارش بدون شمردن

۱- در یک دانشگاه، ۵ طبقه و در هر طبقه بین ۳ تا ۵ راهرو و در هر راهرو ۴ تا ۶ کلاس و در هر کلاس ۱۰ تا ۱۵ صندلی وجود دارد. تفاضل حداقل و حداکثر تعداد صندلی هایی که ممکن است در این دانشگاه وجود داشته باشد، کدام است؟

۴(۵۷۰۰)                      ۳(۳۳۰۰)                      ۲(۱۲۰۰)                      ۱(۴۵۰۰)

۲- فردی برای استفاده از رایانه شخصی خود یک رمز شامل دو حرف **a, b** و ۴ رقم از بین ارقام ۹ و ... و ۱ و ۰ با الگوی حرف، رقم، رقم، رقم، حرف انتخاب کرده است. اما ارقام رمز خود و ترتیب حروف **a, b** را فراموش کرده است. اگر بخواهد بصورت تصادفی رمز را وارد نماید و وارد کردن هر رمز ۳ ثانیه زمان داشته باشد، این فرد حداکثر در چه زمانی می تواند به اطلاعا رایانه خود دسترسی پیدا کند

۱(۶۰۰ دقیقه)                      ۲(۱۰۰ دقیقه)                      ۳(۱۰۰۰ دقیقه)                      ۴(۶۰۰۰۰ دقیقه)

۳- چند تابع با دامنه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  می توان نوشت که برد آن ها مجموعه  $B = \{1, 2, 3\}$  باشند؟

۱(۳<sup>۵</sup>)                      ۲(۵<sup>۳</sup>)                      ۳( $\frac{5!}{3!}$ )                      ۴(۵! × ۳!)

۴- یک ساختمان ۱۰ طبقه را به چند طریق می توان با ۴ رنگ، رنگ آمیزی کرد به طوری که هیچ دو طبقه مجاوری هم رنگ نباشند؟

۱(۴ × ۳<sup>۹</sup>)                      ۲(۳ × ۴<sup>۹</sup>)                      ۳(۳<sup>۹</sup>)                      ۴(۴<sup>۹</sup>)

۵- در یک کشور، نوعی اتومبیل در ۴ مدل، ۸ رنگ، ۳ حجم موتور و ۲ نوع دنده تولید می شود. اگر یکی رنگ های تولید شده خاکستری باشد، چند نوع از این اتومبیل با رنگ خاکستری و یک نوع دنده تولید می شود؟

۱(۱۲)                      ۲(۹۶)                      ۳(۲۴)                      ۴(۱۶)

۶- در یک آزمون چند گزینه ای شامل ۸ سؤال ۴ گزینه ای و ۶ سؤال ۲ گزینه ای، اگر فردی به سؤال ها بصورت تصادفی جواب دهد، به چند طریق این کار امکان پذیر است اگر مجبور باشد به تمام سؤالا پاس دهد

۱(۲<sup>۲۲</sup>)                      ۲(۲<sup>۱۴</sup>)                      ۳(۲<sup>۱۱</sup>)                      ۴(۲<sup>۱۳</sup>)

۷- یک عدد سه رقمی را متقارن می نامیم، اگر رقم یکان و صدگان آن برابر باشند. چند عدد سه رقمی متقارن بزرگتر از ۵۰۰ وجود دارد؟

۴۵(۱)                      ۵۰(۲)                      ۶۰(۳)                      ۶۵(۴)

۸- چه تعداد از موارد زیر نادرست هستند؟

الف ۵۴ عدد طبیعی دو رقمی مضرب ۲ یا ۵ وجود دارد.

ب ۴۵ عدد دو رقمی با ارقام فرد وجود دارد.

پ ۵۷۶ عدد سه رقمی بدون رقم ۸ وجود دارد.

ت) در پرتاب سه بار سکه، ۸ حالت مختلف برای «رو» یا «پشت» وجود دارد.

۱)۱                      ۲)۲                      ۳)۳                      ۴)۴

۹- حاصل  $\frac{10!}{10!+11!} - \frac{10!}{10!-11!}$  کدام است؟

۱)  $\frac{11}{33}$                       ۲)  $\frac{1}{6}$                       ۳)  $\frac{1}{2}$                       ۴)  $\frac{11}{60}$

۱۰- اگر  $(n^2 - 3n)! = 24$ ، آن گاه  $(n+2)!$  کدام است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

۶(۱)                      ۲۴(۲)                      ۱۲۰(۳)                      ۷۲۰(۴)

۱۱- در یک مدرسه هفت کلاس ۲ نفر وجود دارد مدی مدرسه م خواهد کمیته ۱ پن نفر انتخاب کند به طور که از هر کلاس حداقل یک نفر انتخاب شود و ضم حداقل یک نفر انتخاب جز سه نفر او لیس کلاس

نباشد، این کار به چند طریق امکان پذیر است؟

۲۱×۱۷(۱)                      ۲<sup>۵</sup> - ۳<sup>۵</sup>(۲)                      ۲۱×۲۰(۳)                      ۲۱(۲<sup>۵</sup> - ۳<sup>۵</sup>)(۴)

۱۲- مجموعه جواب های معادله  $(2x^2 - x)! = 1$  کدام است؟

۱/۵(۱)                      ۰/۵(۲)                      ۱(۳)                      ۴(۴)

۱۳- حاصل ضرب دو عبارت  $5 - 7, 5^2 - 7^2$  برابر فاکتوریل چه عددی است؟

۶(۱)                      ۷(۲)                      ۸(۳)                      ۴(۴)

۱۴- ۶ کتاب متمایز را در یک قفسه چیده ایم. به طوری که یک کتاب مورد نظر بین آنها جای خاص خود را دارد. تعداد حالت های انجام این کار برابر فاکتوریل چه عددی است؟

- ۶(۱)                      ۵(۲)                      ۴(۳)                      ۳(۴)

۱۵- با حروف کلمه «جهانگردی» و بدون تکرار حروف، چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت که در آن ها حروف جهان کنار هم باشند؟

- ۹!(۱)                      ۵!×۴!(۲)                      ۲۰!(۳)                      ۵!(۴)

۱۶- اگر جایگشت  $n$  شیء از ۵ شیء  $m$  برابر جایگشت های  $(n-1)$  شیء از ۵ شیء باشد،  $m$  کدام است؟

- ۳)۱                      ۴)۲                      ۵)۳                      ۶)۴

۱۷- معادله  $P(x-2,2) + P(x-3,2) + P(x-4,2) = 20$  چند جواب دارد؟

- ۱)صفر                      ۲)۱                      ۳)۲                      ۴)۳

۱۸- با حروف کلمه **action** چند کلمه سه حرفی شامل فقط یک حرف صدادار در وسط می توان ساخت؟

- ۱۲(۱)                      ۱۵(۲)                      ۱۸(۳)                      ۲۴(۴)

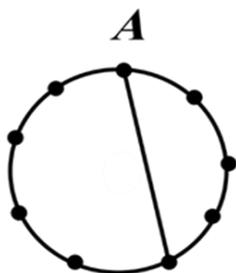
۱۹- اگر  $P(n-1,3) = C(n,n-4)$  باشد،  $n$  کدام است؟

- ۱۲(۱)                      ۱۶(۲)                      ۱۸(۳)                      ۲۴(۴)

۲۰- به چند طریق می توان ۵ مهره رخ یکسان را در ۵ خانه از صفحه شطرنج  $8 \times 8$  قرار داد به طوری که هیچ دو رخی یکدیگر را تهدید نکنند؟

- $\binom{8}{5}^2$  (۱)                       $\binom{8}{5} \times 5!$  (۲)                       $\binom{8}{5}^2 \times 5!$  (۳)                       $\binom{8}{5} \times (5!)^2$  (۴)

۲۱- از به هم وصل کردن نقاط مقابل، چند ۴ضلعی می توان ساخت که وتر **AB** قطر آن ۴ضلعی باشد؟



- ۹)۱                      ۱۱)۲

- ۱۰(۳)                      ۱۲(۴)

۲۲- یک سکه را آنقدر پرتاب می کنیم تا برای چهارمین بار «رو» ظاهر شود، اگر در ۹ پرتاب متوالی این اتفاق حاصل شود، به چند صورت ممکن است؟

۲۱(۱)                      ۲۸(۲)                      ۴۲(۳)                      ۵۶(۴)

۲۳-۴ شاخه گل متمایز را به چند طریق می توان بین ۳ نفر توزیع کرد به طوری که به هر نفر حداقل یک شاخه گل برسد؟

۳۶(۱)                      ۴۰(۲)                      ۴۸(۳)                      ۶۰(۴)

۲۴- در یک سمینار ۱۰ نفر می خواهند سخنرانی کنند. در چند حالت  $a_1, a_2, a_3$  قبل از  $a_4$  سخنرانی خواهند کرد؟

$\frac{10!}{6}$  (۱)                       $8!2!$  (۲)                       $\frac{10!}{3}$  (۳)                       $8!3!$  (۴)

۲۵- در یک کلاس ۳ نفر به بند طریق م توأ گروه ها ی تشکی داد

$\binom{30}{2} \binom{30}{3}$  (۱)                       $P(31, 3)$  (۲)                       $\binom{31}{3}$  (۳)                       $P(30, 2) + P(30, 3)$  (۴)

۲۶- بعد از تحویل سال همه افراد یک کلاس را به پیا پیا تبریک فرستادند به طور ک تعداد پیا ها ارسال ۳۸ عدد بوده است. تعداد افراد کلاس چند نفر بوده

۲۱(۱)                      ۱۹(۲)                      ۲۰(۳)                      ۳۸(۴)

۲۷- در یک کوه نوردی شامل ۸ خانوار، برای سرپرستی گروه قرار شد یک تیم ۴ نفری انتخاب شود به گونه ای که از بین زن و شوهر هر خانواده فقط یکی عضو آن شود، این کار به چند طریق امکان پذیر است؟

۱۱۲۰(۱)                      ۱۰۲۰(۲)                      ۱۲۰۰(۳)                      ۱۲۱۰(۴)

۲۸- ۵ نفر از هر یک از ۱۰ استان در اردویی شرکت کرده اند. به چند طریق می توان سه نفر از بین آنان انتخاب کرد به طوری که از استان های متمایز باشند؟

۱۵۰۰۰(۱)                      ۱۲۰۰۰(۲)                      ۹۰۰۰(۳)                      ۷۵۰۰(۴)

۲۹- چند دسته ۵ تایی گل از ۴ نوع گل مختلف می توان انتخاب کرد؟

۳۵(۱)                      ۴۲(۲)                      ۴۵(۳)                      ۵۶(۴)

۳۰- اگر  $P(n, 2) - C(n, 2) = 36$  باشد، آن گاه تعداد زیر مجموعه های ۶ عضوی مجموعه  $n$  عضوی کدام است؟

۱۰۸(۴)

۹۶(۳)

۸۴(۲)

۷۲(۱)



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

## احتمال

۱- سکه ای را یک بار پرتاب می کنیم. اگر «رو» بیاید، آن گاه دو تاس می ریزیم و اگر «پشت» بیاید، سکه را سه بار دیگر پرتاب می کنیم. در این صورت فضای نمونه ای این آزمایش چند عضو دارد؟

۴(۲۸۸)                      ۳(۳۸)                      ۲(۷۲)                      ۱(۴۴)

۲- اگر تاسی را **A** مرتبه و سکه ای را **B** بار پرتاب کنیم، فضای نمونه ای این آزمایش، ۲۸۸ عضو خواهد داشت. سکه را چند مرتبه بیشتر از تاس پرتاب کرده ایم؟

۱)۱                      ۲)۲                      ۳)۳                      ۴)صفر

۳- ۵ کارت در یک کیف قرار دارند و روی آن ها اعداد ۱ تا ۵ نوشته شده است. یکی از کارت ها را به تصادف بر می داریم و سپس به تعداد عدد نوشته شده روی آن، سکه پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای این آزمایش چند عضو دارد؟

۱)۴۸                      ۲)۳۰                      ۳)۶۲                      ۴)۱۲۰

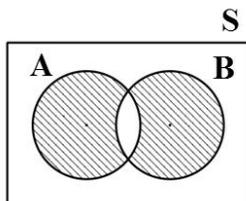
۴- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. اگر تعداد اعضای پیشامد آن که مجموع اعداد رو شده دو تاس برابر  $2m + 4$  باشد، با تعداد اعضای پیشامد آن که مجموع اعداد رو شده دو تاس برابر  $8 - 6m$  باشد، برابر باشند،  $m$  چقدر است؟

۱)۴                      ۲)۳                      ۳)۲                      ۴)۵

۵- اگر  $S = \{a, b, c, x, y, p, q\}$  باشد، در چند پیشامد برآمدهای  $a, x, q$  وجود دارند، اما برآمد  $y$  وجود ندارد؟

۱)۳۲                      ۲)۴                      ۳)۱۶                      ۴)۸

۶- اگر **A, B** دو پیشامد از فضای نمونه ای باشند، شکل مقابل کدام پیشامد را مشخص می کند؟



۱) دقیقاً یکی از دو پیشامد **A** یا **B** اتفاق بیفتد.

۲) هیچ یک از دو پیشامد **A** یا **B** اتفاق نیفتد.

۳) حداکثر یکی از دو پیشامد **A** یا **B** اتفاق بیفتد.

۴) حداقل یکی از دو پیشامد **A** یا **B** اتفاق بیفتد.

۷- با توجه به آن که دو پیشامد  $B, A$  که  $A \cap B \neq \emptyset$  است، پیشامد آن که «فقط  $A$  رخ دهد یا فقط  $B$  رخ دهد» به کدام صورت می تواند باشد؟

(۱)  $(A \cup B) - (A \cap B)$  (۲)  $(A \cap B')$  (۳)  $(A - B) \cup (B - A)$  (۴) موارد ۱ و ۳ صحیح است.

۸- دو تاس را با هم می اندازیم. اگر  $A$  پیشامد آن که عدد روشده تاس اول ۲ باشد و  $B$  پیشامد آن که مجموع اعداد رو شده دو تاس کمتر از ۴ باشد، پیشامد  $(A \cap B')$  چند عضو دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵

۹- اگر  $B, A$  دو پیشامد از فضای نمونه ای باشند، پیشامد  $(A' - B) \cup (B - A')$  برابر است با  $(S - C)$ ، در این صورت پیشامد  $C$  کدام است؟

(۱) فقط  $A'$  رخ دهد یا فقط  $B'$  رخ دهد.

(۲) فقط  $A$  رخ دهد یا فقط  $B$  رخ دهد.

(۳)  $B, A$  هر دو با هم رخ دهند.

(۴)  $B', A'$  هر دو با هم رخ دهند.

۱۰- احتمال آن که مجموع ارقام یک عدد دو رقمی برابر ۷ باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{7}{90}$  (۲)  $\frac{4}{45}$  (۳)  $\frac{7}{100}$  (۴)  $\frac{1}{15}$

۱۱- چقدر احتمال دارد که از یک خانواده ۵ فرزند، فرزند اول پسر و خانواده دقیقاً ۴ فرزند پسر داشته باشد؟

(۱)  $\frac{3}{32}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{5}{32}$

۱۲- چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ را به تصادف کنار هم قرار می دهیم تا عددی چهار رقمی حاصل شود. با کدام احتمال، یک عدد چهار رقمی مضرب ۶ حاصل می شود؟

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{4}{9}$  (۴)  $\frac{5}{9}$

۱۳- در کیسه ای ۵ مهره با شماره های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره ها را به طور تصادفی، پی در پی و بدون جایگذاری خارج می کنیم. با کدام احتمال، دو مهره با شماره فرد، متوالیاً خارج نمی شود؟

۰/۱(۱)                      ۰/۱۵(۲)                      ۰/۲(۳)                      ۰/۲۵(۴)

۱۴- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. احتمال آن که مجموع دو تاس مضرب ۴ شود کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۱)                       $\frac{1}{8}$ (۲)                       $\frac{1}{6}$ (۳)                       $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۵- یک تاس را سه مرتبه پرتاب می کنیم. احتمال آن که مجموع ۳ تاس با حاصل ضرب آن ها برابر باشد، چقدر است؟

$\frac{1}{36}$ (۱)                       $\frac{5}{36}$ (۲)                       $\frac{1}{216}$ (۳)                       $\frac{3}{216}$ (۴)

۱۶- هر یک از خانواده های A, B دو فرزند دارند. احتمال آن که تعداد دختران خانواده A از تعداد دختران خانواده B بیشتر باشد، چقدر است؟

$\frac{1}{16}$ (۱)                       $\frac{3}{16}$ (۲)                       $\frac{5}{16}$ (۳)                       $\frac{7}{16}$ (۴)

۱۷- سه تاس را با هم پرتاب می کنیم. احتمال آن که تاس ها سه عدد مختلف را نشان دهد چند برابر احتمال آن است که تاس ها سه عدد یکسان را نشان دهند؟

۲۰(۱)                      ۳۶(۲)                      ۱۱۰(۳)                      ۲(۴)

۱۸- احتمال آن که در یک کلا نفره رو تو لهی د نفر یکسا نباشد ققد است(سا ۳۶ رو اس

$\frac{1}{365^8}$ (۱)                       $\frac{1}{365 \times 364 \times \dots \times 358}$ (۲)                       $\frac{\binom{365}{8}}{365^8}$ (۳)                       $\frac{P(365, 8)}{365^8}$ (۴)

۱۹- خانواده ای دارای ۹ فرزند است. احتمال آن که تعداد پسرها بیشتر از تعداد دخترها باشد چقدر است؟

$\frac{1}{2}$ (۱)                       $\frac{2}{3}$ (۲)                       $\frac{\binom{4}{3} + \binom{4}{2}}{2^9}$ (۳)                       $\frac{\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4}}{2^9}$ (۴)

پولرسا روزها یج معهاسک یم یرودب اک نام احتم لا دری کس لا ۳۶۵ روز یر ۳بار اسک یرفتهلس ت؟



$$\frac{3}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{5}{16} \text{ (۳)}$$

$$\frac{6}{17} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{17} \text{ (۱)}$$

۲۸- اگر  $\frac{P(A')}{P(A \cup B)} = \frac{P(B-A)}{P(A-B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B)}$  باشد، حاصل  $\frac{P(B')}{P(A \cup B)}$  کدام است؟

$$۲)۴$$

$$۴)۳$$

$$۵)۲$$

$$۱)۱$$

۲۹- اگر  $A, B, C$  سه پیشامد باشند که دو به دو مجزا هستند، به طوری

که  $P(A) + P(B) = \frac{2}{9}$ ,  $P(B) + P(C) = \frac{5}{18}$ ,  $P(A) + P(C) = \frac{5}{18}$ ، مقدار احتمال  $P(A \cup B \cup C)$  کدام است؟

$$\frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{7}{18} \text{ (۲)}$$

$$\frac{7}{36} \text{ (۱)}$$

۳۰- اگر  $P(A-B) = \frac{1}{6}$ ,  $P(B-A) = \frac{5}{6}$  باشد،  $P(A \cap B)$  کدام است؟

$$\text{صفر (۴)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۱)}$$

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

-۱

$$A_r = \left\{ m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -3, 2^m \leq 3 \right\} = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$A_f = \left\{ m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -4, 2^m \leq 4 \right\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\Rightarrow A_r \cap A_f = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \Rightarrow \text{۳۲ زیر مجموعه} \Rightarrow \text{۵ عضوی}$$

-۲

$$\bigcup_{i=1}^{\wedge} A_i = \text{مجموعه بزرگتر} = \{-8, -7, \dots, 6, 7\}$$

$$\Rightarrow n(\bigcup_{i=1}^{\wedge} A_i - \bigcap_{i=1}^{\wedge} A_i) = 14$$

$$\bigcap_{i=1}^{\wedge} A_i = \text{مجموعه کوچکتر} = \{-1, 0\}$$

-۳

$$1) |X| = 0 \Rightarrow X = 0 \Rightarrow \text{تهی} \quad X \in \mathbb{N}$$

$$2) X^2 = -27 \Rightarrow X = -3 \Rightarrow \text{تهی} \quad X \in \mathbb{N}$$

$$3) X^2 - X + 6 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{تهی}$$

$$4) |k| < 2 \Rightarrow -2 < k < 2 \Rightarrow X = \left\{ \frac{1}{4}, 1, 4 \right\} \Rightarrow \{1, 4\} \quad X \in \mathbb{N}$$

۴- مجموعه X باید همه اعضای مجموعه  $\{-1, 1, 3\}$  را داشته ولی اعضایی که از مجموعه دوم در مجموعه ی اول حضور ندارند دو حالت حضور یا عدم حضور دارند

$$\Rightarrow 2^4 = 16 \quad \text{حضور یا عدم حضور} \quad \{-2, 0, 2, 4\}$$

-۵

$$C \cup A' \cap B' = C \cup (A \cup B)' \stackrel{\text{متمم دموورگان}}{\Rightarrow} C' \cap (A \cap B) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C & \text{گزینه ۴} \\ A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) & \text{گزینه ۳} \\ A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C) & \text{گزینه ۱} \end{cases}$$

-۶

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset \Rightarrow (A \cup B) \subseteq (A \cap B)$$

$$\begin{array}{l} \text{همواره} \\ \Rightarrow (A \cap B) \subseteq (A \cup B) \end{array} \stackrel{\text{نتیجه}}{\Rightarrow} A \cup B = A \cap B \Rightarrow \boxed{A = B}$$

-۷

$$A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{-4, -3, \dots, 1, 2\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{0, 1, 2\} \Rightarrow C \text{ حداکثر ۳ عضوی}$$

-۸

$$A = B \Rightarrow y^2 + 3 = \underbrace{x^2 - 8}_{1} = 4 - 4x \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2 + 3 = -4 \Rightarrow y^2 = -7 \Rightarrow \text{نشدنی} \\ y^2 + 3 = 28 \Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow \boxed{y = \pm 5} \end{cases} \begin{cases} \rightarrow x + y = -11 \\ \rightarrow x + y = -1 \end{cases}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cup \{1\} = A \cap \{1, 2\}$$

$$\Rightarrow A = \{1\} \text{ یا } A = \{1, 2\}$$

۱۰- باید مخرج ضربی از صورت باشد تا بتوان از رادیکال ها فاکتور گرفته و حذف کرد پس:

$$m = 10 \Rightarrow \frac{2 + \sqrt{7}}{10 + 5\sqrt{7}} = \frac{2 + \sqrt{7}}{5(2 + \sqrt{7})} = \frac{1}{5} \in \mathbb{Q}$$

۱۱- ابتدا چون  $k$  داخل رادیکال است پس باید نامنفی باشد ( $K \geq 0$ ) و چون می خواهیم حاصل عددی صحیح شود باید داخل رادیکال مربع کامل شود:

$$\sqrt{216 - \sqrt{K}} = A \Rightarrow 216 - \sqrt{K} = A^2 \Rightarrow \sqrt{K} = \underbrace{216 - A^2}_{\text{باید نامنفی باشد نامنفی}}$$

$$\Rightarrow 216 - A^2 \geq 0 \Rightarrow A = \{0, 1, 2, \dots, 14\} \Rightarrow \text{عدد ۱۵}$$

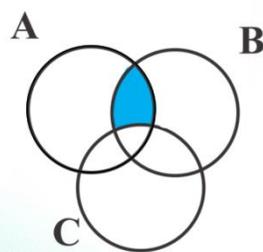
-۱۲

(۱) هر مجموعه زیر مجموعه اجتماع خود است.

$$(A \cap B) \subseteq (A \cup B) \quad \text{۲ برعکس}$$

۳ اگر  $a \in (A \cup B)$  آن گاه  $a \in A$  یا  $a \in B$  یا  $a$  عضو هر دو

۴) ممکن است مجموعه  $A$  عضو  $a$  را نداشته باشد.



$$(A - C) \cap B$$

$\Rightarrow$  فقط گزینه ۳ برابر نیست

-۱۳

۱۴- همه موارد دو طرفه اند به جز گزینه ۱

-۱۵

اعداد گویا با مخرج یک  $= \mathbb{Z}$  (۲)

$\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- = \mathbb{Z} - \{0\} \neq \mathbb{Q}$  (۱)

وجود اعداد گنگ  $\mathbb{Q}$  پس (۴)

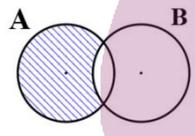
$\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N} \neq \mathbb{Z}^-$  (۳)

۱۶- مجموعه همان تعریف ریاضی عبارت « عددی که خود و معکوسش طبیعی باشد » است که فقط به ازای  $\mathbb{K} = 1$  رخ می دهد.

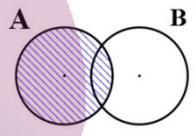
۱۷- فقط گزینه ۳ که برابر عدد یک است

-۱۸

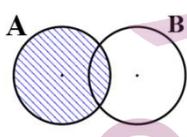
الف)  $A - (A \cap B)$



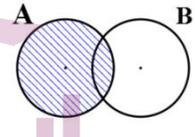
ب)  $(A \cap B) \cup (A - B)$



پ)  $A - \emptyset$



ت)  $A - (B - A)$



ث)  $A - A' = A \cap A = A$



-۱۹

۱)  $\{503, 504, \dots\}$

۲) دارای بی شمار عدد حقیقی

۳) متناهی  $-\sqrt{60} < x < \sqrt{60}$

۴) دارای بی شمار عدد گویا

ت) نامتناهی

پ) نامتناهی

ب) نامتناهی

۲۰- الف) تهی و متناهی

-۲۱

$$\underbrace{A \cap (B \cap C)}_{\text{باپایان بی پایان}} = \underbrace{B - (A \cap C)}_{\text{بی پایان باپایان}}$$

۲۲- الف) متناهی

ب) متناهی      پ) نامتناهی      ت) متناهی

-۲۳

الف)  $A \cap (A' \cup B) = \underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} \cup (A \cap B) = A \cap B$

ب)  $(A \cup B) \cup B' = A \cup \underbrace{(B \cup B')}_{U} = U$

پ)  $(A' \cap B) \cup (A' \cap B') = A' \cap \underbrace{(B \cup B')}_{U} = A'$

ت)  $(A \cup B') \cup (B \cup A') = \underbrace{(A' \cup A)}_{U} \cup \underbrace{(B' \cup B)}_{U} = U$

-۲۴

نفر  $1400000 = 2000000 \times 0.7 \Rightarrow$  تعداد افراد در سن کار  
 نرخ بیکاری =  $\frac{\text{جمعیت بیکار}}{1400000} = \frac{150000}{1400000} \approx 0.1$



$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 2m + n - m - n = m \quad -۲۵$$

-۲۶

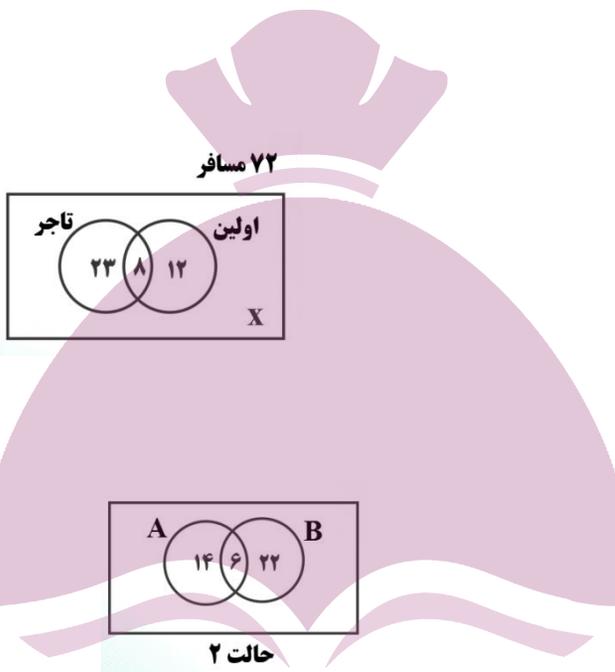
$$n(A \cap B) = \frac{n(A)}{3} \Rightarrow n(A) = 3n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = x$$

$$n(A \cap B) = \frac{2n(B)}{5} \Rightarrow n(B) = \frac{5n(A \cap B)}{2}$$

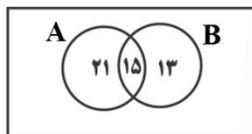
$$\Rightarrow 45 = 3x + \frac{5x}{2} - x \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

$$\boxed{x = 45}$$

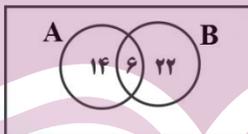


-۲۷

-۲۸



حالت ۱



حالت ۲

$$n(A \cup B) = 42$$

-۲۹

# ایران توننده

## توشه ای برای موفقیت

$$x = 30 - 14 = 16 \leftarrow A \subseteq B \text{ بیشترین حالت برای}$$

$$4 \leq x \leq 16 \leftarrow$$

$$x = 30 - (12 + 14) = 4 \leftarrow \text{کمترین حالت برای ناسازگاری}$$

۳۰- فقط گزینه ۴

بازده - الگو خطی - الگو درجه ۲ - الگو و دنباله

(۱)

$$[-6, 4] \cap (-\infty, 1] = [-6, 1] \Rightarrow [-6, 1] - [0, 2] = [-6, 0]$$

(۲)

$$0 < x < 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow (-2, 2) \cup (-4, 4) = (-4, 4)$$

$$۱) (-4, 4) \quad \checkmark \quad ۳) (-4, 2)$$

$\Rightarrow$  بررستی گزینه ها

$$۲) (-2, 4) \quad ۴) (-2, 2)$$

(۳)

$$\frac{a}{2} = \frac{2a-1}{3} \Rightarrow 3a = 4a-2 \Rightarrow a = 2$$

(۴)

$$[-2a, a] \cap (b, 4] = (b, a)$$

فرض  
 $= (-\frac{2}{3}, 1) \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{2}{3} \\ a = 1 \end{cases}$   
 سؤال

$$\Rightarrow \begin{cases} (2a-1, b) = (-3, \frac{2}{3}) \\ (a, b) = (-\frac{2}{3}, 1) \end{cases}$$

اجتماع  
 $\Rightarrow (-3, 1) - \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$

(۵)

$$\boxed{۱} \quad ۲k - ۱ < -۳ \Rightarrow k < -۱ \quad \boxed{۲} \quad ۵k + ۳ > -۳ \Rightarrow k > \frac{-۶}{۵}$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{۶}{۵} < k < -۱}$$

(۶)

$$A_۱ = [-۱, ۴], A_r = \left[-۲, \frac{۵}{۲}\right], A_\delta = [-۵, ۲], A_v = [-۷, ۱]$$

$$\begin{cases} A_۱ \cap A_v = [-۱, ۱] \\ A_r \cap A_\delta = [-۲, ۲] \end{cases} \Rightarrow (A_r \cap A_\delta) - (A_۱ \cap A_v) = [-۲, -۱] \cup (۱, ۲]$$

(۷)

$$\text{حالت اول: } ۳n + ۱ < -۲ \Rightarrow \boxed{n < -۱}$$

$$\begin{matrix} n \in \mathbb{N} \\ \Rightarrow \end{matrix} \boxed{n = ۱, ۲, ۳, ۴}$$

$$\text{حالت دوم: } n - ۲ > ۲ \Rightarrow \boxed{n > ۴}$$

(۸)

$$\frac{a-۶}{۲} \leq ۲ \Rightarrow a-۶ \leq ۴ \Rightarrow \boxed{a \leq ۱۰}$$

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

(۹)

$$C_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} C_v - C_r = ۴a = -۴ \Rightarrow \boxed{a = -۱} \\ C_r = ۳a + b = -۳ + b = ۷ \Rightarrow \boxed{b = ۱۰} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_n = -n + ۱۰} \Rightarrow C_n > ۰ \Rightarrow -n + ۱۰ > ۰ \Rightarrow \boxed{n < ۱۰}$$

$$\Rightarrow n = ۱, ۲, ۳, \dots, ۹ \Rightarrow \text{جمله ۹}$$

(۱۰)

$$a_n = a_n + b \Rightarrow \begin{cases} \frac{a_r}{2} = \frac{a_r}{2} \Rightarrow \frac{2a+b}{2} = \frac{2a+b}{2} \Rightarrow \boxed{b = -5a} \\ a_\delta = \frac{-a}{2} + 2 \Rightarrow 5a+b = \frac{-a-b}{2} + 2 \Rightarrow \boxed{11a+2b = -4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -1} \quad \boxed{b = 5} \Rightarrow a_{11} = -11 + 5 = -6$$

۱۱ چون گزینه ۳ دارای فرم تفاضل است و ضریب ندارد بهتر است از آن شروع کنیم:

$$\frac{a_r - a_{r+1}}{2} = \frac{-2a}{2} = -2a$$

(۱۲)

۱)  $a_n = n^2 \Rightarrow$  خطی ۲)  $a_n = 1 + 3n \Rightarrow$  خطی

۳)  $a_n = \frac{5}{n} \Rightarrow$  غیر خطی ۴)  $a_n = 10 \Rightarrow$  ثابت

۵)  $a_n = \sqrt{n} \Rightarrow$  غیر خطی ۶)  $a_n = \left| n_{\oplus} - 1 \right| + \left| n_{\oplus} + 5 \right| \Rightarrow 2n + 4$

(۱۳)

$$t_1 + t_\delta + t_\nu = t_{11} = 48$$

$$\Rightarrow \underbrace{t_1 + t_\delta + t_\nu + t_{11}}_{\text{تفاضل}} - t_r - t_\delta - t_k = 12$$

$$t_r + t_\delta + t_k = 36$$

$$t_n = an + b$$

$$\Rightarrow -2a + \underbrace{(7-k)a}_{t_r - t_k} + \underbrace{11a + b}_{t_{11}} = 12 \Rightarrow (13-k)a + b = 12$$

$$\Rightarrow \boxed{k = 13}, \boxed{b = 12}$$

(۱۴)

$$a_n > 0 \Rightarrow 102n - 6n^2 > 0 \Rightarrow n_{\oplus}(102 - 6n) > 0$$

$$102 - 6n > 0 \Rightarrow n < 17 \Rightarrow \text{جمله ۱۶}$$

-۱۵

$$\text{دنباله تفاضل جملا} \Rightarrow \begin{matrix} 0, 4, 8 \\ \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \\ 2 \quad \quad 2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_n = an^r + bn + c \\ 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow t_n = 2n^r + bn + c \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow 2+b+c = -3 \\ n=2 \Rightarrow 8+2b+c = -3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{c=1}, \boxed{b=-6}$$

$$\Rightarrow t_{16} = 2(16)^r - 6(16) + 1 = 16 \underbrace{(32-6)}_{26} + 1 = 417$$

-۱۶

$$a_n = 2an - an^r + 2n^r - a = (2-a)n^r - a + 2an$$

$$\Rightarrow \text{خطی} \Rightarrow \boxed{a=4} \Rightarrow \boxed{a_n = 8n - 4}$$

$$a_r = t_r \Rightarrow 8(2) - 4 = \left(\frac{b}{2}\right)(2) + 16 \Rightarrow \boxed{b=4}$$

-۱۷

$$\text{دنباله تفاضل جملا} \Rightarrow \begin{matrix} 2, 3, 4, \dots \\ \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \\ 1 \quad \quad 1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_n = an^r + bn + c \\ 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2} + b + c = 3 \\ n=2 \Rightarrow t_2 = 2 + 2b + c = 5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{b = \frac{1}{2}}, \boxed{c = 2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \left(\frac{1}{2}\right)(9)^r + \left(\frac{1}{2}\right)(9) + 2 \\ t_{10} = \left(\frac{1}{2}\right)(10)^r + \left(\frac{1}{2}\right)(10) + 2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{t_1 + t_{10} = 104}$$

۳, ۵, ۸, ۱۲, ۱۷, ۲۳, ۳۰, ۳۸, ۴۷, ۵۷  
۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰

روش دوم

-۱۸

$$t_n = \frac{n^2}{2} + 1 \Rightarrow t_{14} = \frac{14^2}{2} + 1 = 99$$

۱۹- جمله عمومی اعداد طبیعی  $a_n = 2n$

$$\Rightarrow a_n + a_{n+1} = 2n + 2(n+1) = 4n + 2$$

۲۰- مخرج باید مقسوم علیه های عدد ۲۳ باشد و چون  $n \in \mathbb{N}$  فقط مقسوم علیه مثبت

$$\boxed{1} \quad 2n+1=1 \Rightarrow n=0 \Rightarrow \times \quad 2n+1=23 \Rightarrow \boxed{n=11} \Rightarrow \checkmark$$

۲۱- جملا طرفی را دنبال درج دو ر بررسی م کنیم

$$-\frac{b}{2a} = \frac{11}{6} \Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow \boxed{a_1 = -5} \\ n=2 \Rightarrow \boxed{a_2 = -7} \end{cases} \text{کوچکترین}$$

۲۲- به تعداد جملا قب را جملا برابر وجو دارد

$$-\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow (a_1, a_4)(a_2, a_6)(a_3, a_8)$$

-۲۳

$$n=2 \Rightarrow \begin{matrix} 1) a_2 = \frac{9}{9} = 1 \times & 2) a_2 = \frac{5}{8} \checkmark \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 3) a_2 = \frac{8}{8} = 1 \times & 4) a_2 = \frac{6}{9} \times \end{matrix}$$

۲۴- اگر  $5n > 14, 2n > 7$  برقرار باشد آن گاه جملا مثبت پدیده آیند که  $n=4$  به بعد رخ می دهد پس دارای ۳ جمله منفی است.

-۲۵

$$a_n = \frac{2n+29}{2n-11} = \frac{2(2n-11)+51}{2n-11} = 2 + \frac{51}{2n-11}$$

باید صحیح شود

۱)  $2n-11 = \pm 1 \Rightarrow n=5, n=6$       ۲)  $2n-11 = \pm 17 \Rightarrow n = -3, n=14$

۳)  $2n-11 = \pm 3 \Rightarrow n=4, n=7$       ۴)  $2n-11 = \pm 51 \Rightarrow n = -20, n=31$

-۲۶

$n=1 \Rightarrow a_n + a_{(n-1)} = a_1 + 0 \Rightarrow$  بررسی گزینه ها

$\Rightarrow$  ۱) -۲ ✗ ۲) ۶ ✗ ۳) ۴ ✗ ۴) ۲ ✓

-۲۷

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \boxed{34}, \dots$

$a_n$

-۲۸

$a_2 = 3, a_3 = 7, a_4 = 15, \dots, a_n = 2^n - 1$

$\Rightarrow a_8 = 2^8 - 1 = 256 - 1 = 255$

ایران تونش  
توشه ای برای موفقیت

-۲۹

$a_6 = \frac{1}{3}, a_7 = \frac{11}{9}, a_8 = \frac{25}{27}$

$a_6 = -5, a_7 = 19 \Rightarrow \frac{a_8}{a_7} = \frac{25}{513}$

$$n = ۱ \Rightarrow a_r = ۱$$

$$n = ۲ \Rightarrow a_r = ۱$$

$$\Rightarrow S_{۱..} = ۱۰۰$$

$$n = ۴ \Rightarrow a_\delta = ۱۰۰$$

$$n = ۵ \Rightarrow a_\phi = ۱$$



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

(۱)

$$a_n - a_{n-1} = \text{ثابت} = d \Rightarrow 17 - 3 = 3d \Rightarrow d = \frac{14}{3}$$

(۲)

$$a_n = -9n + 79 > 3 \Rightarrow 9n < 76 \Rightarrow n < 8 \frac{4}{9}$$

(۳)

$$a_6 + a_{14} = 2a + 18d = A$$

$$\Rightarrow a_{10} = a + 9d = A - B$$

$$a_8 = a + 7d = B$$

(۴)

$$a_{26}^2 - a_{10}^2 = ma_{22} \Rightarrow \underbrace{(a_{26} - a_{10})}_{26d} \underbrace{(a_{26} + a_{10})}_{2a + 44d} = ma_{22}$$

$$\Rightarrow (26)(2)(2a + 44d) = m(a + 22d) \Rightarrow 104 = m$$

(۵)

$$3, 3+d, \dots, 47-d, 47 \Rightarrow (47-d) - (3+d) = 36$$

$$\Rightarrow d = 4 \Rightarrow d = \frac{b-a}{m+1} \Rightarrow 4 = \frac{44}{m+1} \Rightarrow m = 10$$

ایران توشه  
توشه ای برای موفقیت

(۶)

$$2(2a-1) = (7a+2) + (a) \Rightarrow 4a-2 = 8a+2 \Rightarrow \boxed{a = -2}$$

$$\Rightarrow B^r = 2^{\frac{a-b}{2}} \times 2^{\frac{2a+b}{2}} = 2^{\frac{2a}{2}} = 2^a \Rightarrow \boxed{B = \pm \frac{1}{2^7}}$$

-۷

$$t_1 + t_2 + t_3 = 2t + 2d = 12 \Rightarrow \boxed{t+d=6} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ d=2 \end{cases}$$

$$t_4 + t_5 + t_6 = 2t + 12d = 30 \Rightarrow \boxed{t+6d=15} \quad (2)$$

$$\Rightarrow t=7 = \boxed{t+6d=14}$$

-۸

تقسیم بندی  $a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$   $\left\{ \begin{array}{l} a+a+d+a+2d = \frac{1}{3}(a-2d+a-d) \\ \text{جمع کل } 5a = 30 \rightarrow \boxed{a=6} \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \boxed{d=15} \Rightarrow a_5 = a+2d = 30$$

ایران توننده

-۹

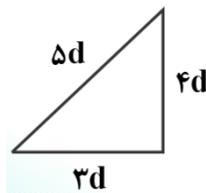
$$t_7 - t_3 = 4 \left( \frac{\text{قدر نسبت}}{\text{اصلی}} \right) = 4(5)20$$

توشه ای برای موفقیت

-۱۰

$$2d=2 \Rightarrow \boxed{d=\frac{2}{3}}$$

$$\text{محیط} = p = 12d = 12\left(\frac{2}{3}\right) = 8$$



-۱۱

$$۱ \quad ۱۰x - ۴y = ۱۱x + ۳ \Rightarrow \boxed{x = -۳ - ۴y}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -۱ \\ x = ۱ \end{cases} \quad \boxed{x^2 + y^2 = ۲}$$

$$\textcircled{۲} \quad ۱۶x + ۶ = ۱۰x - ۱۲y \Rightarrow \boxed{۶x = -۶ - ۱۲y}$$

-۱۲

$$x, a_1, a_r, y \Rightarrow \text{درج ۲ واسطه بین } x, y \Rightarrow d = \frac{y-x}{۳}$$

$$x, b_1, b_r, y \Rightarrow \text{درج ۳ واسطه بین } x, y \Rightarrow D = \frac{y-x}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{a_r - a_1}{b_r - b_1} = \frac{rd}{rD} = \frac{d}{D} = \frac{\frac{y-x}{۳}}{\frac{y-x}{۴}} = \frac{۴}{۳}$$

-۱۳ - گزینه ۳

-۱۴

$$t_n = an + b \Rightarrow t_n + t_{n+1} = an + b + a(n+1) + b = ۴ \Rightarrow$$

$$۲an + a + ۲b = ۴_n \Rightarrow \begin{cases} ۲a = ۴ \Rightarrow \boxed{a = ۲} \\ a + ۲b = ۰ \Rightarrow \boxed{b = -۱} \end{cases}$$

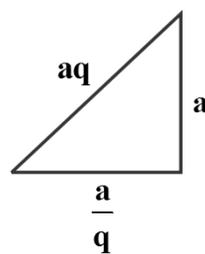
-۱۵

$$a_r = ۲a_r + ۳a \Rightarrow aq^r = ۲aq + ۳a \Rightarrow$$

$$q^r - ۲q - ۳ = ۰ \Rightarrow \boxed{q = -۱}, \boxed{q = ۳}$$

-۱۶

فیثاغورس  $\Rightarrow a^r q^r = a^r + \frac{a^r}{q^r} \Rightarrow$



$$q^r = 1 + \frac{1}{q^r} \Rightarrow t^r - t - 1 = 0 \Rightarrow t = q^r = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

-۱۷

ثابت

$$a_n = r_{an-1} - a_n \Rightarrow r_{an} = r_{an-1} \Rightarrow \frac{an}{an-1} = \frac{r}{2} =$$

$$\Rightarrow a_n = aq^n = 512 \times \left(\frac{r}{2}\right)^n = r^n \times \frac{r^{10}}{r^{10}} = \frac{r^{10}}{2}$$

-۱۸

$$|p_n| = \sqrt{(a_1 \times a_n)^n} \Rightarrow p_{15} = \sqrt{(a_1 \times a_{15})^{15}} = \sqrt{(a^r q^{14})^{15}}$$

$$= (aq^7)^{15} = a^{15} = 100 \Rightarrow a^{15} = \sqrt[15]{100}$$

-۱۹

جذر

$$a_f \times a_i = a^r q^{12} = \frac{1}{64} \Rightarrow aq^6 = a_v = \frac{1}{8}$$

$$p_{12} = \sqrt{(a_1 \times a_{12})^{12}} = \sqrt{(a^r q^{11})^{12}} = (a_v)^{12} = 8^{-12}$$

-۲۰

$$B = \sqrt{40 \times 49 \times 121 \times 250} = \sqrt{4 \times 100 \times 49 \times 121 \times 25}$$

$$= 2 \times 10 \times 7 \times 11 \times 5 = 7700$$

-۲۱

$$a_v = \frac{1}{a_{rv}} \Rightarrow a_v \times a_{rv} = 1 \Rightarrow a^T q^{ra} = 1$$

$$\Rightarrow (ag^{rf})^T = 1 \Rightarrow a_{1\delta} = 1 \Rightarrow \boxed{a_{1\delta} = \pm 1}$$

-۲۲

$$q = \frac{49-9}{9-1} = \frac{40}{8} = 5 \Rightarrow \frac{a_1 + \lambda d}{a_1} = 5 \Rightarrow$$

$$4a = \lambda d \Rightarrow \boxed{a = 2d} \Rightarrow \frac{a_{1\delta}}{a_r} = \frac{a + 14d}{a + 2d} = \frac{16d}{4d} = 4$$

-۲۳

$$a_1 \times a_r = 8 \Rightarrow a^T q^r = 8$$

$$\Rightarrow \boxed{q = 2}, \boxed{a = 2}$$

$$a_r \times a_\delta = 22 \Rightarrow a^T q^\delta = 22$$

$$a_\delta \times a_v = a^T q^v = ? \Rightarrow 2 \times 2^5 = 64$$

-۲۴

$$2a = 30 \Rightarrow \boxed{a = 15} \Rightarrow \underbrace{3, 15-x, 27}_{\text{تصاعد هندسی}} \Rightarrow (15-x)^2 = 3 \times 27$$

$$\Rightarrow \boxed{15-x = \pm 9} \Rightarrow \boxed{x = 6} \text{ یا } \boxed{x = 24}$$

-۲۵

①  $a, b, c \Rightarrow$  دنباله عددی  $\Rightarrow \boxed{2b = a + c}$

②  $a + x, b + x, c + x \Rightarrow$  دنباله هندسی  $\Rightarrow (b+x)^2 = (a+x)(c+x)$

$$\Rightarrow b^2 + 2bx + x^2 = x^2 + (a+c)x + ac \xrightarrow{a+c=2b} \textcircled{1} b^2 = ac$$

$\Rightarrow$  نشدنی  $\Rightarrow$  مخالف فرض  $\Rightarrow$  سه عدد برابرند

۲۶- هندسی - ۳

۲۷- الف و ت درست

$$a-d, a, a+d \text{ -۲۸}$$

$$\left(a + \frac{2d}{3}\right)^2 = \left(a - \frac{2d}{3}\right)\left(a + \frac{10d}{3}\right) \Rightarrow \boxed{2d = a} \Rightarrow$$

$$\text{جملا دنبال} \quad : \frac{4d}{3}, \frac{8d}{3}, \frac{16d}{3} \Rightarrow \boxed{q = 2}$$

-۲۹

$$a+1 = b+3 = c+4 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow \frac{b-c+1}{a^2+b^2-2ab} = \frac{2}{4} = 0.5$$

فرض

-۳۰

$$q = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2} \Rightarrow 8, 12, 18, 27, \frac{81}{2}$$

$a_5$

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

مثلثات

(۱)

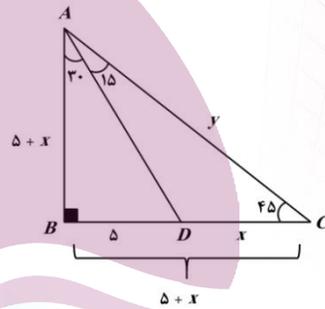
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{F} = \hat{G} \end{cases} \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle EFG \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BF}{EG} \Rightarrow \frac{6}{8+4} = \frac{x}{y}$$

(۲)

$$\triangle ABD: \tan 30^\circ = \frac{5}{5+x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = 5\sqrt{3} - 5$$

$$\triangle ABC: \sin 30^\circ = \frac{5+x}{y} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x + y = 5(\sqrt{3} - 1) + 2\sqrt{3}$$

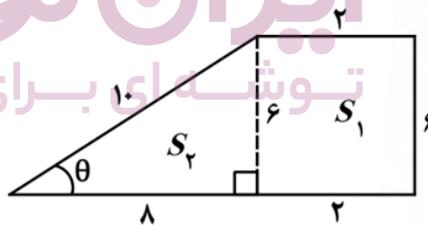


-۳

$$S_1 = 2 \times 6 = 12$$

$$\Rightarrow S_t = 36$$

$$S_r = \frac{6 \times 8}{2} = 24$$



-۴

$$\sin \alpha = \frac{AH}{AC}$$

$$\Rightarrow \cot \beta \times \sin \alpha = \frac{BH}{AC}$$

$$\cot \beta = \frac{BH}{AH}$$

-۵

$$A = \frac{\sqrt{3} - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{\frac{13}{12}} = \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{13A}{2} = 6$$

-۶

$$A = \tan 1^\circ \times \tan^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ = 1 \times 1 \times \dots \times 1 = 1$$

متمم

-۷

$$\begin{cases} \sin 45^\circ = \sin 135^\circ \\ \sin 46^\circ = \sin 134^\circ \\ \sin 89^\circ = \sin 91^\circ \\ \sin 90^\circ = \sin 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 1}$$

$$\begin{cases} \cos_1 = -\cos_{179} \\ \cos_2 = -\cos_{178} \\ \cos_{94} = -\cos_{86} \\ \cos_{95} = -\cos_{85} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{B = -1} \Rightarrow \boxed{A + B = 0}$$

ایران تونل  
توشه ای برای موفقیت

-۸

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \Rightarrow \text{فرض } \boxed{x = 45^\circ} \Rightarrow \frac{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (2)\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2} + (1)} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = 1$$

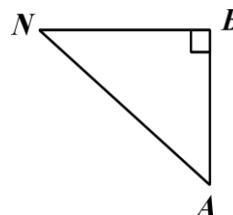
-۹

$$\text{ربع دوم} \begin{cases} \cos x = \frac{-1}{2} \\ \sin x > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan x = -\sqrt{3}$$

-۱۰

وتر  $AN$  ،  $NB = \cot x$  ،  $AB = 1$  : شعاع

$$: AN^2 = AB^2 + NB^2 = 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow AN = \frac{2}{\sqrt{3}}$$



-۱۱

$$A(1, \tan x), M(1, -1) \Rightarrow |AM| = \sqrt{0 + 9} = 3$$

-۱۲

$$\cos \alpha = 1 \Rightarrow \frac{(1) - 1}{(1) - 2} = 0 \Rightarrow \min = 0$$

$$\Rightarrow M + m = \frac{2}{3}$$

$$\cos \alpha = -1 \Rightarrow \frac{(-1) - 1}{(-1) - 2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Max} = \frac{2}{3}$$

ایران توننده  
توشه ای برای موفقیت

۱۳- چون عبارت داخل قدرمطلق است پس اگر عبارت  $5 \sin x$  با عدد  $-3$  جمع شود با قدرمطلق گرفتن و مثبت شدن بزرگتر می شود:

$$\sin x = -1 \Rightarrow |-5 - 3| = |-8| = 8 \Rightarrow \text{Max} = 8$$

-۱۴

①  $\cos x =$  عبارت رادیکال فرجه زوج  $\Rightarrow \cos x > 0 \Rightarrow$

ناحیه ۱ یا ۴

②  $\cos^2 x = \frac{\cot x}{\cot x - \alpha^2} \Rightarrow$  توان ۲

اگر ناحیه ۱ باشد با اینکه صورت  $\oplus$  است ولی مخرج ممکن است  $\oplus$  نباشد

ولی در ناحیه ۴ حتماً حاصل  $\oplus$  است

-۱۵  $\cos 145 < \cos 140$

-۱۶ فقط ب درست

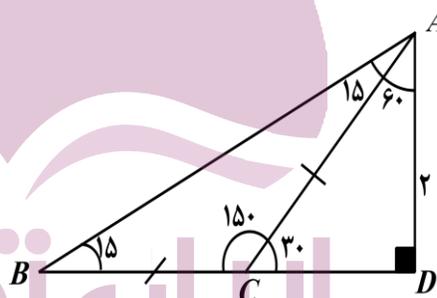
- ۱۷

$$\frac{|\overset{\oplus}{2 - \cos \alpha}| - |\overset{\oplus}{2 + \cos \alpha}|}{|\overset{\oplus}{2 - \sin \alpha}| - |\overset{\oplus}{2 + \sin \alpha}|} = \frac{2 - \cos \alpha - 2 - \cos \alpha}{2 - \sin \alpha - 2 - \sin \alpha} = \frac{-2 \cos \alpha}{-2 \sin \alpha} = \cot \alpha$$

-۱۸

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{2}{AC} \Rightarrow \boxed{AC = 4}$$

$$S_{\triangle ABC} = \left(\frac{1}{2}\right)(4)(4)(\sin 150^\circ) = 4$$



-۱۹ مختصات آن به صورت  $p(\cos \alpha, \sin \alpha)$  است و چون در ربع چهارم است باید  $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$  وهم چنین

باید  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  باشد

گزینه ۴

-۲۰

$$\frac{36}{\sin \alpha} = \frac{24}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin \alpha = 36 \times \frac{1/\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{36} = 0/9$$

-۲۱

مساحت دایره  $= \pi R^2 = 9\pi = 27$

مساحت مورد نظر  $= 27 \left( \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right)$

مساحت ۶ ضلعی  $= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (3)^2 = \frac{27\sqrt{3}}{2}$

-۲۲

$y = x + 1 \Rightarrow$  شیب اولیه  $= 45^\circ$ , شیب پس از دوران  $= 60^\circ$

نقطه از خط  $A(-1, 0) \Rightarrow y - 0 = \sqrt{3}(x + 1)$

-۲۳

$1 + 2 \sin x \cos x < 1 \Rightarrow \sin x \cos x < 0 \Rightarrow$  مختلف العلام

$\Rightarrow$  فقط یک نسبت مثبت است

-۲۴

$$\frac{\cos^2 17^\circ - \sin 17^\circ + \sin^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} = \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} = \frac{1}{\sin 17^\circ} = (\sin 17^\circ)^{-1}$$

-۲۵

$\tan \alpha + \cot \alpha = 2 \Rightarrow$  فرض  $\alpha = 45^\circ \Rightarrow \tan \alpha - \cot \alpha = 0$

-۲۶

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + 1 \cdot \sin^r \alpha} \xrightarrow{+\sin^r \alpha} \frac{1}{\frac{\sin \alpha}{\sin^r \alpha} + 1} \times \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{(1 + \cot^r \alpha)(\cot \alpha)}{(1 + \cot^r \alpha) + 1} = \frac{\cot \alpha + \cot^r \alpha}{1 + \cot^r \alpha} = \frac{15}{7}$$

-۲۷

$$\frac{\sin^r x + \cos^r x}{\sin^r x \cos^r x} - (\tan x + \cot x)^r = \frac{\sin^r x}{\sin^r x \cos^r x} + \frac{\cos^r x}{\sin^r x \cos^r x} - (\tan^r + \cot^r + 2) =$$

$$\cot^r + \tan^r - \tan^r - \cot^r - 2 = -2$$

-۲۸

توان ۲

$$\cot \alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{y^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{4}$$

توان ۲

$$\frac{1}{\sin \alpha} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{x^2}{4}$$

$$\Rightarrow 36 + 4y^2 = 9x^2$$

-۲۹

توان ۱۲

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\sin x \cos x = \frac{-4}{9}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = (\sin x + \cos x)^2 - 2(\sin x \cos x)(\sin x + \cos x) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-4}{9}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} + \frac{8}{27} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

-۳۰

الف  $\cos^r \alpha + \sin^r \alpha = (\cos^r \alpha + \sin^r \alpha)^r - 2\sin^r \alpha \cos^r \alpha$  \*

ب  $(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha) = 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$  ✓

پ  $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 + \frac{1}{\tan \alpha}} = \tan \alpha$  ✓

ت  $\frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$  \*

-۱

$$\begin{cases} 7^x = \sqrt{7} \Rightarrow 7 = 7^{2x} \\ 3^y = \sqrt{7} \Rightarrow 7 = 3^{2y} \end{cases} \Rightarrow \frac{7^{1/y}}{49^{x+1}} = \frac{3^{4y}}{7^{2x} \times 7^2} = \frac{49}{3 \times 49} = \frac{1}{3}$$

-۲

$$x^{2-\sqrt{2}} = 5 \xrightarrow[\frac{1}{2-\sqrt{2}} \text{ توان}]{\text{طرفین به}} x = 5^{\frac{1}{2-\sqrt{2}}} = 5^{2+\sqrt{2}}$$

-۳

$$\begin{aligned} 6 - 4\sqrt{2} &= 2(3 - 2\sqrt{2}) = 2(1 - \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} \times \sqrt{2 + 2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2 - 1} \times \sqrt{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

-۴

$$\begin{aligned} x + x^{-1} &= x + \frac{1}{x} = 1 - \sqrt{2} + \frac{1}{1 - \sqrt{2}} = 1 - \sqrt{2} + (-1)(1 + \sqrt{2}) \\ &= -2\sqrt{2} \Rightarrow (-2\sqrt{2})^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

-۵

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) &= 4 \Rightarrow (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^{1+\sqrt{5}} \times (2 - \sqrt{3})^{2\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)} \\ (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^{1+\sqrt{5}} \times (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^{1+\sqrt{5}} &= 1 \end{aligned}$$

۶- گزینه های ۱ و ۳ و گزینه ۴ و ۲ عکس یکدیگرند پس کافیه فقط دوگزینه را بررسی کنیم:

$$\text{گزینه ۱: } a^r + a^r > a^r + a^r \Rightarrow 1 + a^r > a + a^r \Rightarrow a^r - a^r - a + 1 > 0$$

$$\Rightarrow a^r(a-1) - (a-1) > 0 \Rightarrow (a-1)(a^r-1) > 0 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه ۲: } a^r + a^r > a^r + a^r \Rightarrow 1 + a^r > a + a^r \Rightarrow a^r - a^r - a + 1 > 0$$

$$\Rightarrow a^r(a-1)(a+1) - (a-1) > 0 \Rightarrow (a-1)(a^r + a^r - 1) > 0 \quad \text{نامشخص}$$

-۷

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2} &= \sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt{2} \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}}) - \sqrt{2-\sqrt{3}})(\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 1+\sqrt{3} - \sqrt{3}+1 = 2 \end{aligned}$$

-۸

$$\begin{aligned} x^r &= (\sqrt[3]{5-\sqrt{17}})^r + (\sqrt[3]{5+\sqrt{17}})^r + 3(\sqrt[3]{5-\sqrt{17}})(\sqrt[3]{5+\sqrt{17}})(\underbrace{\sqrt[3]{5-\sqrt{17}} + \sqrt[3]{5+\sqrt{17}}}_x) \\ &\Rightarrow x^r = 10 + 3\sqrt[3]{8x} = 10 + 6x \Rightarrow x^r - 6x = 10 \end{aligned}$$

-۹

$$4^{\frac{1}{2}} \times (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{2}} \times (1+\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} \times (3-1)^{\frac{1}{2}} = (8)^{\frac{1}{2}} = 2$$

-۱۰

$$|x-1| = 1-x \Rightarrow x-1 < 0$$

$$\sqrt[3]{(x-1)^6} = \sqrt[3]{(x-1)^2(x-1)^4} = (x-1)^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{(x-1)^4}$$

۱۱- اعداد موجود در گزینه ها که مشترک هستند را به توان ۶ می رسانیم یا رادیکال آن ها حذف شود:

$$*(\sqrt{7})^6 = 7^3 = 343 \quad *(2\sqrt[3]{7})^6 = 2^6 \times 7^2 = 2776 \quad *(3\sqrt[3]{3})^6 = 3^6 = 2187$$

$$\Rightarrow 343 < 2187 < 2776 \Rightarrow \sqrt{7} < 3\sqrt[3]{3} < 2\sqrt[3]{7}$$

-۱۲

$$(a+b) = t \Rightarrow \frac{t^{\frac{r}{m}} \times t^{\frac{r}{n}}}{\sqrt[m]{t^r}} = \frac{t^{\frac{r}{m}}}{t^{\frac{r}{n}}} = t^{\frac{r}{m} - \frac{r}{n}} = t^1$$

$$\Rightarrow (a+b)^{\frac{m}{n}} = (a+b) \Rightarrow \frac{m}{n} = 1 \Rightarrow \frac{n}{m} = 1$$

-۱۳

$$5^{x^r} \left( \frac{1}{5} + 1 + 5 \right) = 155 \Rightarrow 5^{x^r} \left( \frac{31}{5} \right) = 155 \Rightarrow$$

$$5^{x^r} = 5^r \Rightarrow x^r = r \Rightarrow x = \pm \sqrt[r]{r} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \sqrt[r]{r} \\ \beta = -\sqrt[r]{r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \beta - \alpha = 2\sqrt[r]{r} = \sqrt[r]{32}$$

-۱۴

$$A = \sqrt[3]{729} = 9, B = (-3)^r = -27, C = \sqrt[4]{8000} = 20, D = (15)^r = 3375$$

$$B + D \neq 3384$$

۱۵- چون دو خط بیانگر b است پس b همان ریشه چهارم است و چون عدد مفروض بین صفر و یک است پس هرچه عدد ریشه بزرگتر باشد، حاصل آن نیز بزرگتر است: **a, b, c**

-۱۶

$$x^r - y^r + 4y - 4 = 0 \Rightarrow x^r - (y^r - 4y + 4) = 0 \Rightarrow$$

$$x^r - (y-2)^r = 0 \Rightarrow x^r = (y-2)^r \Rightarrow \boxed{x = y-2}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)(y+1)^r}{(x-1)^r(y-1)} = \frac{(y-1)(y+1)^r}{(y-3)^r(y-1)} = \frac{(y+1)^r}{(y-3)^r}$$

-۱۷

$$\sqrt[r]{ra^r} = \sqrt[r]{(ra)^r} = (ra)^{\frac{r}{r}} \Rightarrow (ra)^{\frac{r}{r}} \times \text{☀} = (ra)^r$$

$$\Rightarrow \text{☀} = (ra)^{\frac{r}{r}}$$

-۱۸

$$x = 5 + \sqrt{17} \Rightarrow x - 5 = \sqrt{17} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 17$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 - 10x + 8 = 0} \Rightarrow \sqrt{\frac{x-1}{16} + \frac{1}{2x}} = \sqrt{\frac{x^2 - x + 8}{16x}} = \sqrt{\frac{9x}{16x}} = \frac{3}{4}$$

-۱۹

ضرب دو عبارت در هم  $(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-2})(\sqrt{x+1}\sqrt{x-2}) = 3$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \frac{1}{9}$$

-۲۰

مزدوج سه جمله‌ای  $(\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha\beta) = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 16\alpha^2\beta^2$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - 16\alpha^2\beta^2 = 7\sqrt{13} - 12 + 7\sqrt{13} + 12 - (14)(3) = 14\sqrt{3} - 14\sqrt{3} = 0$$

-۲۱

عدد ثابت در ضرب  $\Rightarrow (a)(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -1 \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

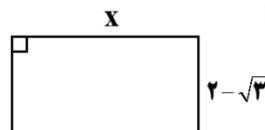
-۲۲

$x = 0 \Rightarrow (\frac{9}{1} - 5)(0 + \frac{6}{4}) = 6 \Rightarrow$  گزینه ۳ یا ۴

$x = 1 \Rightarrow (5 - 5)(1 - \frac{7}{-3}) = 0 \Rightarrow$  گزینه ۴

-۲۳

$$S = (x)(2 - \sqrt{3}) = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{1}$$



-۲۴

$$ab = \frac{a^r + b^r}{4} \Rightarrow a^r + b^r = 4ab$$

$$\frac{a-b}{a+b} \stackrel{\text{توان } 2}{\Rightarrow} \frac{a^r + b^r - 2ab}{a^r + b^r + 2ab} = \frac{4ab - 2ab}{4ab + 2ab} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \quad \begin{matrix} a > b \\ \Rightarrow \\ b > a \end{matrix} \sqrt{\frac{1}{3}}$$

-۲۵

$$\frac{x-y}{\sqrt{x^r} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^r}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x^r} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^r})}{\sqrt{x^r} + \sqrt{xy} + \sqrt{y^r}} = \sqrt{x} - \sqrt{y} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

-۲۶

$$\frac{B^r + B + 1}{A^r + A + 1} \times \frac{(B-1)(A-1)}{(A-1)(B-1)} = \frac{(B^r - 1)(A-1)}{(A^r - 1)(B-1)} \stackrel{B^r = r - A^r}{\Rightarrow} \frac{-(A^r - 1)(A-1)}{(A^r - 1)(B-1)}$$

$$= \frac{-(A-1)}{B-1} = -(A-1)(B-1)^{-1}$$

-۲۷

اضافه و کم کردن  $a^r \Rightarrow a^r + 7a^r + 16 + a^r - a^r = a^r + 8a^r + 16 - a^r$

$$(a^r + 4)^2 - a^r = (a^r + 4 - a)(a^r + 4 + a)$$

ایران تونل  
توشه ای برای موفقیت

-۲۸

$$\frac{(x-1)^r (x^r + x + 1)}{(x-1)} = (x-1)^r (x^r + x + 1) = (x-1)(x^r - 1)$$

-۲۹

$$\text{ریشه مخرج } x=2 \Rightarrow 2n+4=0 \Rightarrow \boxed{n=-2} \Rightarrow \frac{-x^2+mx-6}{-2x+4}$$

$$\xrightarrow{x=-1} \frac{-1-m-6}{2+4} = \frac{-1}{2} \Rightarrow m+7=3 \Rightarrow \boxed{m=-4}$$

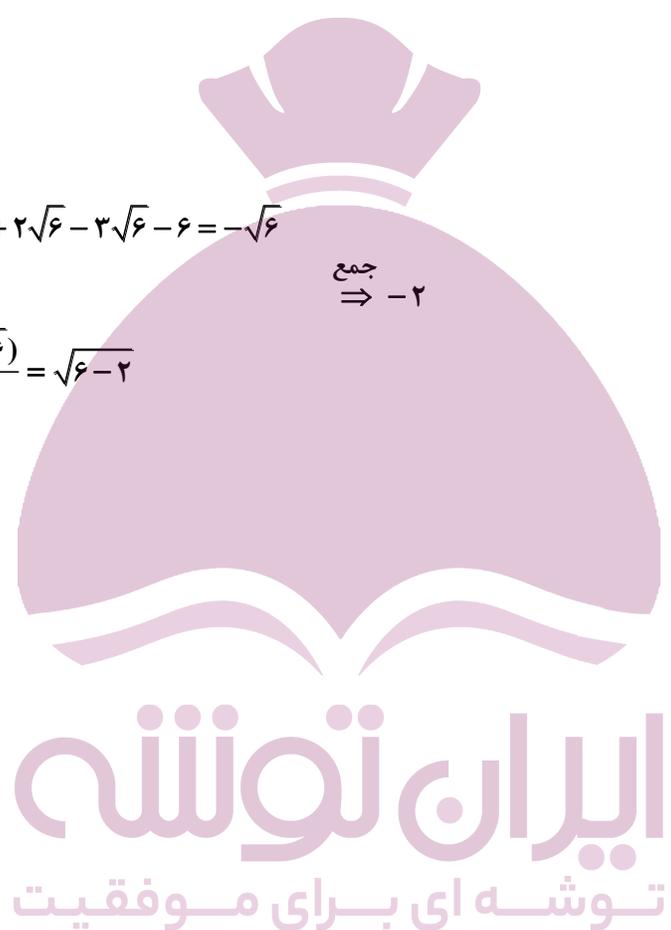
$$\boxed{mn=8}$$

-۳۰

$$(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=6+2\sqrt{6}-3\sqrt{6}-6=-\sqrt{6}$$

$$\begin{array}{l} \text{جمع} \\ \Rightarrow -2 \end{array}$$

$$\frac{2}{2+\sqrt{6}} \times \frac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} = \frac{(2)(2-\sqrt{6})}{(4-6)} = \sqrt{6-2}$$



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

معادله و تابع درجه ۲

-۱

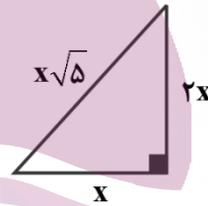
$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_1^2}{1+x_2} = \frac{9}{3} = 3$$

۲- در گزینه ۴، ضرایب  $(-m)$  و  $(2m)$  مختلف علامت از یکدیگر دارند

-۳

$$S + P = \frac{2x^2}{2} + (3 + \sqrt{5})x = 10 + 2\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$x^2 + (3 + \sqrt{5})x - 10 - 2\sqrt{5} = 0 \xrightarrow{\text{امتحان گزینه ها}} \boxed{x=2}$$



ایران توننده

-۴

$$2x^2 - 12x + 7 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 6x) + 7 = 0 \Rightarrow 2(x-3)^2 - 18 + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x-3)^2 - 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = -11 \end{cases} \Rightarrow \text{ضریب ریشه ها} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{\frac{7}{2}}{-14} = -\frac{1}{4}$$

-۵

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4a^2 + 4ac - 4ac = 4a^2 \Rightarrow$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{2a}{a} = 2$$

-۶

$$\text{مساحت مربع} = (2x+1)^2 \Rightarrow \text{مساحت رنگی} = (2x+1)^2 - (x-1) = 24$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{(2)(x-1)}{2} = x-1$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 3x + 2 = 24 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 22 = 0 \xrightarrow{\text{امتحان گزینه}} \boxed{x=2}$$

-۷

$$\underbrace{(2x+1)(2x-1)}_{\text{دو عدد فرد متوالی}} = 323 \Rightarrow 4x^2 - 1 = 323 \Rightarrow \boxed{x=9} \Rightarrow$$

ایران توننده  
توشه ای برای موفقیت

-۸

$$x + \frac{1}{x} = \frac{13}{6} \xrightarrow{\times 6x} 6x^2 - 13x + 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 25$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{13+5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \times \quad x_2 = \frac{13-5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{3x=2}$$

-۹

$$(x^2 - 1)^2 + (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = -1}$$

-۱۰

$$x^2 - x - 2a^2 - 2 = 0 \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2x + 2a^2 + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1 - a^2}$$

$$x^2 + 2x + a^2 + 1 = 0$$

$$\rightarrow \text{صدق در یکی} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + a^2 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 + a^2 = 0 \Rightarrow \text{صدق}$$

$$(-1 - a^2 + 1)^2 + a^2 = 0 \Rightarrow a^2 + a^2 = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow \boxed{k = -1 \text{ ریشه مشترک}}$$

-۱۱

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 4) = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 2, x_2 = 4}$$

دنباله هندسی نزولی

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{2}{4} = q^2 \Rightarrow q = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + q^2 = \frac{5}{4}$$

-۱۲

$$\text{عدد ۱ بین ریشه ها} \Rightarrow 1 + 2m + m + 2 < 0 \Rightarrow \boxed{m < -1}$$

$$\text{عدد ۲- خارج ریشه ها} \Rightarrow 4 - 4m + m + 2 > 0 \Rightarrow \boxed{m < 2}$$

$$\Rightarrow \boxed{m < -1} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \alpha & \beta \\ \hline + & - \\ \hline \end{array}$$

$$\Delta' > 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 > 0 \rightarrow \boxed{m > 2 \quad m < -1}$$

۱۳- در تمام عبارات متغیر درجه دوم حذف می شود به جز گزینه ۴

-۱۴

$$\Delta = 4y^2 + 4y + 1 - 4(-1)(3y^2 + 5y + 2) = 16y^2 + 24y + 9$$

$$= (4y + 3)^2 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2y - 1 + 4y + 3}{2} = y + 1 \Rightarrow \boxed{x = y + 1} \\ x = \frac{-2y - 1 - 4y - 3}{2} = -3y - 2 \Rightarrow \boxed{x = -3y - 2} \end{cases}$$

-۱۵

$$\frac{n(n-1)}{2} = 45 \Rightarrow \underbrace{n(n-1)}_{\text{دو عدد متوالی}} = 90 = 9 \times 10 \Rightarrow \boxed{n = 10}$$

دو عدد متوالی

-۱۶

$$h = 0 \Rightarrow -5t^2 + 20t + 80 = 0 \xrightarrow{\Delta' = 500} \begin{cases} t_1 = 2 - 2\sqrt{5} \times \\ t_2 = 2 + 2\sqrt{5} \checkmark \end{cases}$$

-۱۷

$$y(1) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0$$

ایران توننده  
توشه ای برای موفقیت

$$y(2) = 4 \Rightarrow 4a + 2b + c = 4 \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a+b}{c} = -1$$

$$y(3) = 14 \Rightarrow 9a + 3b + c = 14$$

۱۸- گزینه ۳

-۱۹

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y_s = y(2) = 4 - 8 + 3 = -1 \Rightarrow \boxed{y = -1}$$

-۲۰

$$\boxed{1} x^2 \text{ ضریب } > 0 \Rightarrow m - 2 > 0 \Rightarrow \boxed{m > 2}$$

$$\boxed{2} \Delta \leq 0 \Rightarrow 9 - 4(m-2)(m+2) \leq 0 \Rightarrow 9 - 4m^2 + 16 \leq 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 \geq 25 \Rightarrow \boxed{m \geq 5/2} \text{ یا } \boxed{m \leq -2/5}$$

اشتراک

$$\longrightarrow \boxed{m \geq 5/2} \Rightarrow \boxed{m = 5/2}$$

-۲۱

$S(1, 2)$

$$\Rightarrow y = a(x-1)^2 + 2 \xrightarrow[\text{صدق}]{(0, 2)} a + 2 = 3 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$A(0, 2)$

$$\Rightarrow y = (x-1)^2 + 2, y = a\left(x - \frac{b}{2a}\right)^2 + c$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2}}, \boxed{b = 2}, \boxed{c = 2} \Rightarrow \boxed{abc = 1}$$

-۲۲

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow y_s = y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + k = -\frac{1}{4} + k$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} + k = -\frac{9}{4} \Rightarrow \boxed{k = -2} \Rightarrow y = x^2 - x - 2$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{9}}{1} = 3$$

-۲۳

محور تقارن  $x_s = \frac{k-2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{k = 18} \Rightarrow y = \frac{1}{3}(x-18)(x+2)$

$$\xrightarrow{x=0} y = \left(\frac{1}{3}\right)(-18)(2) = -12$$

-۲۴

$$y = a(x-x_1)(x-x_2) = a(x-4)(x+2) \xrightarrow[\text{صدق}]{(0, -24)} (a)(-4)(2) = -24$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 3} \rightarrow x_s = \frac{4+(-2)}{2} = 1 \Rightarrow y_s = y(1) = -27$$

-۲۵

$$\boxed{1} \Rightarrow m > 0 \Rightarrow \text{دهانه سهمی رو به بال}$$

چون  $m > 0$  و جمع ریشه ها برابر  $-\frac{3}{m} < 0$  است پس سهمی باید یا فاقد ریشه باشد یا ریشه مضاعف داشته باشد.

$$\boxed{2} \Delta \leq 0 \Rightarrow 9 - 4m(5-m) \leq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{9}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{m = 1, 2, 3, 4}$$

۲۶- نکته: فاصله  $M(x,y)$  نقطه از مبدأ برابر  $d = \sqrt{x^2 + y^2}$  است

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \xrightarrow[\frac{x^2 - \Delta = y}{x^2 = 2y + 10}]{\frac{x^2 - \Delta = y}{x^2 = 2y + 10}} d = \sqrt{\underbrace{y^2 + 2y + 10}_{\min=9}} \Rightarrow \min d = \sqrt{9} = 3$$

-۲۷

$$-\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow k^2 - 4(k^2 - 12) = 0 \Rightarrow \boxed{k = \pm 4}$$

۲۸- معادله تلاقی باید ریشه مضاعف داشته باشد

$$x^2 - 2ax + 3 = 1 \Rightarrow x^2 - 2ax + 2 = 0 \Rightarrow \Delta' = 0 \Rightarrow a^2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a = \pm\sqrt{2} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{در رأس مماس} \\ x_1 S = \frac{-b}{2a} = \frac{2a}{2} = a = \sqrt{2} \\ x_2 S = \frac{-b}{2a} = \frac{2a}{2} = a = -\sqrt{2} \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$  در گزینه ها فقط یکی طول صفر دارد  $(0,1) \Rightarrow$  نقطه وسط

-۲۹

کوتاه ترین قطر برای مربع است  $\Rightarrow x + y = 12 \Rightarrow 2(x + y) = 24 =$  محیط مستطیل

$$\Rightarrow x = y = 6 \Rightarrow \text{طول قطر} \quad d = x\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

-۳۰

با جمع ثابت، ضرب در حالت برابر **Max** است  $\Rightarrow x + y = 50 \Rightarrow 2(x + y) = 100 =$  محیط مستطیل

$$\Rightarrow x = y = 25 \Rightarrow S = 25^2 = 625$$

نامعادله و تعیین علام

-۱

$$y(a) = 0 \Rightarrow (2a + b)(a) - 6a - 3b = 0 \Rightarrow (2a + b)a = 3(2a + b) \Rightarrow a = 3$$

$$\text{است. } \boxed{x} + \Rightarrow 2a + b > 0 \Rightarrow \boxed{b > -6}$$

۲- چون سهمی دارای ریشه است پس گزینه ۴ رد می شود و چون میانگین دو ریشه (رأس سهمی) برابر ۲ است پس گزینه ای درست است که میانگین ریشه های آن ۲ شود گزینه ۳

-۳

$$f(x) \quad m \Rightarrow f(m) = 0 \Rightarrow 2m^2 + m^2 - 27 = 0 \Rightarrow \boxed{m = \pm 3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 3 \Rightarrow f(x) = 6x - 18 & \begin{array}{c|c} x & 3 \\ \hline f(x) & - \quad + \end{array} \quad \times \\ m = -3 \Rightarrow f(x) = -6x - 18 & \begin{array}{c|c} x & -3 \\ \hline f(x) & + \quad - \end{array} \quad \checkmark \end{cases}$$

-۴

$$g(x) = x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه} \quad \text{همواره مثبت}$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = 1}, \boxed{x_2 = 3}$$

x	-1	1	3
p(x)	-	+	-
f(x)	-	-	-
A	+	-	+

$$\Rightarrow -1, 1 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

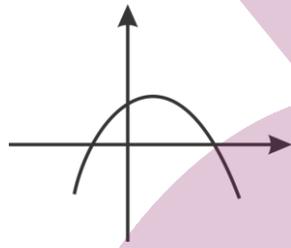
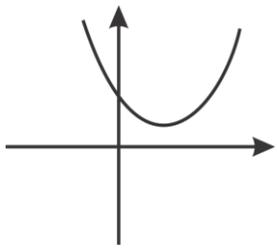
x	-3	0	2
x	-	-	+
y	+	-	+
	-	+	-

$$\Rightarrow -3, 0 \cup 2, +\infty$$

-5

$$\frac{\Delta}{4a} < 0 \xrightarrow{\times(-1)} \frac{-\Delta}{4a} > 0 \Rightarrow \text{Max یا min} > 0 \Rightarrow$$

-6



$\Rightarrow a$  وابسته به علام

-7

۱  $A + 3B > 18 \xrightarrow{\text{بدون تغییر}} A + 3B > 18$

$$\xrightarrow{+} A < \frac{9}{4}$$

۲  $3A + B < 12 \xrightarrow{\times(-3)} -9A - 3B > -36$

ایران نوشته

توشه ای برای موفقیت

-8

۱  $2n + 1 > 55 \Rightarrow 2n > 54 \Rightarrow n > 27$

$$\Rightarrow n = 28$$

۲  $3n - 2 < 85 \Rightarrow 3n < 87 \Rightarrow n < 29$

$$-4x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x^2}\right) \geq -2x - \frac{1}{x} - 1 \Rightarrow -2x - \frac{4}{x} \geq -2x - \frac{1}{x} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x} \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{4} \geq 1 \Rightarrow \boxed{x \geq 4}$$

$$\boxed{1} \quad x^2 \text{ ضریب } > 0 \Rightarrow \boxed{m > 0}$$

$$\boxed{2} \quad \Delta' < 0 \Rightarrow 1 - (m)(m+1) < 0 \Rightarrow 1 - m^2 - m < 0 \Rightarrow m^2 + m - 1 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ m_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{m > \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad m < \frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$$

$$\text{اشتراک} \Rightarrow m > \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

ایران توننده

$$\boxed{1} \quad x^2 \text{ ضریب } < 0 \Rightarrow m-1 < 0 \Rightarrow \boxed{m < 1}$$

$$\boxed{2} \quad \Delta < 0 \Rightarrow 3 - 4(m)(m-1) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m - 3 > 0 \xrightarrow{(4m-6)(m+\frac{1}{4}) > 0} m < -\frac{1}{4} \quad \text{یا} \quad m > \frac{3}{4}$$

$$\text{اشتراک} \Rightarrow \boxed{m < -\frac{1}{4}}$$

-۱۲

$$x^2 + 2x^2 < x + 2 \Rightarrow x^2 + 2x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow x^2(x+2) - (x+2) < 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x^2-1) < 0 \Rightarrow \frac{x}{p(x)} \begin{array}{c|ccc} & -2 & -1 & 1 \\ \hline & - & + & - \\ \hline & + & - & + \end{array} \Rightarrow (-\infty, -2) \cup (-1, 1)$$

-۱۳

$$\frac{2x-5}{2x^2+3x+2} > \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2x^2-5x-2x^2-3x-2}{(2x^2+3x+2)(x)} > 0 \Rightarrow \frac{-8x-2}{(2x^2+3x+2)(x)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-8x-2}{x} > 0 \Rightarrow (-\frac{1}{4}, 0)$$

-۱۴

$$x = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{array}{l} 1) (\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} \\ 2) (\frac{1}{4})^{\frac{2}{2}} \\ 3) (\frac{1}{4})^{\frac{3}{2}} \\ 4) (\frac{1}{4})^{\frac{4}{2}} \end{array} \xrightarrow{\text{توان کمتر}} y = \sqrt{x} \text{ بالات}$$

ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

-۱۵

$$\text{معادله تلاقی فاق ریش} \Rightarrow 2x^2 + 17x + 8 = mx \Rightarrow 2x^2 + (17-m)x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow (17-m)^2 - 8^2 < 0 \Rightarrow |17-m| < 8 \Rightarrow$$

$$-8 < 17-m < 8 \xrightarrow{-17} -25 < -m < -9 \Rightarrow \boxed{9 < m < 25}$$

-۱۶

$$\frac{(x-2)(x-2)}{(x+4)(x-2)} > \frac{(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)} \Rightarrow \frac{x-2}{x+4} - \frac{x-2}{x-2} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-8x+17}{(x-2)(x+4)} > 0 \Rightarrow (-\infty, 2) \cup (\frac{17}{8}, 2)$$

-۱۷

$$S \geq 8 \Rightarrow \frac{2 \cdot t}{t^r + 100} \geq 8 \Rightarrow t^r + 100 \geq 25t \Rightarrow$$

$$t^r - 25t + 100 \geq 0 \Rightarrow 5 \leq t \leq 20 \Rightarrow t = 5, 6, 7, \dots, 20 \Rightarrow \text{تا } 16$$

-۱۸

$$\boxed{1} \quad \frac{x+1}{1-x} > -1 \Rightarrow \frac{x+1}{1-x} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{2}{1-x} > 0 \Rightarrow \boxed{x < 1}$$

$$\boxed{2} \quad \frac{x+1}{1-x} \leq 2 \Rightarrow x+1 \leq 2-2x \Rightarrow \boxed{x \leq \frac{1}{3}} \Rightarrow \mathbb{R} - (\frac{1}{3}, +\infty)$$

-۱۹

$$(x-1)^r > \frac{2x(x-1)^r}{2} \xrightarrow{\div (x-1)^r} 2x-2 > 2x \Rightarrow \boxed{x < -2}$$

-۲۰

$$\boxed{x_1 = 1, x_2 = 2} \text{ ریشه ها} \Rightarrow \begin{cases} P = \frac{2}{a} = 2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{2}{2}} \\ S = -\frac{b}{a} = -\frac{2b}{2} = 2 \Rightarrow \boxed{b = -\frac{9}{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 3 < -5 \Rightarrow x^2 - 9x + 8 < 0 \Rightarrow (x-8)(x-1) < 0$$

$$\Rightarrow \boxed{1 < x < 8}$$



-۲۶

$$x=0 \Rightarrow 0 < 1 \quad \checkmark \Rightarrow ۴, ۱ \text{ حذف}$$

$$x=-1 \Rightarrow \frac{۴}{۲} < 1 \times \Rightarrow ۲ \text{ حذف}$$

-۲۷

$$|2x-1| \leq |2-x| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (2x-1)^2 \leq (2-x)^2 \Rightarrow (2x-1+2-x)(2x-1-2+x) \leq 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(3x-3) \leq 0 \Rightarrow \boxed{-1 \leq x \leq 1} \Rightarrow x^2 \leq 1$$

-۲۸

$$\left| \frac{(2+x)(x-2)}{(x-2)(4x+11)} \right| < 1 \Rightarrow \left| \frac{x+2}{4x+11} \right| < 1 \Rightarrow |x+2| < |4x+11|$$

$$\Rightarrow (x+2+4x+11)(x+2-4x-11) < 0 \Rightarrow (-3x-9)(5x+13) < 0$$

$$\Rightarrow x > -\frac{13}{5} \quad x < -۳, x \neq -\frac{11}{4} \Rightarrow -۳$$

-۲۹

$$|x-3| < |x-1| \Rightarrow (x-3+x-1)(x-3-x+1) < 0 \Rightarrow$$

$$(2x-4)(-2) < 0 \Rightarrow \boxed{x > ۲} \Rightarrow (۲, +\infty) - ۳ \Rightarrow a+b=۵$$

a                      b

$$x=0 \Rightarrow -1 > 1 \times \Rightarrow 3, 2, 1 \text{ حذف}$$

یا درگزینه ها تمام جواب ها کمتر از ۲ است پس  $|x-2|$  همواره منفی بوده

$$2x+1+x-2 > x^2+1 \Rightarrow x^2-3x+2 < 0 \Rightarrow (1, 2)$$



ایران توننه  
توشه ای برای موفقیت

تابع

-۱

$$2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

$$a + b = 3 \xrightarrow{a=-2} b = 5$$

$$c - b = -4 \xrightarrow{b=5} c = 1$$

$$\frac{c+b}{a} = -3$$

۲- گزینه ۴

۳- گزینه ۴

-۴

$(1,1), (-1,-1), (1,-1), (-1,1), (2,0), (0,2), (-2,0), (0,-2)$

-۵

$$2b = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2 \Rightarrow a+b = 4 \xrightarrow{b=\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{10}{3} \Rightarrow a - b = \frac{10}{3} - \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

۶- باید یکی از زوج مرتب های (۲و۴) و (۲و۱) حذف شود.

-۷

$$2a^r + 5 = 3 \Rightarrow 2a^r = -2 \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

ورودی	۲	۳	۴
خروجی	۵	$-\frac{1}{2} - 2b$	-۶

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} - 2b = 2 \Rightarrow 2b = -\frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{b = -\frac{5}{4}}$$

$$\Rightarrow a - b = -1 + \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

-۸

$$\xrightarrow{x=1} \frac{3}{f(1)-2} = \frac{2}{f(1)+2} \Rightarrow 2f(1)+6 = 2f(1)-4 \Rightarrow \boxed{f(1) = -10}$$

$$\Rightarrow \boxed{f(1) - f(-2) = -9}$$

$$\xrightarrow{x=-2} \frac{-6}{f(-2)-2} = \frac{2}{f(-2)+2} \Rightarrow -2f(-2)-6 = f(-2)-2 \Rightarrow \boxed{f(-2) = -1}$$

-۹

$$f(x) = ax + b \begin{cases} f(2) = 4 \Rightarrow \boxed{2a + b = 4} \\ f(f(0)) = -8 \Rightarrow f(b) = -8 \Rightarrow \boxed{ab + b = -8} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 8, a = -2 \Rightarrow -2x + 8 \times \\ b = -2, a = 3 \Rightarrow 3x - 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

روش دوم

$$f(2) = 4 \Rightarrow \text{فقط گزینه ۴} \Rightarrow \text{امتحان گزینه ها}$$

-۱۰

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{-m}{1} = \frac{-8}{m-2} = \frac{-8-m}{m-1} \Rightarrow \boxed{m=4, m=-2}$$

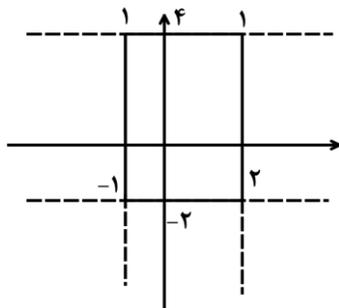
-۱۱

$$f(x) = \text{کران پایین برد} \Rightarrow 3x - 2 = -2 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{D_f} = \left[ -\frac{1}{3}, \frac{4}{3} \right]$$

$$f(x) = \text{کران بالای برد} \Rightarrow 3x - 2 = 2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{4}{3}}$$

۱۲- گزینه ۴ به علت نبود  $x=3$  در دامنه مسدود است و در مابقی گزینه ها فقط گزینه ۳ باعث می شود خط کاملاً در محدوده قرار گیرد.



روش دوم: برای این خط دو حالت داریم:

$$\boxed{1} \quad A(-1, -2), B(2, 4) \Rightarrow y = 2x$$

$\Rightarrow$  فقط گزینه ۳

$$\boxed{2} \quad A(-1, 4), B(2, -2) \Rightarrow y = -2x + 2$$

-۱۳

$$P = A \cdot B = (A)(4 - A) = -A^2 + 4A$$

$$A + B = 4$$

$$x = \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{A} + \sqrt{4 - A} \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 = 4 + 2\sqrt{-A^2 + 4A}$$

$$-A^2 + 4A = P \rightarrow x^2 = 4 + 2\sqrt{P} \Rightarrow P = \left(\frac{x^2 - 4}{2}\right)^2 = \left(\frac{x^2}{2} - 2\right)^2$$

-۱۴

$$\text{Maxf}(2x + 3) = \text{Maxf}(x) \Rightarrow \begin{cases} x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \\ y_s = y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{4}}$$

۱۵- در تابع درجه دوم تنها عرضی که برای یک طول است در نقطه رأس است پس  $x = k$  همان طول رأس است.

$$x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \boxed{k = 2} \Rightarrow k \times f(k) = 2 \times f(2) = (2)(-2) = -4$$

-۱۶

$$f_1(2) = f_2(2) \Rightarrow \boxed{4a + 5b = -7} \quad \boxed{1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{a = 2} \\ \boxed{b = -3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{ab = -6}$$

$$f_1(-1) = f_2(-1) \Rightarrow \boxed{-1 = b + a} \quad \boxed{2}$$

$$\text{همانی } f(x) \Rightarrow \boxed{f(x) = x}$$

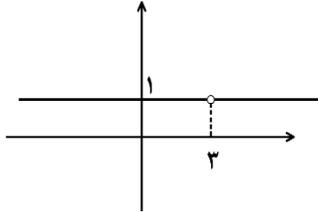
$$\Rightarrow \frac{(c)(۴) + (c)(۲)}{c-۲} = ۳ \Rightarrow \frac{۶c}{c-۲} = ۳ \Rightarrow ۳c = c-۲ \Rightarrow \boxed{c = -۲} \Rightarrow \boxed{g(x) = -۲}$$

$$\text{ثابت } g(x) \Rightarrow \boxed{g(x) = c}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{۳}{۲}\right) \times g\left(\frac{۳}{۲}\right) = \frac{۳}{۲} \times -۲ = -۳$$

$$f(x) = \frac{ax-۳}{x-۳} = c \Rightarrow ax-۳ = cx-۳c \Rightarrow (a-c)x + ۳c-۳ = 0 \Rightarrow \begin{cases} a-c=0 \Rightarrow \boxed{a=c} \\ ۳c-۳=0 \Rightarrow \boxed{c=۱} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x-۳}{x-۳} = 1x \neq ۳$$



$$(۲x - ۵y + ۷)(x + y - ۲) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{y = ۲ - x} \\ \boxed{y = \frac{۲x + ۷}{۵}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{۱} \ ۲ - x = ۲ + x \\ \boxed{۲} \ ۲ - x = -۳x + ۴ \\ \boxed{۳} \ \frac{۲x + ۷}{۵} = x + ۲ \\ \boxed{۴} \ \frac{۲x + ۷}{۵} = -۳x + ۴ \end{cases}$$

$$(x - y + ۲)(۳x + y - ۴) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{y = x + ۲} \\ \boxed{y = -۳x + ۴} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  تلاقی ۴

-۲۰

$$f(x) = (ax + b)^r \Rightarrow x^r + \frac{\lambda}{r} x + \frac{m}{r} = a^r x^r + r ab x + b^r \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a^r = 1 \Rightarrow \boxed{a = \pm 1} \\ r ab = \frac{\lambda}{r} \Rightarrow ab = \frac{\lambda}{r} \xrightarrow{\text{توان } r} a^r b^r = \frac{16}{9} \xrightarrow{a^r=1} \boxed{b^r = \frac{16}{9}} \\ \frac{m}{r} = b^r \Rightarrow m = r b^r = \frac{32}{9} = 3 / \dots \end{cases}$$

-۲۱

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 4 - f(1) \Rightarrow \boxed{f(1) = 2}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 4 + 12 - f(1) = 14$$

-۲۲

$$x = 45^\circ \Rightarrow \frac{f(-45^\circ)}{\frac{\sqrt{2}}{2}} + \frac{f(45^\circ)}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 4 \Rightarrow f(-45^\circ) + f(45^\circ) = 2\sqrt{2}$$

-۲۳

$$\cos x = 1 \xrightarrow{x=0} f(-\epsilon) = 2 \underbrace{-\cot \epsilon}_{\text{تعریف نشده}} = \text{تعریف نشده}$$

-۲۴

$$x^2 < x \Rightarrow x^2 - x < 0 \Rightarrow \boxed{0 < x < 1}$$

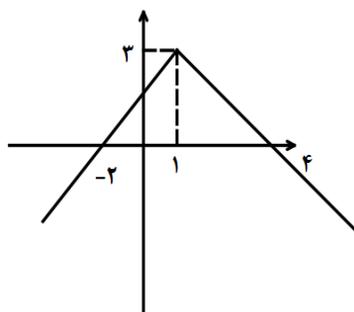
$$\sqrt{(\sqrt{x}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x}-x)^2} = \underbrace{|\sqrt{x}-1|}_{\ominus} + \underbrace{|\sqrt{x}-x|}_{\oplus} = -\sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - x = 1 - x$$

۲۵- چون انتقال در راستای محور  $x$  ها بوده در نهایت فقط از طول رأس ۳ واحد کم شده و عرض ثابت می ماند.

-۲۶

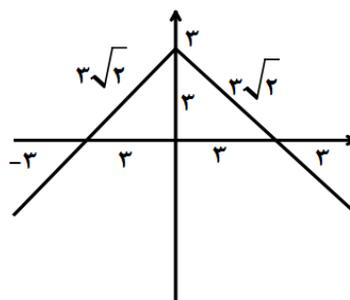
$$3 - |x-1| = 0 \Rightarrow |x-1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$S = \frac{6 \times 3}{2} = 9$$



-۲۷

$$\text{محیط} = 6 + 6\sqrt{2} = 6(1 + \sqrt{2})$$



-۲۸

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = |-2| + 3 = 5$$

-۲۹

$$y_1 = |x| - 2 \xrightarrow{\text{واحد } y \text{ مثبت}} y_r = |x| - 1 \xrightarrow{\text{واحد } x \text{ منفی}} y_r = |x + 4| - 1$$

$$|x + 4| - 1 = |x| - 2 \Rightarrow |x + 4| = |x| - 1$$

$$\Rightarrow \text{امتحان گزینه ها} \Rightarrow \boxed{x = -2/5}$$

-۳۰

$$f(x) + g(x) = 0 \Rightarrow f(x) = -g(x) \Rightarrow \text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها } g, f$$

$$\Rightarrow \text{گزینه } \varepsilon$$

## شمارش بدون شمردن

-۱

$$\text{Max} = 5 \times 5 \times 6 \times 30 = 4500$$

$$\text{min} = 5 \times 3 \times 4 \times 20 = 1200$$

$$4500 - 1200 = 3300$$

حرف رقم رقم رقم حرف

$$2 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 1 = 120000$$

-۲

$$\text{زمان} = 20000 \times 3 = 60000 = 1000$$

دقیقه ثانیه ثانیه حالت

-۳

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

-۴

$$4 \times 3^9$$

-۵

$$4 \times 1 \times 3 \times 1 = 12$$

-۶

سؤالات ۴ گزینه ای ۴<sup>۸</sup>

سؤالات ۲ گزینه ای ۲<sup>۶</sup>

$$4^8 \times 2^6 = 2^{16} \times 2^6 = 2^{22}$$

-۷

$$5 \times 10 \times 1 = 50$$

یکان دهگان صدگان

۵, ۶, ۷, ۸, ۹

ت) درست

پ) نادرست

ب) نادرست

۸- الف) درست

-۹

$$10! - 11! = 10!(1 - 11) = -10 \times 10!$$

$$10! + 11! = 10!(1 + 11) = 12 \times 10!$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{10} = \frac{22}{120} = \frac{11}{60}$$

-۱۰

$$(n^2 - 3n)! = 24 = 4! \Rightarrow$$

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (n + 2)! = 6! = 720$$

-۱۱

( همه افراد انتخابی از سه نفر اول لیست ) - ( کل )

$$\begin{aligned} &= \binom{7}{5} \binom{20}{1}^5 - \binom{7}{5} \binom{3}{1}^5 \\ &= \left( \frac{7 \times 6}{2} \times 20^5 \right) - \left( \frac{7 \times 6}{2} \times 3^5 \right) = 21 \times (20^5 - 3^5) \end{aligned}$$

-۱۲

$$2x^r - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_r = +\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{جمع} = 1$$

$$2x^r - x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_r = \frac{1}{2} \end{cases}$$

-۱۳

$$\begin{aligned} (7^r - 7)(5^r - 5) &= 7(7^r - 1)5(5^r - 1) \\ &= (7)(48)(5)(24) = 7 \times 6 \times 8 \times 5! = 8! \end{aligned}$$

-۱۴

کتاب خاص را قرار داده و بقیه  $5!$  حالت دارند.

-۱۵

$$\boxed{\text{جهان}} \text{ ی و د و ر و گ} \Rightarrow 5! \times 4!$$

-۱۶

$$p(5, n) = mp(5, n-1) \Rightarrow \frac{5!}{(5-n)!} = m \times \frac{5!}{(6-n)!} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{(5-n)!} = m \times \frac{1}{(6-n)(5-n)!} \Rightarrow \boxed{m=3}$$

-۱۷

$$(x-2)(x-3) + (x-3)(x-4) + (x-4)(x-5) = 20$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 & \checkmark \\ x=1 & \times \end{cases}$$

-۱۸

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

صدا دار

-۱۹

$$(n-1)(n-2)(n-3) = \frac{n!}{4!(n-3)!}$$

$$(n-1)(n-2)(n-3) = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{(24)(n-4)!}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 24}$$

-۲۰

$$\binom{8}{5} \times \binom{8}{5} \times 5! \quad \text{آرایش}$$

انتخاب ستون      انتخاب سطر

-۲۱

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 12$$

رأس از راست      رأس از چپ

-۲۲

سه پرتاب «رو» در ۸ پرتاب

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

-۲۳

$$\binom{3}{1} \times \binom{4}{2} \times 2!$$

↙                      ↓                      ↘  
 ۱ نفر از ۳ نفر دارای ۲ گل باشد      ۲ گل از ۴ گل که به یک نفر می رسد      توزیع ۲ گل باقی مانده

-۲۴ در بین ۱۰ نفر سه نفر باید به ترتیب مشخص باشند پس  $\frac{10!}{3}$

-۲۵

$$\binom{30}{2} + \binom{30}{3} = \binom{31}{3}$$

پاسکال

-۲۶

$${}^2P_n = 380 \Rightarrow \frac{(n)(n-1)}{2} = 190$$

$$\underline{n(n-1)} = 380 = 2 \times 90 \Rightarrow \boxed{n = 20}$$

دو عدد متوالی                      دو عدد متوالی

-۲۷

$$\binom{8}{4} \times \underbrace{\binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1}} = 1120$$

↙                      ↘

انتخاب ۳ استان                      از هر خانواده فقط زن یا مرد

-۲۸

$$\binom{10}{3} \times \underbrace{\binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1}} = 15000$$

انتخاب ۳ استان

از هر استان فقط یکی

-۲۹

$$\binom{5+4-1}{5} = \binom{8}{5} = 56$$

-۳۰

$$P(n, 2) = C(n, 2) \times 2! = 2C(n, 2)$$

$$C(n, 2) = 36 \Rightarrow (n)(n-1) = 72 = 6 \times 8$$

$$\Rightarrow \boxed{n=9} \Rightarrow \binom{9}{6} = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3} = 84$$



-۱

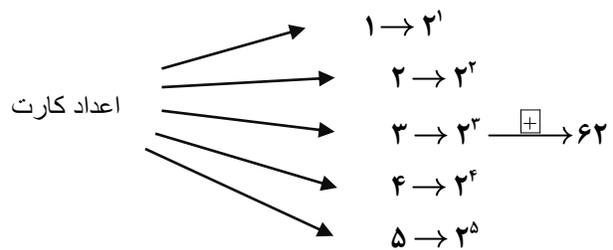
$$1 \times 6^2 + 1 \times 2^2 = 44$$

-۲

$$6^A \times 2^B = 288 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = 3 \end{cases}$$

$6^2 \times 2^3$

-۳



-۴

در پرتاب دو تاس جمع پیشامدهایی با مجموع برابر، برابر ۱۴ است.

$$4m + 2 + 6m - 8 = 14 \Rightarrow \boxed{m = 2}$$

-۵

$$2^{7-4} = 2^3 = 8$$

-٦

$$(A - B) \cup (B - A) \Rightarrow \text{حداكثر يكي}$$

-٧ فقط A يا فقط B

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

-٨

$$A = (٢, ١), (٢, ٢), (٢, ٣), (٢, ٤), (٢, ٥), (٢, ٦)$$

$$B = (١, ٢), (٢, ١), (١, ١)$$

$$A - B = (٢, ٢), (٢, ٣), (٢, ٤), (٢, ٥), (٢, ٦)$$

-٩

$$A' - B = A' \cap B'$$

$$B - A' = B \cap A \Rightarrow (A' \cap B') \cup (B \cap A)$$

$$S - (A - B) \cup (B - A) \quad \text{فقط A يا فقط B}$$

-١٠

$\overline{ab}$

$$n(A) = ٧, n(S) = ٩٠ \Rightarrow P(A) = \frac{٧}{٩٠}$$

a	٢	٥	١	٦	٣	٤	٧
b	٥	٢	٦	١	٤	٣	٠

-١١

$$P(A) = \frac{1 \times \binom{4}{3}}{2^5} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

۱۲- چون جمع مضرب ۳ است پس کافی است عدد زوج باشد.

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 1$$

$$n(A) = 2 \times 2 \times 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times 2 \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

-۱۳

$$P(A) = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 0.1$$

-۱۴

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

-۱۵

$$A = \underbrace{(1, 2, 3), (1, 3, 2), \dots}_{n(A) = 3! = 6}$$

$$P(A) = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$$

-۱۶

$$n(S) = 2^2 \times 2^2 = 16$$

$$A = \text{د د gb, د د bg, د د bb, د پ د bb, د پ د bb}$$

$$p(A) = \frac{5}{16}$$

فارسی: خانواده اول  
انگلیسی: خانواده دوم

-۱۷

$$\frac{P(A_1)}{P(A_2)} = \frac{\frac{6 \times 5 \times 4}{216}}{\frac{6 \times 1 \times 1}{216}} = 20$$

-۱۸

$$P(b > g) = P(g > b) = \frac{1}{2}$$

-۱۹

$$p(A) = \frac{P(۳۶۵,۸)}{۳۶۵^۸}$$

-۲۰

$$\begin{array}{r|l} ۳۶۵ & ۷ \\ ۳۶۴ & ۵۲ \\ \hline ۱ & \end{array}$$

در ۵۲ بار قطعی می رود و در یک روز باقی مانده با شرط جمعه بودن می رود پس

$$P(\text{جمعه بودن}) = \frac{1}{7}$$

-۲۱

$$\text{ناسالم} = ۱۵ - x, \text{ سالم} = x$$

$$\frac{\binom{x}{2}}{\binom{15}{2}} = \frac{3}{7} \Rightarrow \binom{x}{2} = 45 \Rightarrow \boxed{x=10}$$

-۲۲

$$\text{آبی} = x, \text{ قرمز} = ۶ - x$$

$$\frac{\binom{x}{3}}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \binom{x}{3} = 10 \Rightarrow \boxed{x=5}$$

$$\text{قرمز} = ۶ - x = ۶ - ۵ = ۱$$

$$\frac{\binom{k}{2} + \binom{k-3}{2}}{\binom{2k-3}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$(k)(k-1) + (k-3)(k-4) = \frac{1}{2}(2k-3)(2k-4)$$

$$k^2 - k + k^2 - 7k + 12 = 2k^2 - 4k - 3k + 6$$

$$\boxed{k=6} \Rightarrow \text{کل} = 2k - 3 = 9$$

۲۴- ۴ سیاه و ۶ سفید

$$\underbrace{1 - P(A)}_{\text{هیچ گوی}} = 1 - \frac{\binom{4}{4} \binom{6}{1}}{\binom{10}{5}} = \frac{m}{n}$$

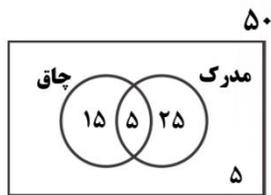
$$1 - \frac{6}{252} = 1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$$

$$\Rightarrow \frac{41}{m} - \frac{42}{n} = -1$$

$$\frac{P(A')}{P(A)} = \frac{1 - P(A)}{P(A)} = \frac{3}{8} \Rightarrow$$

$$P(A) = \frac{8}{11} \Rightarrow \boxed{P(A') = \frac{3}{11}}$$

$$P(A) = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$$

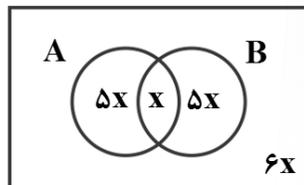


-۲۶

$$P(A \cap B) = x$$

$$\text{کل} = 17x$$

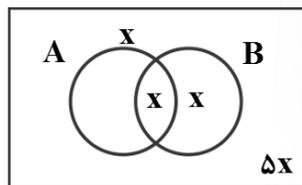
$$P(A - B) = \frac{5x}{17x} = \frac{5}{17}$$



-۲۷

$$P(A \cap B) = x$$

$$\frac{6x}{3x} = 2$$



-۲۸

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{7}{18}$$

مجزا

-۲۹

۳۰-  $(A - B), (B - A)$  متمم اند پس دو پیشامد مجزا و  $P(A \cap B) = 0$  است.